

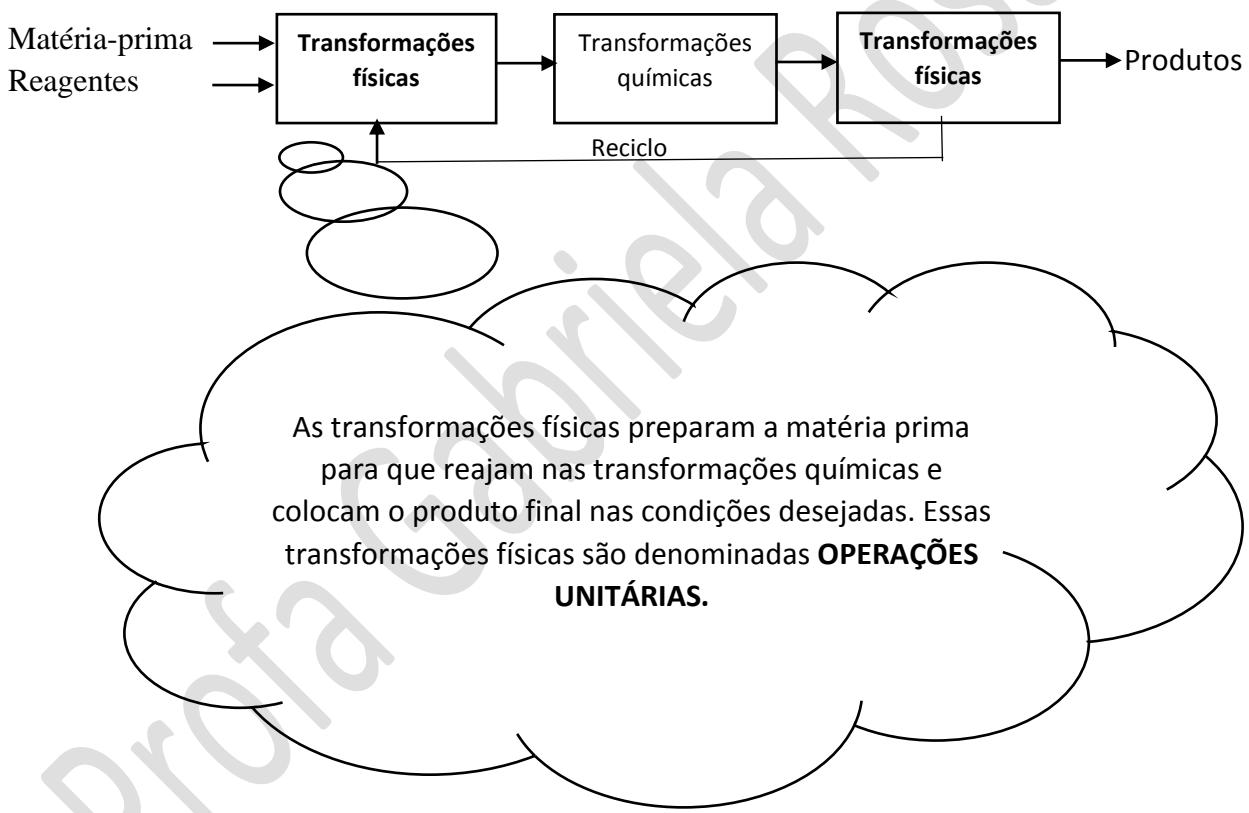
# APOSTILA DE OPERAÇÕES UNITÁRIAS I

Prof<sup>a</sup>. Gabriela Silveira da Rosa



## **1. INTRODUÇÃO**

- ❖ As atividades de uma indústria química envolvem:
  - Aquisição de matéria-prima e de equipamentos;
  - Estocagem de matéria-prima;
  - Processos industriais;
  - Manutenção de equipamentos;
  - Pesquisa e desenvolvimento;
  - Entre outros.
  
- ❖ Análise de um processo industrial



- ❖ Qual o papel de um engenheiro na indústria química?
  - Escolhe o tipo de equipamento mais adequado;
  - Faz seu dimensionamento;
  - Calcula o tempo de processamento;
  - Calcula os custos dos investimentos iniciais e da operação;
  - Faz um balanço energético da operação;
  - Avalia o desempenho.

❖ O que são operações unitárias?

“São diversos processos de transformações físicas que podem ser aplicados em um processo industrial preparando, modificando, conservando, separando ou purificando tanto a matéria-prima como um produto acabado.”

❖ Qual o objetivo da disciplina de operações unitárias?

“Capacitar os alunos a selecionar, dimensionar, projetar e executar as operações que manipulem sólidos e sistemas fluido-sólidos.”

❖ As operações unitárias se classificam:

- Quanto a transferência de quantidade de movimento (OP I)

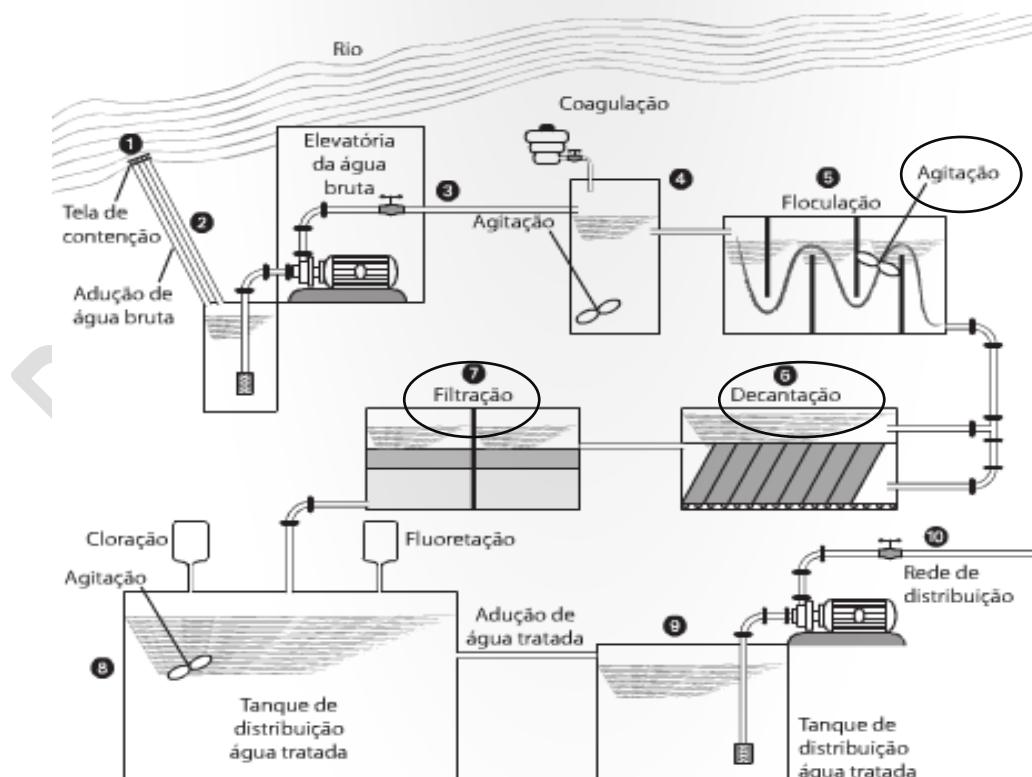
Transporte de sólidos, moagem e britagem, granulação de sólidos, peneiramento e classificação de sólidos, elutriação, sedimentação, separação centrífuga, filtração e fluidização.

- Quanto a transferência de calor (OP III) e/ou transferência de massa (OP II)

Aquecimento e resfriamento de fluidos, evaporação, cristalização, secagem, destilação, extração (L/L)(S/L), absorção, adsorção e umidificação.

❖ Exemplo de aplicação das operações unitárias:

- Tratamento de água



Os meios necessários para que ocorram as operações unitárias dependem da forma dos materiais, podendo ser:

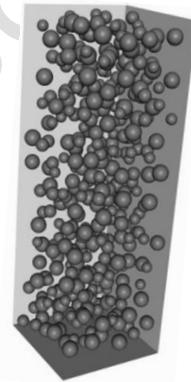
- Líquido;
- **Sólido**;
- Gasoso.

❖ **O que é um sólido particulado?**

Um material composto de materiais sólidos de tamanho reduzido (partículas). Esses materiais podem ser pequenos por natureza ou como resultado de um processo de fragmentação.

❖ **As propriedades dos sólidos particulados, de modo geral, se dividem em duas categorias:**

- As que só dependem da **natureza das partículas**: a forma, a dureza, a densidade, o calor específico e a condutividade;
- As que se associam com **todo o sistema (leito poroso)**: a densidade aparente, a área específica, a permeabilidade, o ângulo de repouso natural, entre outras. Neste caso, a propriedade passa a ser uma característica do conjunto de partículas e não mais do sólido em si.



## **2. CARACTERIZAÇÃO DE PARTÍCULAS**

O conhecimento do tamanho e da distribuição do tamanho de partícula é um pré-requisito fundamental para muitas operações de produção e processamento, envolvendo sistemas de materiais particulados.

Principais características dos sólidos:

- Área superficial
- Porosidade
- Massa específica real
- Massa específica aparente/*bulk*
- Esfericidade
- Diâmetro e distribuição granulométrica

### ❖ Área superficial

Área superficial específica: definida como a área superficial dos poros por unidade de massa (S) ou volume (Sv) do material poroso.

Propriedade importante para:

- Adsorção;
- Determinação da efetividade de catalisadores;
- Filtração, etc...



Método experimental para a determinação da área superficial:

Os equipamentos para medida da área superficial utilizam a Teoria de Adsorção de Gases em Sólidos. A Teoria mais simples: modelo de Langmuir

BET → assume que apenas uma camada de moléculas de gás é adsorvida no sólido. A partir das equações do modelo, quantifica a área superficial do material.

### ❖ Esfericidade

A forma de uma partícula pode ser expressa pela esfericidade ( $\phi$ ), que mede o afastamento da forma esférica.

$$\phi = \frac{\text{área superficial da esfera de mesmo volume que a partícula}}{\text{área superficial da partícula}}$$

Logo  $\phi = 1$  para uma partícula esférica

$\phi < 1$  para qualquer outra forma

$$0 \leq \phi \leq 1$$

O método para a determinação da esfericidade de uma partícula é denominado método por volume equivalente, onde, tendo uma partícula de volume  $V_p$  e área  $A_p$ , podemos calcular o diâmetro equivalente ( $d_{eq}$ ).

Sendo  $d_{eq}$  = o diâmetro equivalente da esfera de mesmo volume que a partícula.

De acordo com o material a esfericidade pode ser:

Material	$\phi$
Areia fina	0,95
Areia arredondada	0,83
Pó de carvão	0,73
Pó de vidro moído	0,65

Obs.: Quanto mais as partículas se afastam da esfericidade  
→ Mais poroso será um leito formado por estas partículas



**EXERCÍCIO 1 - Esfericidade cubo**

**EXERCÍCIO 2 - Esfericidade cilindro equilátero**

❖ Massa específica real e aparente/bulk

Massa específica é a propriedade definida como massa por unidade de volume.

$$\text{Massa específica real} \longrightarrow \rho_{real} = \frac{\text{massa}}{\text{volume excluindo os poros}}$$

$$\text{Massa específica aparente/bulk} \longrightarrow \rho_{aparente} = \frac{\text{massa}}{\text{volume total}}$$

A massa específica permite classificar os sólidos em diferentes classes:

- Leves ( $\rho < 500 \text{ kg/m}^3$ ): **serragem, coque;**
- Intermediários ( $550 < \rho < 1000 \text{ kg/m}^3$ ): **produtos agrícolas;**
- Médios ( $1000 \leq \rho \leq 2000 \text{ kg/m}^3$ ): **areia, minérios;**
- Muito Pesados ( $\rho > 2000 \text{ kg/m}^3$ ): **minérios de ferro ou chumbo.**

Volume total:  
volume sólido +  
volume poros

Métodos experimentais para a determinação da massa específica:  
Normalmente obtida por deslocamento de líquido → **picnômetro**.

Picnômetro comum – recipiente com volume calibrado para determinado fluido (normalmente água) à determinada temperatura.

Fluido penetra nos poros!!



Picnômetro de gás Helio – equipamento que utiliza gás Hélio para preencher os espaços vazios.

Princípio de medição: Volume da amostra calculado pela mudança de pressão observada no gás Hélio quando este se expande de uma câmara contendo a amostra para a outra câmara, sem amostra. Para massa da amostra conhecida, determina-se a propriedade do material. É considerado um método bastante preciso de determinação de densidade real de sólidos.



Quanto ao tamanho e massa específica os sólidos podem ser divididos em:

- Homogêneo: mesmo tamanho, forma e massa específica;
- Heterogêneo: larga faixa de tamanho, forma e massa específica.

### QUAL A DIFERENÇAS ENTRE MASSA ESPECÍFICA DE PARTÍCULA E DE LEITO?

### ❖ Porosidade

É definida como a fração de espaços vazios. É a relação entre o volume ocupado pelos poros e/ou vazios e o volume total da amostra.

$$\text{Porosidade da partícula} \longrightarrow \varepsilon_0 = \frac{\text{volume dos poros abertos}}{\text{volume total da partícula}}$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_{bulk}}{\rho_{real}}$$

Existem diferentes tipos de poros podendo ser eles;

- Poros interconectado ou efetivo;
- Poros isolados (fechados) ou não-interconectados;
- Poros cegos ou “dead-end”.

Vazios não-interconectados ou poros isolados não contribuem para o transporte da matéria através do material poroso, apenas os poros interconectados ou efetivos podem contribuir.

Poros cegos, ainda que possam ser penetrados por fluidos, contribuem muito pouco para o transporte de matéria.



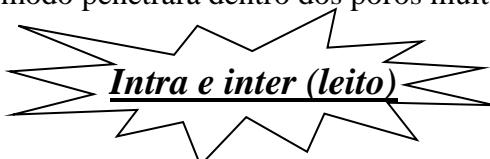
Classificação dos poros conforme o tamanho (Allen, 1997):

- Macroporos - superior a 50 nm;
- Mesoporos - de 2 a 50 nm;
- Microporos - de 0,6 a 2 nm,
- Ultramicroporos menor que 0,6 nm.

Métodos experimentais para determinação da porosidade:

- a) Método Direto: Este método consiste em medir o volume “bulk” (aparente) de uma amostra porosa e então, destruindo todos os vazios e medindo apenas o volume de sólidos.
- b) Método Óptico: Ainda que os poros muito pequenos estão presentes com poros maiores, é difícil ter certeza que todos os poros pequenos são considerados na medida. Esta é uma das razões porque a determinação da porosidade pode diferir significativamente dos resultados obtidos por outros métodos.
- c) Método de Imbebição: Imergindo uma amostra porosa em um fluido molhante, sob vácuo, por um certo tempo irá causar a imbebição do fluido em todos os espaços do poro. A amostra é pesada antes e depois da imbebição. Se a imbebição for feita com cautela, pode fornecer bons valores de porosidade efetiva.

- d) Método de Injeção de Mercúrio: O volume “bulk” da amostra é determinado pela imersão da amostra no mercúrio. Muitos materiais não são molhados pelo mercúrio, o líquido não penetra nos poros. Depois de evacuar a amostra, a pressão hidrostática do mercúrio na câmara contendo a amostra e o mercúrio é aumentada para um alto valor. Como resultado, **o mercúrio irá entrar nos espaços dos poros e, proporcionará uma pressão alta o suficiente**, e deste modo penetrará dentro dos poros muito menores.



### EXERCÍCIO 3 – CÁLCULO PICNOMETRIA PARA PARTÍCULAS DE VIDRO

**EXERCÍCIO 4** - Durante a caracterização de grãos de painço observou-se que os mesmos apresentaram formato de esferóide prolato, em que a média do raio menor foi de 1,076 mm, e a média do raio maior, de 1,566 mm. No sentido de avaliar a massa da amostra, utilizou-se um cadinho de massa igual a 28,55 g que, após a adição dos grãos, acusou massa de 31,268 g. Com objetivo de obter a massa específica do painço utilizou-se a técnica de picnometria, lançando-se mão de um picnômetro de 50 mL e massa de 21,072 g. Ao enchê-lo com água para realizar a calibração verificou-se que o recipiente acusou massa de 72,949 g. Após colocar os grãos no picnômetro e preenchê-lo com água o mesmo apresentou massa total de 73,090 g. Determine o volume real do picnômetro utilizado; a massa específica das partículas de painço; e a esfericidade destas partículas. Dada a massa específica da água: 995 kg/m<sup>3</sup>

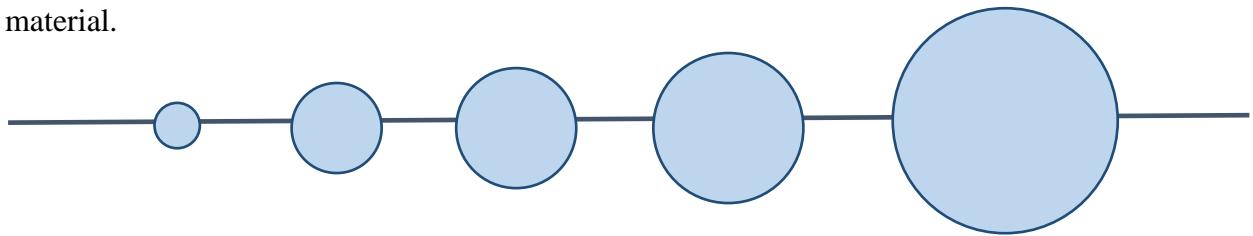
$$V_{esferóide} = \frac{4}{3}\pi ab^2$$

$$A_{esferóide} = 2\pi b^2 + 2\pi \left(\frac{ab}{e}\right) \operatorname{sen}^{-1}(e)$$

sendo  $e = \frac{(a^2 - b^2)^{1/2}}{a}$ ;  $\operatorname{sen}^{-1}(e)$  em radianos; a é o raio maior e b o raio menor.

## ❖ Análise Granulométrica

**Granulometria** é o termo usado para caracterizar o tamanho das partículas de um material.

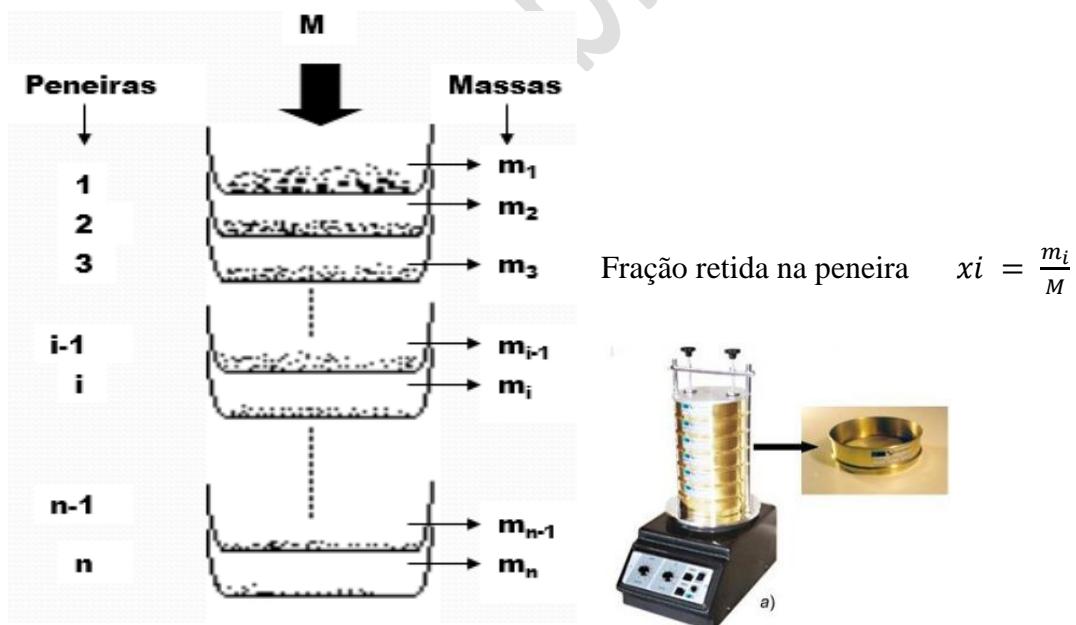


Distinguem-se pelo tamanho cinco tipos de sólidos particulados:

- **Pós:** partículas de  $1 \mu\text{m}$  até  $0,5 \text{ mm}$  ( $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ );
- **Sólidos Granulares:** partículas de  $0,5$  a  $10 \text{ mm}$ ;
- **Blocos Pequenos:**  $1$  a  $5 \text{ cm}$ ;
- **Blocos Médios:**  $5$  a  $15 \text{ cm}$ ;
- **Blocos Grandes:**  $> 15 \text{ cm}$ .

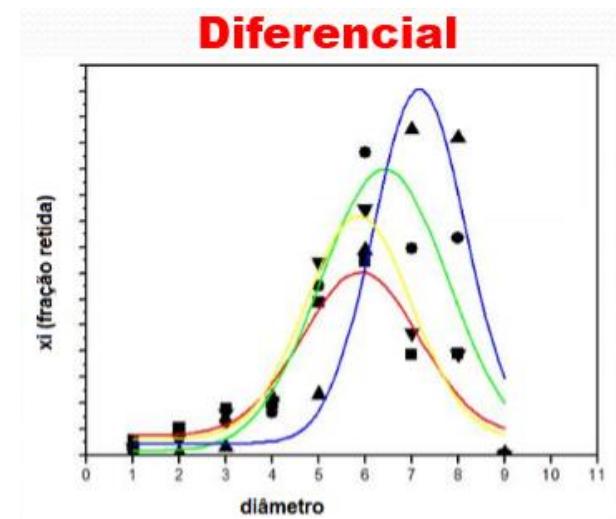
Para caracterizar o tamanho das partículas são utilizadas peneiras vibratórias. Usa-se com frequência peneiras padronizadas da série Tyler. Com os valores experimentais se elaboram gráficos que permitem:

- Observar a distribuição de tamanho;
- Calcular o diâmetro médio de partícula (mm);
- Fazer o gráfico de distribuição.

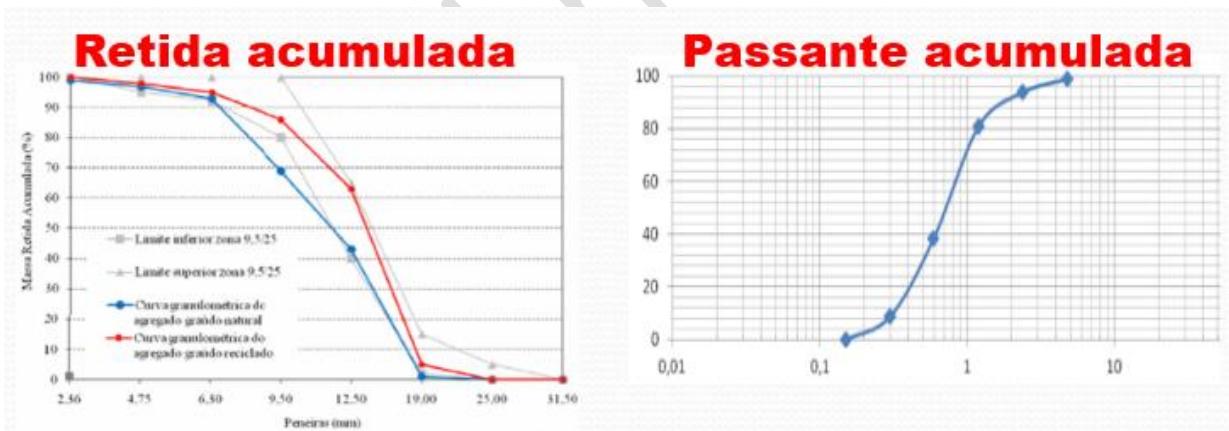


As quantidades retidas nas diversas peneiras e na panela/fundo são determinadas por pesagem e as diversas frações retidas podem ser calculadas dividindo-se as diversas massas retidas pela massa total da amostra.

- Análise granulométrica diferencial



- Análise granulométrica acumulada



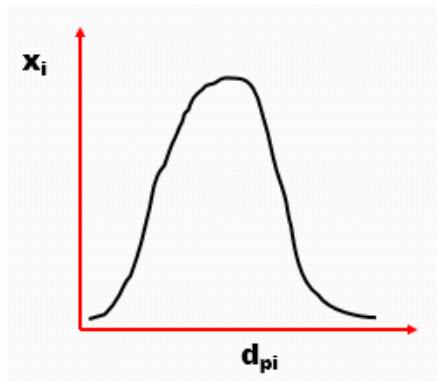
Retida acumulada:  $\xi_i + \xi_{i+1}$  anterior

Fração passante acumulada: 100 % - retida

❖ Diâmetro médio

Quando temos uma mistura de partículas de diversos diâmetros, podemos definir um diâmetro médio que represente esse material.

$x_i$ = fração mássica de partículas de diâmetro  $d_{pi}$ .



Para a determinação do diâmetro da partícula podem ser utilizadas as seguintes equações:

- 1) Diâmetro da partícula, cujo volume é igual ao volume médio de todas as partículas:

$$\bar{d}_p^3 = \frac{1}{\sum \left( \frac{x_i}{\bar{d}_i^3} \right)}$$

- 2) Diâmetro da partícula, cuja área superficial é igual à média das áreas superficiais de todas as partículas:

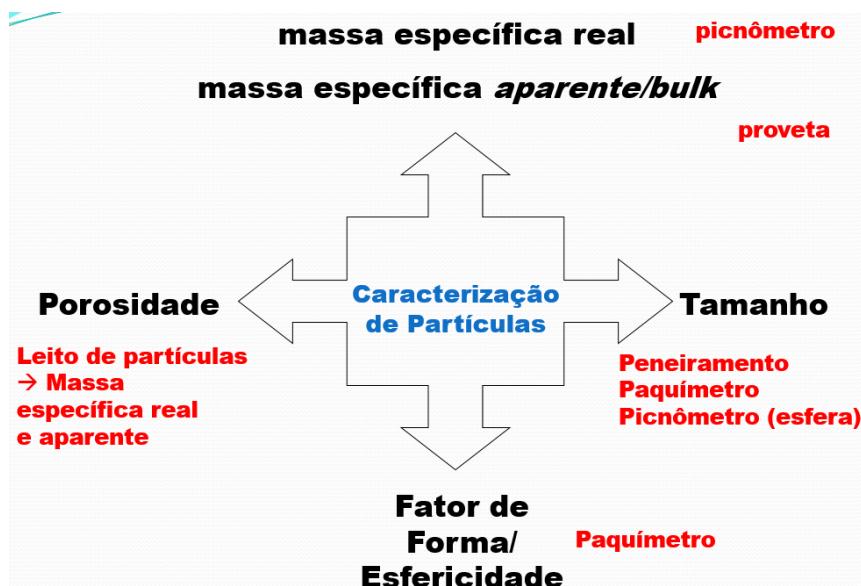
$$\bar{d}_p^2 = \frac{\sum \left( \frac{x_i}{\bar{d}_i} \right)}{\sum \left( \frac{x_i}{\bar{d}_i^3} \right)}$$

- 3) Diâmetro da partícula cuja relação superfície/volume é a mesma para todas as partículas → DIÂMETRO MÉDIO DE SAUTER (sistemas particulados):

$$d_{ps} = \frac{1}{\sum \left( \frac{x_i}{d_i} \right)}$$

### EXERCÍCIO 5 - DIÂMETRO MÉDIO DE SAUTER

**EXERCÍCIO 6** - Um tubo de cobre de 1 in de diâmetro e 2 ft de comprimento é preenchido com esferas de aço de 1 in de diâmetro. Nesse sistema, o espaço entre as esferas é preenchido com água. Sabendo que a densidade do aço é de 7,8 determine a massa específica *bulk* do conteúdo no tubo em unidades do SI.



### **Tyler ??? Mesh**

Tyler: série padronizada (International Standard Organization) em que as aberturas das peneiras foram relacionadas ao número de malhas (mesh).

Mesh: representa o número de aberturas de uma mesma dimensão contido em um comprimento de 25,4 mm → número de abertura por polegada linear.

**Apêndice C-8 Série de peneiras Tyler**

Intervalo padrão = $\sqrt{2}$ ,	Abertura, in	Abertura, mm	Número da peneira	Diâmetro do fio, in
1,050	1,050	26,67	...	0,148
	0,883	22,43	...	0,135
0,742	0,742	18,85	...	0,135
	0,624	15,85	...	0,120
0,525	0,525	13,33	...	0,105
	0,441	11,20	...	0,105
0,371	0,371	9,423	...	0,092
	0,312	7,925	2 $\frac{1}{2}$	0,088
0,263	0,263	6,680	3	0,070
	0,221	5,613	3 $\frac{1}{2}$	0,065
0,185	0,185	4,699	4	0,065
	0,156	3,962	5	0,044
0,131	0,131	3,327	6	0,036
	0,110	2,794	7	0,0326
0,093	0,093	2,362	8	0,032
	0,078	1,981	9	0,033
0,065	0,065	1,651	10	0,035
	0,055	1,397	12	0,028
0,046	0,046	1,168	14	0,025
	0,0390	0,991	16	0,0235
0,0328	0,0328	0,833	20	0,0172
	0,0276	0,701	24	0,0141
0,0232	0,0232	0,589	28	0,0125
	0,0195	0,495	32	0,0118
0,0164	0,0164	0,417	35	0,0122
	0,0138	0,351	42	0,0100
0,0116	0,0116	0,295	48	0,0092
	0,0097	0,248	60	0,0070
0,0082	0,0082	0,208	65	0,0072
	0,0069	0,175	80	0,0056
0,0058	0,0058	0,147	100	0,0042
	0,0049	0,124	115	0,0038
0,0041	0,0041	0,104	150	0,0026
	0,0035	0,088	170	0,0024
0,0029	0,0029	0,074	200	0,0021
	0,0024	0,061	230	0,0016
0,0021	0,0021	0,053	270	0,0016
	0,0017	0,043	325	0,0014
0,0015	0,0015	0,038	400	0,0010

### Série de peneiras Mesh

Mesh	Abertura in	Abertura mm	Mesh (peneira)	Abertura in	Abertura mm
1	1,00	25,4	18	0,0394	1,00
7/8	0,875	22,6	20	0,0331	0,841
3/4	0,750	19,0	25	0,0278	0,707
5/8	0,625	16,0	30	0,0234	0,595
0,530	0,530	13,5	35	0,0197	0,500
1/2	0,500	12,7	40	0,0165	0,420
7/16	0,438	11,2	45	0,0139	0,354
3/8	0,375	9,51	50	0,0117	0,297
5/16	0,312	8,00	60	0,0098	0,250
0,265	0,265	6,73	70	0,0083	0,210
1/4	0,250	6,35	80	0,0070	0,177
3 1/2	0,223	5,66	100	0,0059	0,149
4	0,187	4,76	120	0,0049	0,125
5	0,157	4,00	140	0,0041	0,105
6	0,132	3,36	170	0,0035	0,088
7	0,111	2,83	200	0,0029	0,074
8	0,0937	2,38	230	0,0025	0,063
10	0,0787	2,00	270	0,0021	0,053
12	0,0661	1,68	325	0,0017	0,044
14	0,0555	1,41	400	0,0015	0,037
16	0,0469	1,19			

**EXERCÍCIO 7** - Determine o valor do diâmetro de Sauter para uma amostra de areia, que apresentou a análise granulométrica conforme a tabela. Além disso, construa as curvas da distribuição granulométrica diferencial, retida acumulada e passante acumulada.

Mesh	Massa retida (g)
-8 +9	9,5
-9 +14	25
-14 +16	50,4
-16 +20	38,9
-20 +28	7,3
-28 +35	0,5

**EXERCÍCIO 8** - Um profissional foi convocado para projetar um reator do tipo leito fluidizado, destinado ao craqueamento catalítico do petróleo. Para tanto, a primeira informação a ser obtida sobre o projeto refere-se a caracterização de partículas. A classificação do particulado foi conduzida por meio de peneiramento de uma amostra, cujo os resultados estão na Tabela 1.

Construa os gráficos para a distribuição granulométrica: diferencial, retida acumulada e passante acumulada.

Peneiras	80	100	115	150	170	200	230	270	325	400	fundo
m (g)	0	1,29	5,93	9,7	14,16	16,97	15,21	14,32	11,21	6,18	5,03

**EXERCÍCIO 9** - Para os dados da tabela, construa as curvas da análise granulométrica diferencial e análise granulométrica acumulada retida e passante.

Intervalo da série Tyler	Fração ponderal retida (-)
-10	0,02
-14	0,05
-20	0,10
-28	0,18
-35	0,25
-48	0,25
-65	0,15

## ❖ Peneiramento

O peneiramento é um dos métodos mais antigos na área de processamento. Industrialmente, define-se como sendo o processo de classificação de um material granular pelo tamanho das partículas em duas ou mais frações, mediante uma ou, mas superfícies perfuradas.

O objetivo do peneiramento é preparar o material para um processo seguinte, é um método de análise físico (granulométrica) para o controle da eficiência de outras operações básicas como é a britagem, moagem, concentração e flotação. Também o peneiramento determina o valor (importância) do produto para algumas aplicações específicas.

As peneiras industriais comumente utilizadas são:

- Peneira grelha: utilizada para classificação grosseira de sólidos particulados;
- Peneira rotatória: pouco utilizada devido a baixa capacidade;
- Peneira vibratória: mais utilizada, apresenta alta capacidade.



A eficiência das peneiras pode ser determinada por:

$$\text{Eficiência} = \frac{\text{Porcentagem de material que passa pela peneira}}{\text{Porcentagem de material que pode passar}}$$

Alguns fatores podem reduzir a eficiência das peneiras. São eles:

- Tempo de peneiramento;
- Frequência;
- Tipo de sólido particulado;
- Desgaste das peneiras;
- Umidade do ambiente e do material.

A área superficial específica de uma mistura pode ser definida por:

$$A_w = \frac{6}{\emptyset \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\bar{d}_{pi}}$$

### **3. MOAGEM, REDUÇÃO DE TAMANHO ou COMINUIÇÃO**

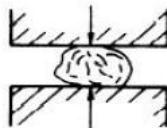
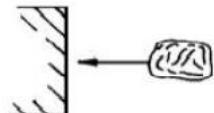
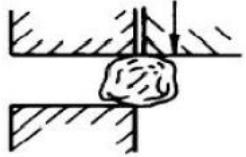
A redução do tamanho de partículas é uma operação unitária onde sólidos particulados se transformam em outros menores, aumentando assim a área superficial específica. Objetivos da redução de tamanho de materiais como matéria-prima ou produto final:

- Aumento da superfície: favorecendo as operações de extração, secagem e também nas reações químicas;
- Diminuição do tamanho para favorecer a separação dos constituintes da matriz sólida;
- Modificação das propriedades de materiais (nanotecnologia);

Os equipamentos utilizados para reduzir o tamanho de sólidos são:

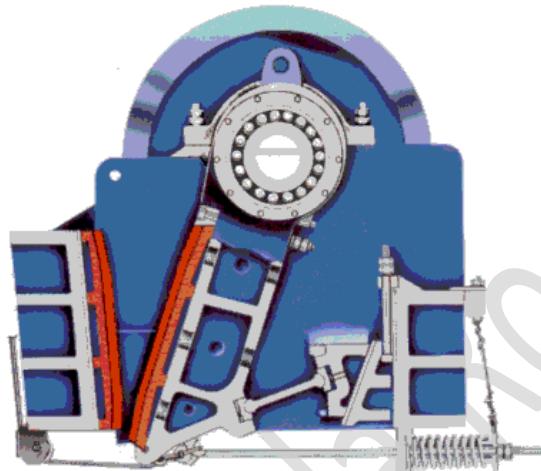
- Esmagadores;
- Moendas;
- Britadores;
- Fragmentadores;
- Trituradores.

**Os mecanismos de redução de partículas são:**

Força	Sistema de Operação	Tipo de Equipamento
Compressão		<b>Moinho de Rolos</b>
Impacto		<b>Moinho de Martelo</b>
Atrito		<b>Moinho de Disco de Atrito</b>
Corte		<b>Moinho de Facas Rotativas</b>

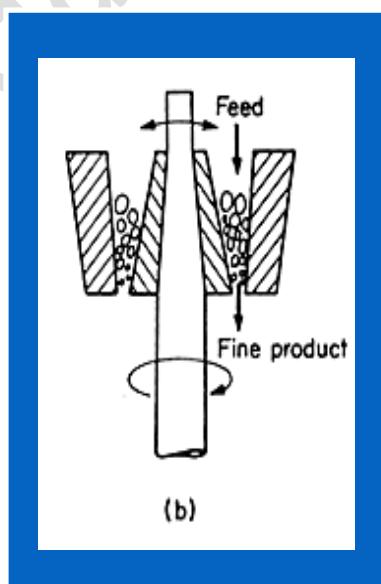
**Britadores de mandíbulas:** São equipamentos que trabalham com reduções grosseiras e intermediárias do tamanho de partículas.

- Para materiais duros;
- Mecanismo de redução compressão e impacto.
- Usados principalmente para o esmagamento primário e normalmente este processo é seguido de outro tipo de trituração.



**Esmagadores giratórios:** Funciona como um pilão dentro de um morteiro. A cabeça móvel tem a forma de um cone truncado e gira excentricamente dentro de uma cobertura cônica fixa em posição inversa.

Um eixo faz girar a cabeça móvel que esmaga o sólido entre ela e o cone fixo exterior.

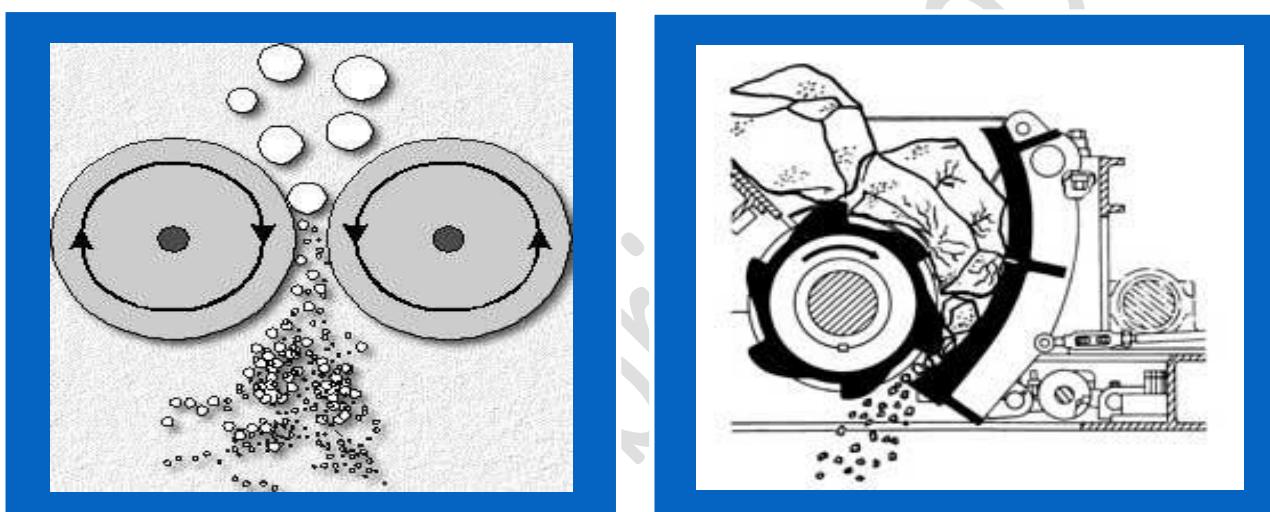


Principais tipos de moinho utilizado na operação de moagem para redução intermediária e fina do tamanho da partícula.

- Moinho de Rolos;
- Moinho de Martelos;
- Moinho de Bolas;
- Moinhos de Discos de atrito;
- Moinho de Facas;
- Moinho Dispersor.

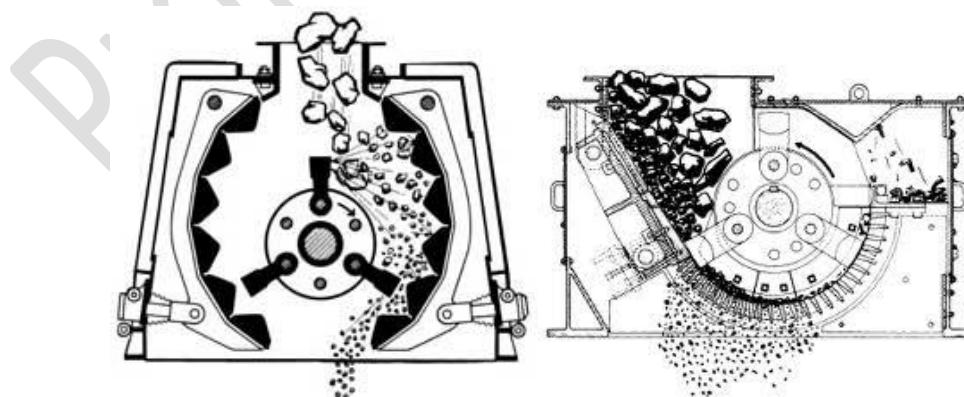
a) Moinhos de rolo

Os rolos giram em direções opostas e a velocidades diferentes. Sua superfície sofre muito desgaste. Também existem os rolos únicos giram contra uma superfície fixa.



b) Moinho de martelo

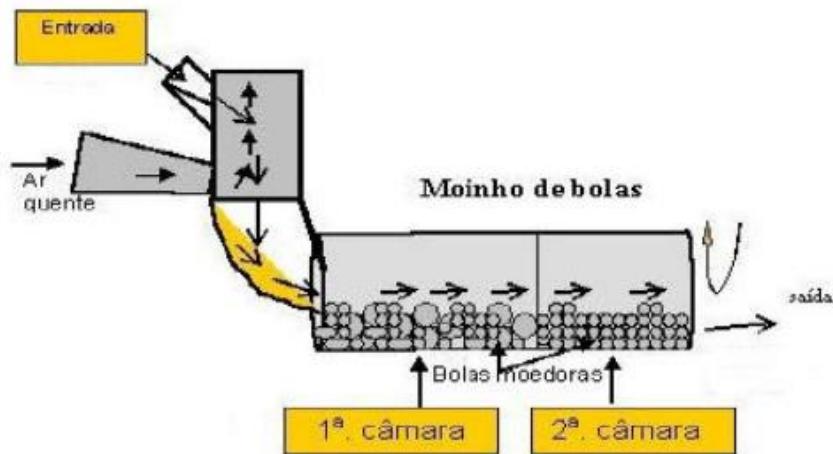
O material é quebrado pelo impacto dos martelos e pulverizado.



c) Moinho de bolas

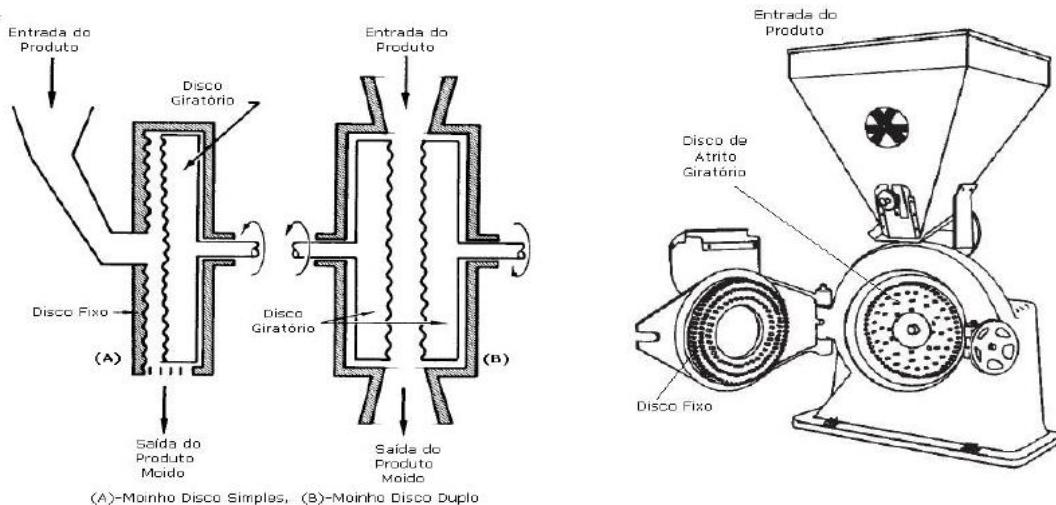
- Usado para redução fina de materiais;
- Material das bolas: ferro, aço, borracha, alumina;
- Diâmetro das bolas: 10 a 20 vezes o diâmetro da partícula mais grossa (25 a 125 mm);

- Quantidade de bolas: 35 a 55 % do volume do moinho.



Este moinho gira, provocando o impacto das bolas de aço com a mistura na primeira câmara de moagem. Na segunda câmara com bolas menores ocorre o atrito entre as bolas e o material, reduzindo ainda mais a granulometria.

#### d) Moinho de discos de atrito



#### e) Moinho de facas



f) Moinho coloidal (líquidos)



### **LEIS DA MOAGEM**

Para vencer a resistência interna do material e fragmentá-lo precisa-se de energia. A energia necessária para gerar uma fenda (corte ou fratura) no sólido depende do tipo de material (tamanho, dureza, umidade, plasticidade, etc.) e do tipo de equipamento de redução de tamanho.

Os parâmetros no cálculo de redução de tamanho são:

- quantidade de energia usada;
- tamanho inicial da partícula;
- tamanho da nova partícula formada.

Vários pesquisadores desenvolveram leis para predizer a potência necessária. A escolha da lei a usar depende de experiências práticas. Consegue-se uma aproximação de até 2 % na estimativa da potência necessária.

#### **Empíricas?**

1) LEI DE KICK (Lei empírica- primeiras fases do britamento)

“A energia requerida é diretamente proporcional a vazão de redução do tamanho, conduzindo a um valor n= 1.”

$$E = K_K \cdot C \ln \left( \frac{D_1}{D_2} \right)$$

$E$  é a energia necessária para reduzir uma unidade de massa alimentada com  $d_p = D_1$  para um produto com  $d_p = D_2$ ,  $K_K$  a constante de Kick,  $C$  a capacidade (ton/h).

2) LEI DE RITTINGER (Lei empírica- moagem fina)

“A energia necessária é diretamente proporcional ao aumento da superfície resultante, conduzindo a um valor n= 2.”

$$E = K_R \cdot C \left( \frac{1}{D_2} - \frac{1}{D_1} \right)$$

$E$  é a energia necessária para reduzir uma unidade de massa alimentada com  $d_p = D_1$  para um produto com  $d_p = D_2$ ,  $K_R$  a constante de Rittinger,  $C$  a capacidade (ton/h).

### 3) LEI DE BOND (Lei semi-empírica - geral)

“A energia requerida para formar partículas com diâmetro  $D$  de uma alimentação muito grande é proporcional a raiz quadrada da vazão superfície/volume (área superficial específica) do produto, conduzindo a um valor de  $n= 1,5$ . ”

$$E = K_B \cdot C \left( \frac{1}{\sqrt{D_{p2}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{p1}}} \right)$$

$E$  é a energia necessária para reduzir uma unidade de massa alimentada com  $D_1$  (peneira que retém 20 % do alimentado) para um produto com  $D_2$  (peneira que retém 20 % do produto),  $K_B$  é a constante de Bond e  $C$  a capacidade (ton/h).

- Índice de trabalho

A alimentação necessária para reduzir um material muito grande para um diâmetro em que 80 % do produto passe em uma malha de 100  $\mu\text{m}$  é denominada índice de trabalho e pode ser determinada por:

$$K_B = 0,3162 Wi$$

Sendo  $Wi$  um valor tabelado ou obtido experimentalmente.

Tabela III-15  
ÍNDICES DE TRABALHO PARA MOAGENS A ÚMIDO (kWh/t)  
PARA MOAGENS A SECO, MULTIPLICAR POR 1,34

Material	Densidade	Índice de trabalho
Argila	2,51	6,30
Ardósia	2,57	14,30
Areta	2,65	16,46
Barita	4,28	6,24
Bauxita	2,20	8,78
Basalto	2,89	20,41
Blenda	3,68	12,42
Calcário	2,66	12,74
Carbureto de silício	2,73	26,17
Cascalho	2,63	15,87
Carvão	1,40	13,00
Cimento	2,67	10,57
Clinquer	3,09	13,49
Coque	1,31	15,13

**EXERCÍCIO 10** - Qual é a potência requerida para esmagar 100 ton/h de calcário se 80 % da alimentação passa em uma peneira de 2 in e 80 % do produto passa em uma peneira de 1/8 in?

**EXERCÍCIO 11** - Determine a potência total consumida em uma moenda de cana de açúcar com três rolos operando nas seguintes condições: rotação de 5,5 rpm, diâmetro dos rolos de 0,82m, pressão hidráulica de 350 ton, trabalho da moenda de 100 ton de cana/h, largura dos rolos de 1,6 m, abertura axial de 20 mm e fração de fibra na cana de 0,15.

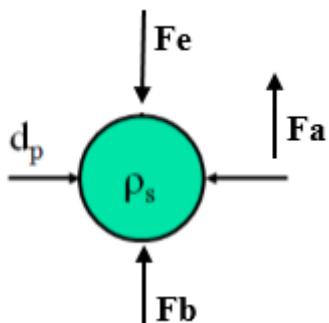
## 4. DINÂMICA DA PARTÍCULA SÓLIDA E CAMPO GRAVITACIONAL

A 2º lei de Newton também conhecida como o princípio fundamental da dinâmica, faz uma relação da resultante das forças aplicadas em um corpo com a aceleração exercida por ele.

Estabelece que o  $\sum \vec{F}$  que atuam em um sistema é igual a taxa de mudança de *momentum linear* do sistema.

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}, \text{ onde } \vec{P} = m \cdot \vec{v}$$

Para uma partícula de massa  $m$ ,  $\sum \vec{F}$  que atuam na partícula é a taxa de mudança de *momentum linear* da partícula (= quantidade de movimento da partícula).

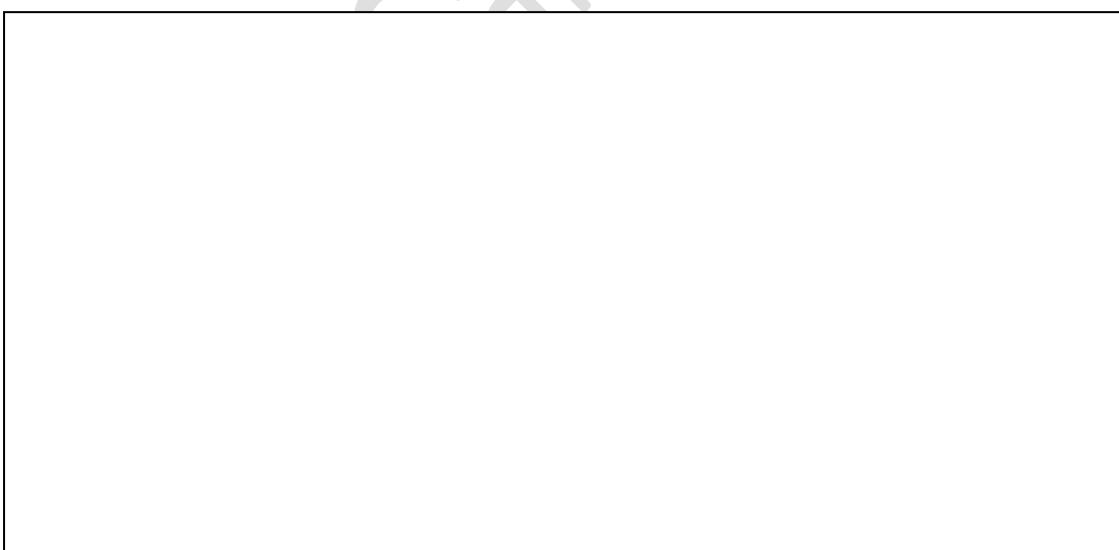


$F_e$  = força externa (gravidade ou campo centrífugo)

$F_b$  = força de empuxo

$F_a$  = força de arraste

Pela teoria da quantidade de movimento da partícula:

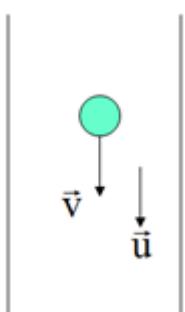


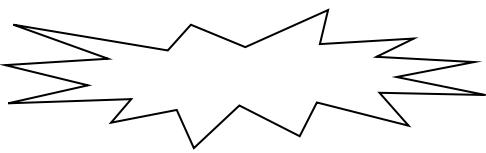
$F_K ???$

$\vec{u}$  velocidade do fluido

$\vec{v}$  velocidade da partícula

Força de atrito está relacionada à velocidade relativa ( $\vec{u} - \vec{v}$ )

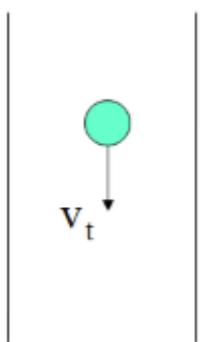




Define-se coeficiente de arraste  $C_D$ :

$$C_D = \frac{F_K/A}{\frac{1}{2}\rho|\vec{u} - \vec{v}|(\vec{u} - \vec{v})} \quad \rightarrow \quad F_K = \frac{1}{2}\rho A C_D |\vec{u} - \vec{v}| (\vec{u} - \vec{v})$$

### CASO PARTICULAR DA EQUAÇÃO DO MOVIMENTO:



#### ❖ Velocidade Terminal

Velocidade atingida pela partícula em condições de equilíbrio de forças ( $\sum \vec{F} = 0$ ) em um fluido em repouso.

É um importante parâmetro no projeto de equipamentos de separação.

\* Partindo do repouso, há um período de aceleração da partícula de velocidade terminal uniforme.

#### Tipos de escoamento

### ❖ Estimativa de $C_D$

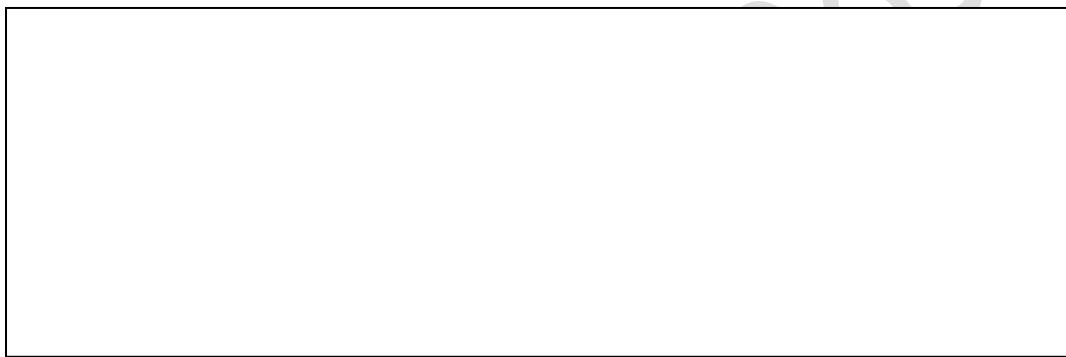
CASO 1: Escoamento lento de uma esfera caindo em um fluido em repouso (também chamado REGIME DE STOKES).

$$0 < \text{Re}_p < 1, \text{ onde } \text{Re}_p = \frac{\rho d_p v_t}{\mu}$$

$$F_K = 3\pi\mu d_p v_t = \frac{1}{2} \rho A C_D v_t^2 \quad (\text{Solução analítica para escoamento lento de Stokes, em 1901, livro Bird})$$

$$C_D = 24 \frac{\mu}{\rho d_p v_t} = \frac{24}{\text{Re}_p}$$

Substituindo na expressão de  $v_t$ :



CASO 2: Região Intermediária:  $1 < \text{Re}_p < 500$

$$\text{Allen: } C_D = \frac{18,5}{\text{Re}_p^{0,6}}$$

$$\text{Klyachko: } C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} + 4 \text{Re}_p^{-1/3} \text{ para } 3 < \text{Re}_p < 400$$

$$\text{Langmuir e Blodgett: } C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} + (1 + 0,197 \text{Re}_p^{0,63} + 0,0026 \text{Re}_p^{1,39}) \\ \text{para } 1 < \text{Re}_p < 100$$

CASO 3: Regime de Newton:  $500 < \text{Re}_p < 2 \cdot 10^5$

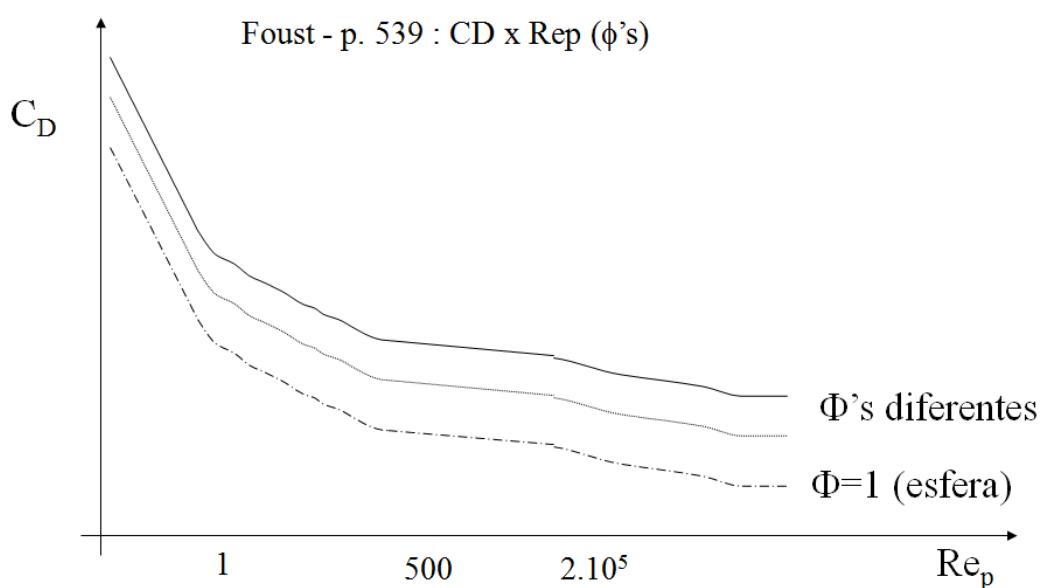
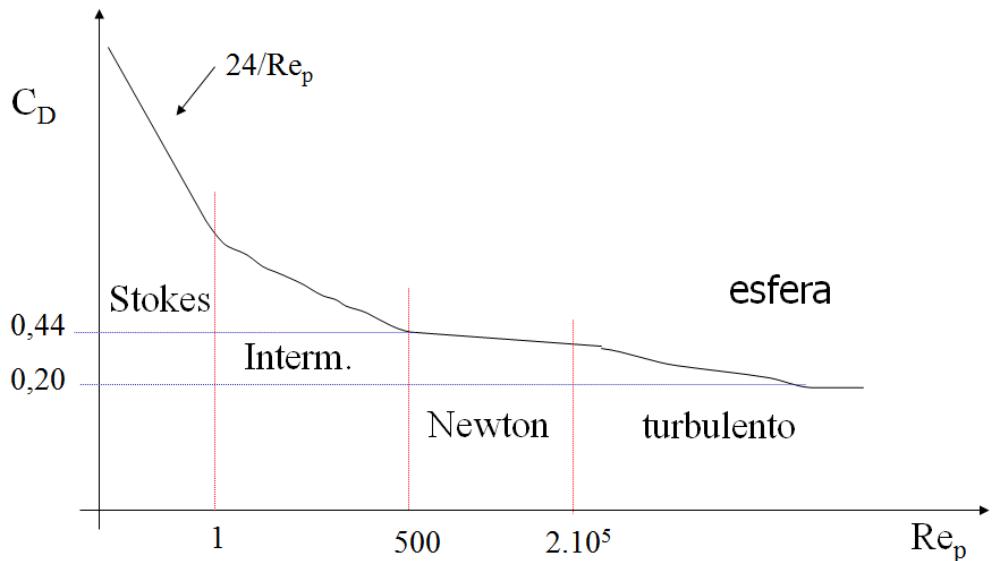
$$C_D \cong \text{cte} \quad v_t = \left( \frac{3d_p(\rho_s - \rho)g}{\rho} \right)^{1/2}$$

$$C_D = 0,44$$

CASO 4: Turbulento  $\text{Re}_p > 2 \cdot 10^5$

$$C_D = 0,20 \quad v_t = 2,58 \left( \frac{d_p(\rho_s - \rho)g}{\rho} \right)^{1/2}$$

FORMA GRÁFICA



**DIFERENTES FORMAS PARA OBTER  $d_p$ ,  $V_t$ ,  $C_D$**

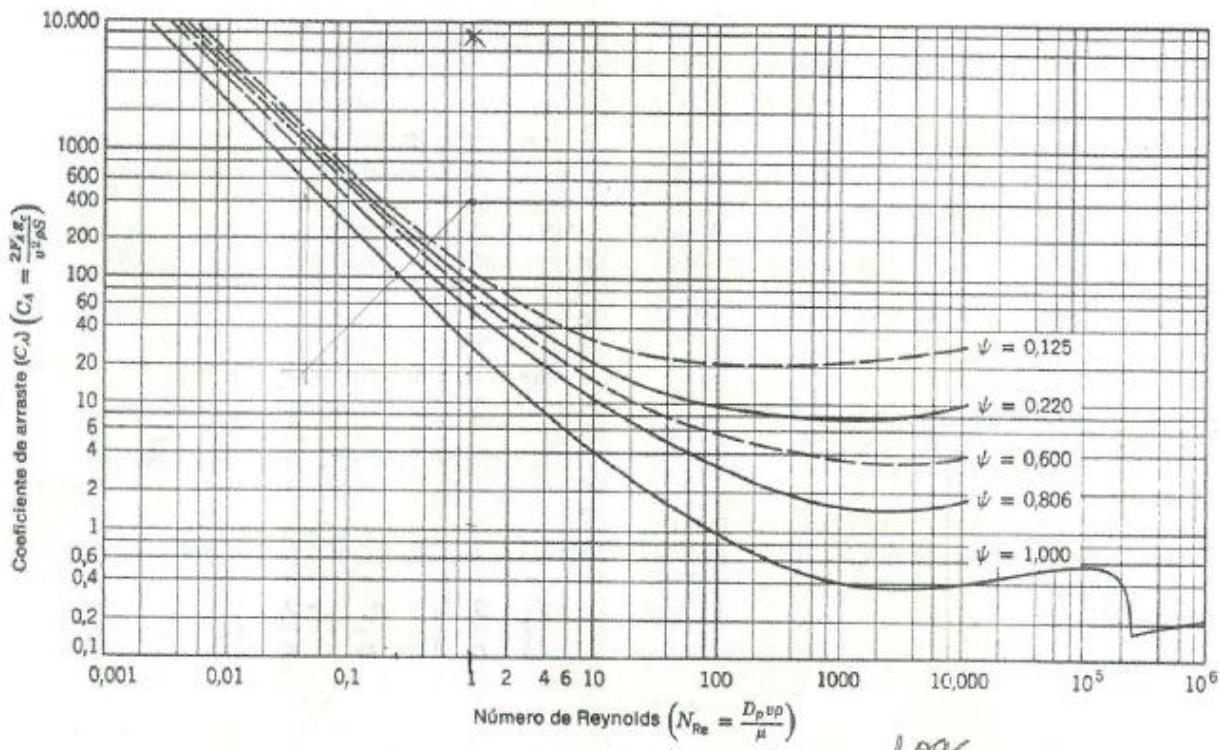
Problema tipo 1) dados  $d_p$ ,  $\rho$ ,  $\rho_s$  e  $\mu$

Calcular  $V_t$

Problema tipo 2) dados  $V_t$ ,  $\rho$ ,  $\rho_s$  e  $\mu$

Calcular  $d_p$

### 1) Método de Foust



**Figura 22.1a.:** Coeficiente de arraste em função do número de Reynolds  
(Foust, pág. 539).

## 2) Método do Perry

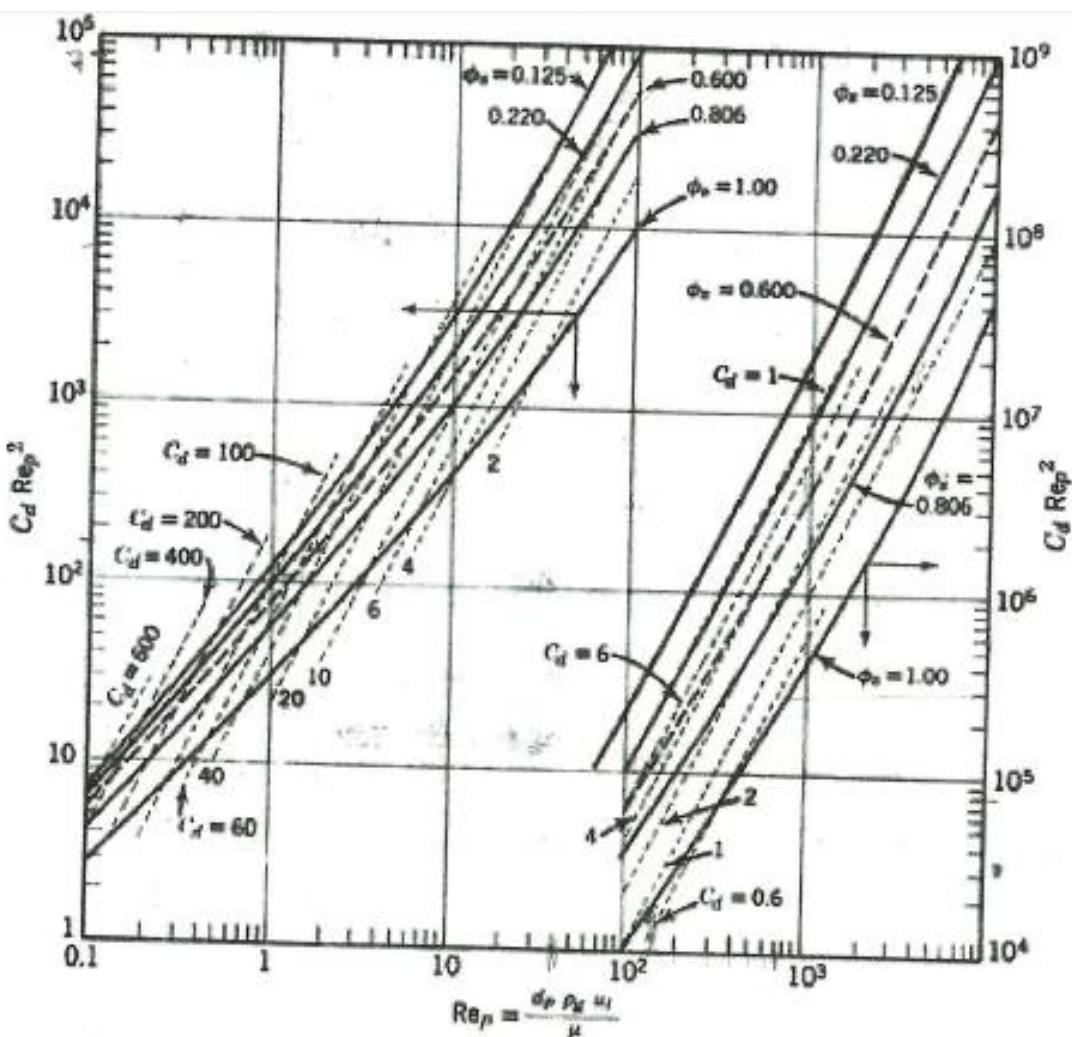
**TABLE 5-22 Drag Coefficient and Related Functions for Spherical Particles\***

$N_{Re}^{\dagger}$	$C_D$	$CN_{Re}^2$	$C/N_{Re}$
0.1	244	2.44	2440
0.2	124	4.96	620
0.3	83.8	7.54	279
0.5	51.5	12.9	103
0.7	37.6	18.4	53.8
1	27.2	27.2	27.2
2	14.8	59.0	7.38
3	10.5	94.7	3.51
5	7.03	176	1.41
7	5.48	268	0.782
10	4.26	426	0.426
20	2.72	(1.09)(10 <sup>3</sup> )	0.136
30	2.12	(1.91)(10 <sup>3</sup> )	0.0707
50	1.57	(3.94)(10 <sup>3</sup> )	0.0315
70	1.31	(6.42)(10 <sup>3</sup> )	0.0187
100	1.09	(1.09)(10 <sup>4</sup> )	0.0100
200	0.776	(3.10)(10 <sup>4</sup> )	(3.88)(10 <sup>-3</sup> )
300	0.653	(5.87)(10 <sup>4</sup> )	(2.18)(10 <sup>-3</sup> )
500	0.555	(1.39)(10 <sup>5</sup> )	(1.11)(10 <sup>-3</sup> )
700	0.508	(2.49)(10 <sup>5</sup> )	(7.26)(10 <sup>-4</sup> )
(1)(10 <sup>5</sup> )	0.471	(4.71)(10 <sup>5</sup> )	(4.71)(10 <sup>-4</sup> )
(2)(10 <sup>5</sup> )	0.421	(1.68)(10 <sup>6</sup> )	(2.11)(10 <sup>-4</sup> )
(3)(10 <sup>5</sup> )	0.400	(3.60)(10 <sup>6</sup> )	(1.33)(10 <sup>-4</sup> )
(5)(10 <sup>5</sup> )	0.387	(9.68)(10 <sup>6</sup> )	(7.75)(10 <sup>-5</sup> )
(7)(10 <sup>5</sup> )	0.390	(1.91)(10 <sup>7</sup> )	(5.57)(10 <sup>-5</sup> )
(1)(10 <sup>6</sup> )	0.405	(4.05)(10 <sup>7</sup> )	(4.05)(10 <sup>-5</sup> )
(2)(10 <sup>6</sup> )	0.442	(1.77)(10 <sup>8</sup> )	(2.21)(10 <sup>-5</sup> )
(3)(10 <sup>6</sup> )	0.456	(4.10)(10 <sup>8</sup> )	(1.52)(10 <sup>-5</sup> )
(5)(10 <sup>6</sup> )	0.474	(1.19)(10 <sup>9</sup> )	(9.48)(10 <sup>-6</sup> )
(7)(10 <sup>6</sup> )	0.491	(2.41)(10 <sup>9</sup> )	(7.02)(10 <sup>-6</sup> )
(1)(10 <sup>7</sup> )	0.502	(5.02)(10 <sup>9</sup> )	(5.02)(10 <sup>-6</sup> )
(2)(10 <sup>7</sup> )	0.498	(1.99)(10 <sup>10</sup> )	(2.49)(10 <sup>-6</sup> )
(3)(10 <sup>7</sup> )	0.481	(4.33)(10 <sup>10</sup> )	(1.60)(10 <sup>-6</sup> )
(3.5)(10 <sup>7</sup> )	0.396	(4.86)(10 <sup>10</sup> )	(1.13)(10 <sup>-6</sup> )
(3.75)(10 <sup>7</sup> )	0.238	(3.34)(10 <sup>10</sup> )	(6.34)(10 <sup>-7</sup> )
(4)(10 <sup>7</sup> )	0.0891	(1.43)(10 <sup>10</sup> )	(2.23)(10 <sup>-7</sup> )
(4.25)(10 <sup>7</sup> )	0.0728	(1.32)(10 <sup>10</sup> )	(1.71)(10 <sup>-7</sup> )
(4.5)(10 <sup>7</sup> )	0.0753	(1.53)(10 <sup>10</sup> )	(1.67)(10 <sup>-7</sup> )
(5)(10 <sup>7</sup> )	0.0799	(2.00)(10 <sup>10</sup> )	(1.60)(10 <sup>-7</sup> )
(7)(10 <sup>7</sup> )	0.0945	(4.63)(10 <sup>10</sup> )	(1.35)(10 <sup>-7</sup> )
(1)(10 <sup>8</sup> )	0.110	(1.10)(10 <sup>11</sup> )	(1.10)(10 <sup>-7</sup> )
(2)(10 <sup>8</sup> )	0.150	(6.00)(10 <sup>11</sup> )	(7.50)(10 <sup>-8</sup> )
(3)(10 <sup>8</sup> )	0.163	(1.47)(10 <sup>12</sup> )	(5.44)(10 <sup>-8</sup> )
(5)(10 <sup>8</sup> )	0.174	(4.35)(10 <sup>12</sup> )	(3.48)(10 <sup>-8</sup> )
(7)(10 <sup>8</sup> )	0.179	(8.75)(10 <sup>12</sup> )	(2.55)(10 <sup>-8</sup> )
(1)(10 <sup>9</sup> )	0.182	(1.82)(10 <sup>13</sup> )	(1.82)(10 <sup>-8</sup> )

\*Adopted from Clift, Grace, and Weber, op. cit., p. 112.

†For values of  $N_{Re}$  less than 0.1,  $C = 24/N_{Re}$ .

## 3) Método de Kunii e Levenspiel



**Figure 8:** Chart for calculating the terminal velocity of particles falling through fluids  
 (KUNII & LEVENSPIEL, Fluidization Engineering, pag. 77)

**EXERCÍCIO 12** - Dada uma partícula de areia de 700 µm de diâmetro, esfericidade 0,8 e massa específica 2,65 g/cm<sup>3</sup>. Obtenha a velocidade terminal da partícula em água.

**EXERCÍCIO 13** - Calcular o diâmetro de uma partícula que possui densidade de 7,5 e que cai em água com velocidade terminal de 4 cm/s.

**EXERCÍCIO 14** - Obtenha o valor da velocidade terminal de uma microesfera de vidro com massa específica de 2,453 g/cm<sup>3</sup> e diâmetro de 250 µm, que cai em água a 30 °C ( $\rho$ : 995,71 g/cm<sup>3</sup>;  $\mu$ : 8,25.10<sup>-3</sup> g/cm.s)

**EXERCÍCIO 15** - Uma partícula de galena que apresenta massa específica 6,5 g/cm<sup>3</sup> e esfericidade igual a 0,83 cai em água a 30 °C. Em tais condições a velocidade terminal da partícula é igual a 3,5 cm/s. Estime o valor do diâmetro de uma partícula.

**PROPOSTA DE MASSARANI:** Corrigir  $dp$  quando a partícula não é esférica.

$$k_1 = 0,843 \log \frac{\emptyset}{0,065}$$

$$V_t = \frac{(\rho_s - \rho)gd_p^2 k_1}{18\mu}$$

## 5. SEPARAÇÃO DE PARTICULADOS POR AÇÃO GRAVITACIONAL e CENTRÍFUGA

- eliminar risco de explosão
- obtenção do produto desejado
- evitar desperdício de material de alto valor agregado
- controle da poluição (líquido e gás)

Gravitacionais: câmara de poeira e elutriador

Centrífugos: centrífuga, ciclone e hidrociclone

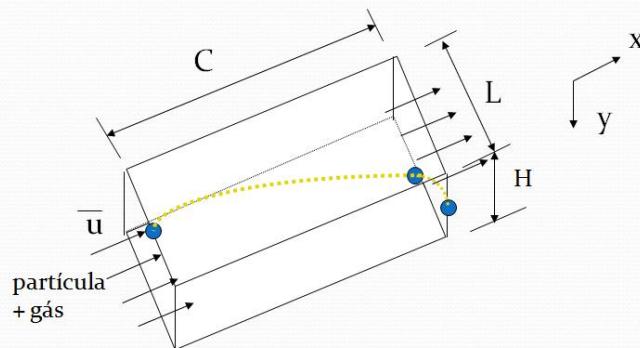
Decantação → é princípio em comum, em que ocorre a deposição ou captação do sólido, tendo como conhecimento sua velocidade terminal em determinado fluido.

Força motriz do processo?

## 6. CÂMARA DE POEIRA

- Separação se baseia na diferença entre o tempo de permanência de uma determinada partícula presente em uma corrente gasosa, e seu tempo de queda em uma coluna de separação.
- Equipamento constituído por um duto raso com uma caixa de grande profundidade em relação ao diâmetro do tubo. POR QUÊ?
- Pode ser dividida em vários compartimentos.
- Baseia-se na sedimentação livre, considerando a velocidade terminal.

Qual o diâmetro da menor partícula que fica retida na câmara?

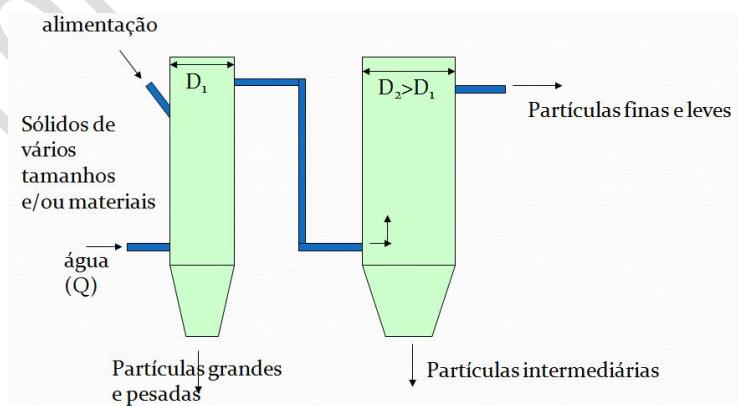


Tempo de queda → depende ?

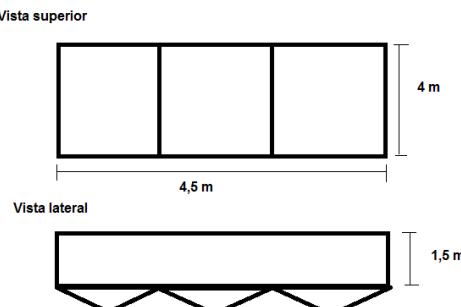
## Equações de projeto

### 7. ELUTRIADOR

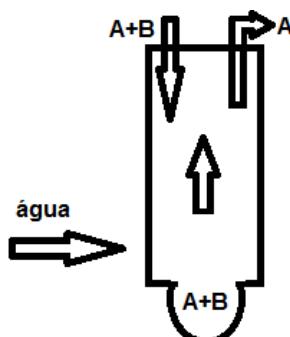
Elutriadores consistem em tubos verticais de diversos diâmetros que permitem a separação e/ou classificação de sistemas sólido/fluido. Essa separação é feita pela adição de um fluido ou suspensão na base do tubo vertical com o objetivo de arrastar as partículas menores para o topo. Neste processo, os sólidos pesados com  $V_t$  maior que a velocidade de arraste do fluido ou da suspensão sedimentam e são removidos pela base.



**EXERCÍCIO 16** - Uma câmara de poeira foi projetada para operar com vazão do ar de  $140 \text{ m}^3/\text{min}$  ( $\rho_{\text{ar}}: 1,091 \text{ kg/m}^3$ ;  $\mu_{\text{ar}}: 2,03 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m.s}$ ). A massa específica das partículas é  $3 \text{ g/cm}^3$  e esfericidade  $0,75$ . Determine o tamanho das partículas que ficam retidas no equipamento.



**EXERCÍCIO 17** - Deseja-se estudar a possibilidade de separar o minério A do minério B através da operação de elutrição com corrente ascendente de água. Determine a velocidade terminal e a faixa granulométrica do minério A obtido para que esta separação ocorra.



$$\rho_{s,A}: 2,2 \text{ g/cm}^3 \quad \phi_A: 0,7$$

$$\rho_{s,B}: 3,2 \text{ g/cm}^3 \quad \phi_B: 0,85$$

Faixa granulométrica da mistura A+B: peneiras 28 e 100

**EXERCÍCIO 18** - A tabela apresenta os resultados obtidos na elutrição de  $5,05 \text{ g}$  de partículas esféricas de catalisador ( $\rho_s=1500 \text{ kg/m}^3$ ), recolhidas no fundo de um conjunto de peneiras, com água a  $30^\circ\text{C}$  e vazão de  $20 \text{ cm}^3/\text{min}$ . Obtenha a distribuição granulométrica da amostra em termos do diâmetro de Stokes. A partir dos resultados obtidos, obtenha o diâmetro médio de Sauter.

Elutriador	Diâmetro do tubo (cm)	Massa recolhida (g)
1	2	1,02
2	3	1,43
3	6	1,61
4	12	0,89

## 8. CENTRIFUGAÇÃO E CAMPO CENTRÍFUGO

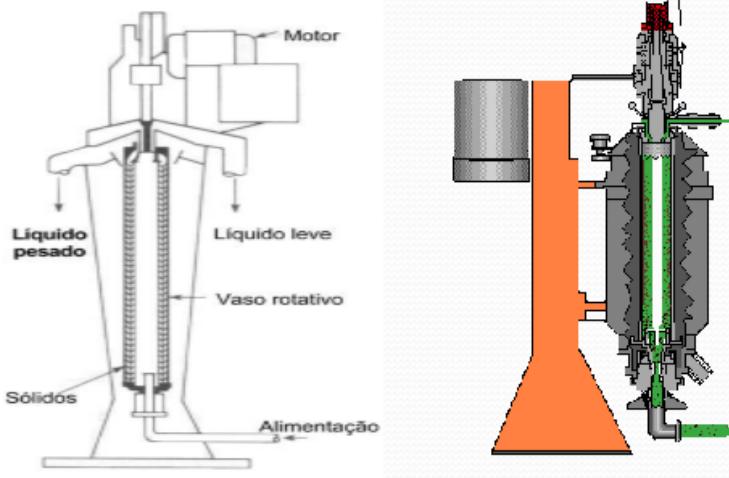
A centrifugação é um processo de separação em que a força centrífuga relativa gerada pela rotação da amostra é usada para sedimentar sólidos em líquidos, ou líquidos imiscíveis de diferentes massas específicas, separando-os.

É uma operação unitária amplamente utilizada nas áreas industriais. Os tipos de centrífugas mais utilizadas são:

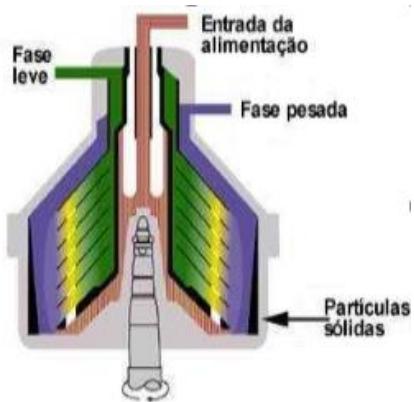
- a) Centrífugas de cesto filtrante



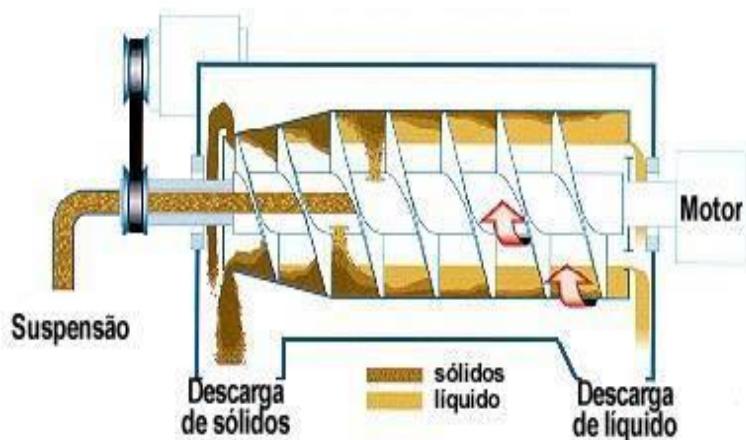
- b) Centrifugador com vaso tubular



- c) Centrífuga a disco



d) Centrifugador-decantador



e) Centrífuga de tambor



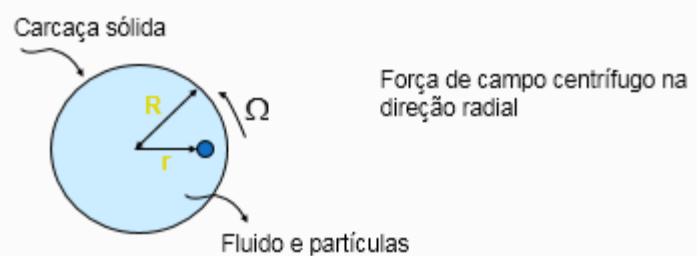


### ❖ Partícula em um Meio Fluido Sujeita a um Campo Centrífugo

- **Equação do Movimento**

Coordenadas cilíndricas

Componentes tangencial e radial



- Considerações

- Para o fluido:

$u_r = 0$  (velocidade radial nula)

$u_\theta = \Omega r$  (velocidade tangencial com perfil linear em  $r = R$ ;  $u_\theta = \Omega R$ )

- Para a partícula:

$v_r$  e  $v_0$  existem e sendo movimento uniforme

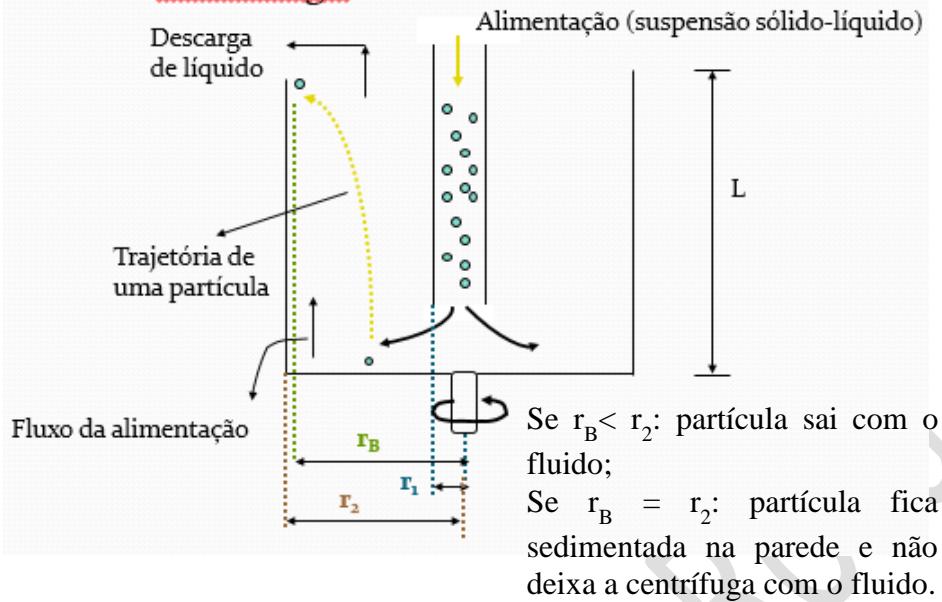
$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{dv_\theta}{dt} = 0$$

- Força de campo centrífugo

- Componente radial (dinâmica da partícula)

**Equação Geral para a Sedimentação Centrífuga**

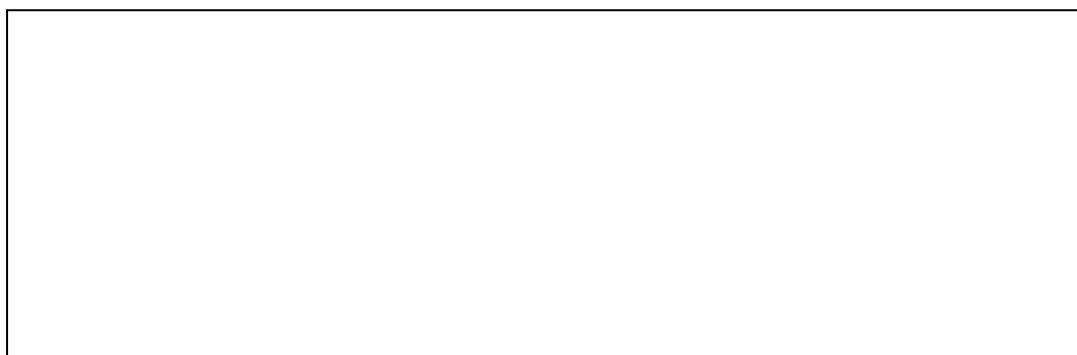
## Centrífuga Tubular



A alimentação é descartada no fundo da centrífuga e supõe-se que todo líquido tem movimento ascendente uniforme, carregando consigo as partículas, as quais se movem radialmente com velocidade radial terminal  $v_r$ .

Uma partícula de um determinado tamanho será separada do líquido se o tempo de residência for suficiente para a partícula atingir a parede da centrífuga. Ao fim do tempo de residência, a partícula está a uma distância  $r_B$  do eixo de rotação.

## ❖ COMPARAÇÃO ENTRE CENTRÍFUGAS



ESCOAMENTO E SEPARAÇÃO DE SÓLIDOS PARTICULADOS MEDIANTE A MECÂNICA DOS FLUIDOS

553

**Tabela 22.1 Desempenho comparado de centrifugadores<sup>1</sup>**

	Calculados pela geometria do sistema	Valores $\Sigma, \text{ft}^2$	
		A partir de dados empíricos da clarificação de sistemas ideais	Extrapolação de sistemas industriais (ensaios de supercentrifugadores)
<b>Supercentrifuga de laboratórios (vaso tubular com <math>1\frac{3}{4}</math> in de diâm. interno e <math>7\frac{1}{4}</math> in de comprimento) operando a:</b>			
10.000 rpm	582	582	582*
16.000 rpm	1.485	1.485	
23.000 rpm	3.070	3.070	1.290
50.000 rpm	14.520		Não se usa
<b>Supercentrifuga n.º 16 (vaso tubular com <math>4\frac{1}{8}</math> in de diâm. interno e 29 in de comprimento) operando a:</b>			
15.000 rpm	27.150	27.150	27.150
<b>Centrifugador n.º 2, com discos de <math>r_1 = 1\frac{7}{8}</math> in e <math>r_2 = 5\frac{3}{4}</math> in</b>			
52 discos, com semi-ângulo de $35^\circ$ , 6.000 rpm	176.800	98.000	89.400 até 178.800
50 discos, com semi-ângulo de $45^\circ$	134.000	72.000	67.900 até 134.000
<b>Super-D-Cantor (centrifugador-decantador)</b>			
PN-14 (cuba cônica), 3.250 rpm ( $D = 14$ in — 8 in, $L = 23$ in)	4.750	2.950	2.950*
PY-14 (vaso cilíndrico), 3.250 rpm ( $D = 14$ in, $L = 23$ in)	8.940	5.980	5.980*

\*Para taxas de produção relativamente baixas.

**EXERCÍCIO 19** - A empresa X realizou testes em laboratório para um ensaio de separação de leveduras de uma suspensão aquosa na temperatura de 25 °C. Foi utilizada uma centrífuga tubular com vazão da suspensão que permitia obter um clarificado satisfatório = 35 L/h. A centrífuga possuía as seguintes dimensões:  $R_0 = 1,2$  cm;  $R = 2,8$  cm e  $L = 25$  cm;  $N = 16000$  rpm. Determine a capacidade de uma centrífuga industrial que opera com a mesma suspensão a 13000 rpm e possui as seguintes dimensões:  $R_0 = 6,5$  cm;  $R = 9$  cm e  $L = 60$  cm.

**EXERCÍCIO 20** - Calcule a vazão de alimentação de uma pequena centrífuga sedimentadora tubular com a seguinte configuração:

Rotação: 25000 rpm;

$D_{\text{partícula}} = 0,8 \mu\text{m}$ ;

$\rho_{\text{sólido}} = 1500 \text{ kg/m}^3$ ;

$\rho_{\text{líquido}} = 810 \text{ kg/m}^3$ ;

$\mu = 120 \text{ cp}$ ;

$L = 20 \text{ cm}$ ;

Distância do centro da centrífuga até superfície do líquido: 2 cm;

Distância da centrífuga até a parede do cesto: 4 cm.

## 9. CICLONES E HIDROCICLONES

Os ciclones são equipamentos onde a mistura sólido/fluido é alimentada tangencialmente e em alta velocidade na parte superior de uma câmara na forma de um tronco cilíndrico/cônico.

No interior os sólidos pesados, que devido a força centrífuga podem chegar a ter mais de duas mil vezes o seu peso, percorrem uma espiral descendente junto a parede e saem através de um orifício inferior (*underflow*). Já os sólidos finos, percorrem uma espiral interna ascendente e saem por uma abertura superior junto com o fluido (*overflow*).

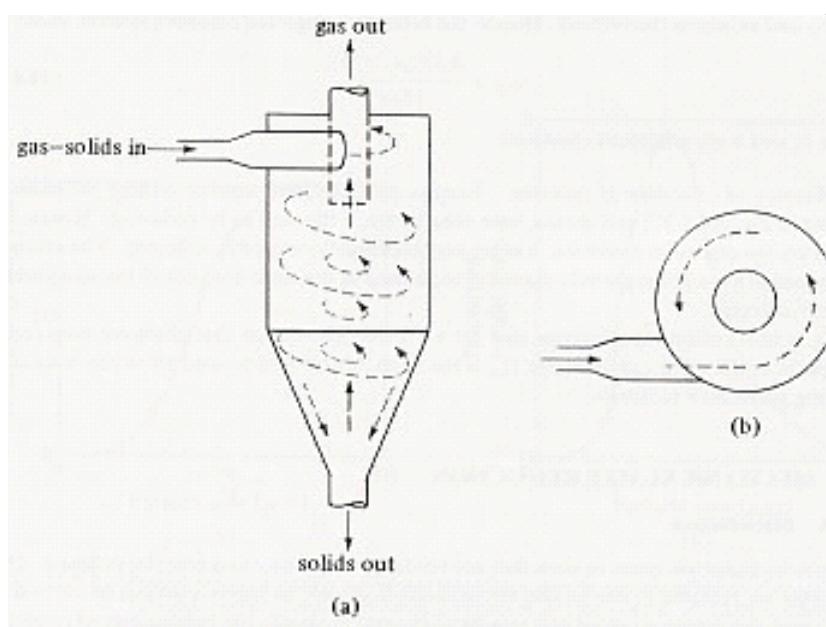


FIGURE 14.4-6. Gas-solid cyclone separator: (a) side view; (b) top view.

Os ciclones apresentam como vantagem a força externa sobre as partículas com altas velocidades tangenciais que é muitas vezes superior à força da gravidade. Portanto, os ciclones são muito mais eficazes do que as câmaras de decantação/poeira.

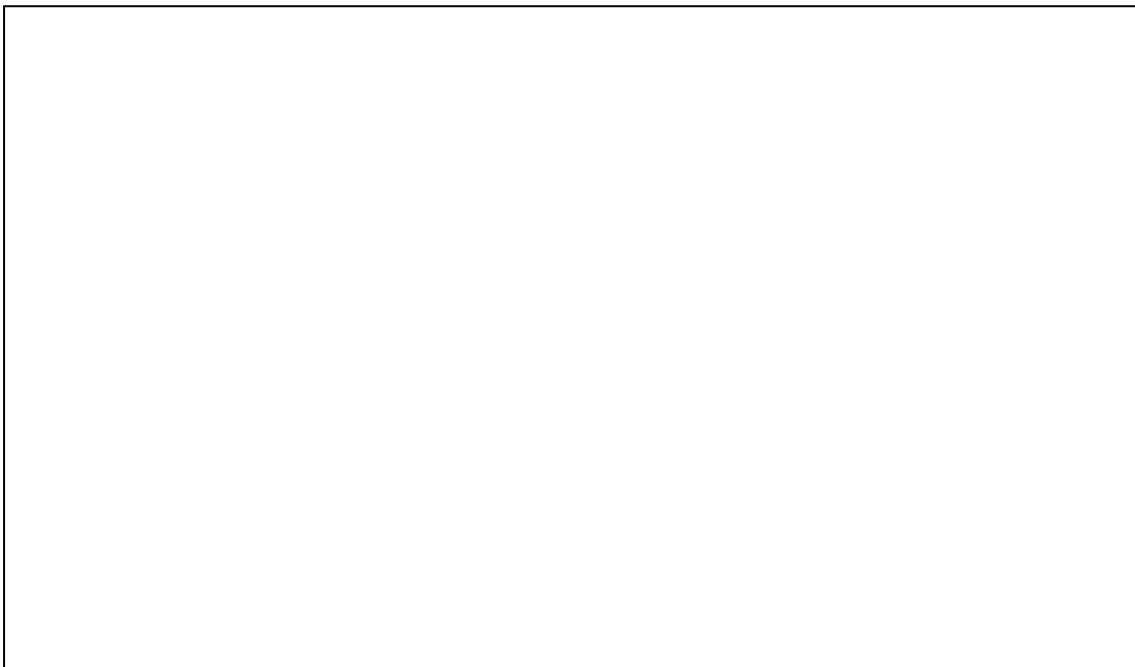
Tipos de Ciclones (separação sólido/gás)

- Lapple;
- Niigas;
- Stairmand;

Tipos de Hidrociclones (separação sólido/líquido)

- Rietema;
- Bradley;
- CBV/Demco;
- AKW;

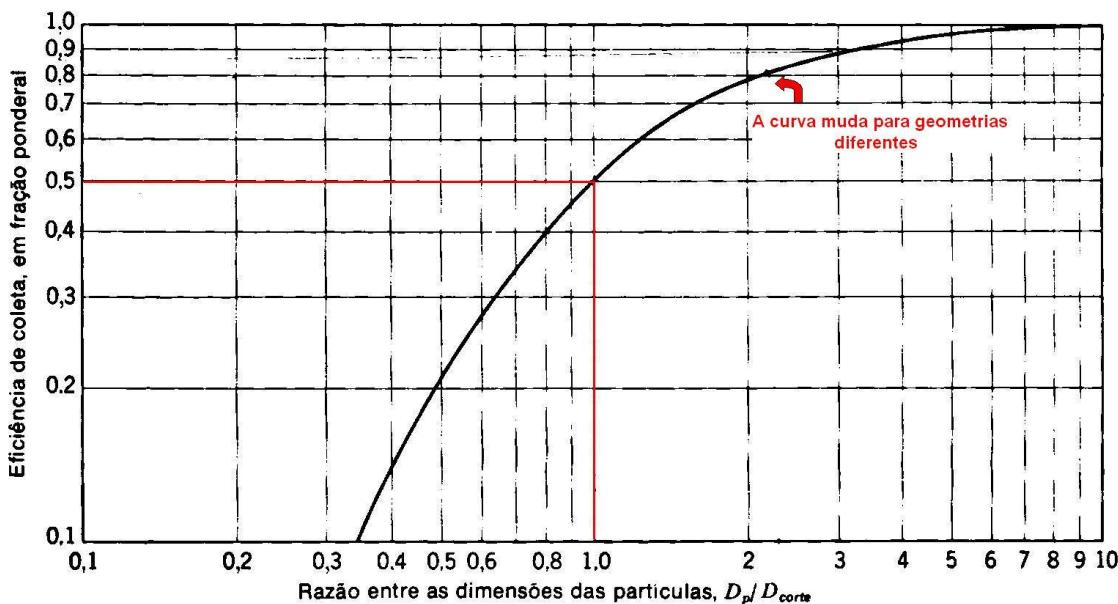
❖ Cálculo do projeto de Ciclones Lapple



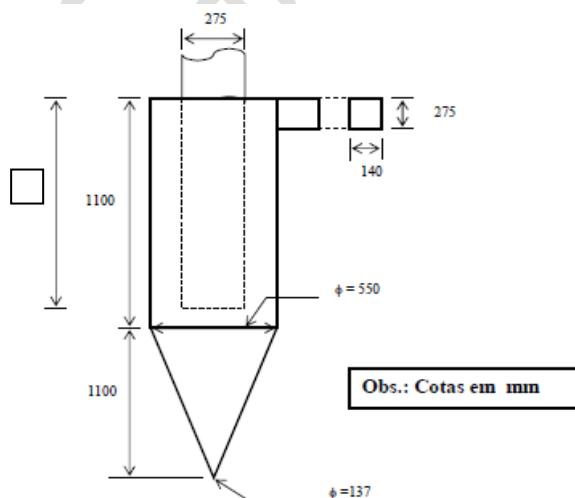
As equações para determinação do diâmetro de corte ( $d_{pc}$ ), eficiência ( $\eta$ ) e queda de pressão ( $\Delta P$ ) podem ser obtidas na tabela abaixo.

Ciclone Lapple		Ciclone Lapple		
Altura da entrada		$\frac{H}{D} = 0,5$	Velocidade do fluido	$u = \frac{Q}{W \cdot H}$
Largura da entrada		$\frac{W}{D} = 0,25$	Diâmetro de corte	$d_{pc} = \sqrt{\frac{9 \cdot \mu \cdot W}{(\rho_s - \rho) \cdot 10 \cdot u \cdot \pi}}$
Diâmetro de saída do gás		$\frac{D_s}{D} = 0,5$		$\frac{d_{pc}}{D} = 0,095 \left[ \frac{\mu \cdot D}{Q \cdot (\rho_s - \rho)} \right]^{1/2}$
Comprimento do corpo		$\frac{L_b}{D} = 2,0$	Eficiência	$\eta = \left[ 1 + \left( \frac{1,25}{d_p/d_{pc}} \right)^{2,64} \right]^{-2/3}$
Comprimento do cone		$\frac{L_c}{D} = 2,0$	Queda de pressão	$\Delta P = 4 \cdot \rho \cdot u^2$
Diâmetro de saída do particulado		$\frac{D_d}{D} = 0,25$		
Ciclones em paralelo	$u = \frac{Q}{n \cdot W \cdot H}$			

Outra maneira de determinar a eficiência de um ciclone Lapple é graficamente.



**EXERCÍCIO 21** - Uma empresa projetou um ciclone com as dimensões abaixo especificadas para coletar partículas de um fluxo de ar a 70 °C e 1 atm. Velocidade do ar na seção de entrada do ciclone: 15 m/s. A massa específica das partículas sólidas é de 1,05 g/cm<sup>3</sup>. Verificar a validade da seguinte afirmação: partículas com mais de 20 µm são coletadas com eficiência superior a 99,5 %.



**EXERCÍCIO 22** - O ferro-velho “Dois Irmãos” da Pavuna dispõe de um conjunto de 3 ciclones Lapple em paralelo, estado de conservação razoável. O diâmetro do ciclone é de 20”. Fornecer:

- A capacidade do conjunto (m<sup>3</sup>/h de gás).
- O diâmetro da partícula que é coletada com eficiência superior a 95 %.
- A potência consumida na separação.

Considerar que o gás seja ar a 200 °C e 1 atm e que as partículas sólidas tenham uma densidade de 3 g/cm<sup>3</sup>.

**EXERCÍCIO 23** - Objetiva-se avaliar o desempenho de um ciclone do tipo Lapple de 50 cm de seção cilíndrica, utilizado na separação de um catalisador, cuja massa específica é igual a 1,5 g/cm<sup>3</sup>. A fase particulada está presente em uma corrente de ar, a qual alimenta o ciclone à vazão de 15 m<sup>3</sup>/min. Sabendo que um conjunto de elutriadores com base no diâmetro de Stokes apresentou os resultados demonstrados na tabela, calcule:

- O diâmetro médio de Sauter do material particulado;
- A eficiência global do processo de separação no ciclone.

d ST (μm)	118	103	92	69	59	55	41
m (g)	20	8	3	17	34	20	22

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CREMASCO, M. A. Operações Unitárias Em Sistemas Particulados e Fluidomecânicos, Ed. Blucher, 2011.
- FOUST, A. S.; WENZEL, A. W.; CLUMP, C. W.; MAUS, L.; ANDERSEN, L. B. Princípios das Operações Unitárias, LTC, 2<sup>a</sup> Ed., 1982.
- GEANKOPLIS, C. J. Transport Processes and Separation Process Principles: Include Unit Operations, Prentice Hall, 4<sup>a</sup> Ed., 2003.
- MASSARANI, G. Fluidodinâmica em Sistemas Particulados, Ed. e-papers, 2<sup>a</sup> Ed., 2002.
- MCCABE, W. L.; SMITH, J. C.; HARRIOTT, P. Unit Operations of Chemical Engineering, McGraw-Hill, 7<sup>a</sup> Ed., 2005.
- NOTAS DE AULA. Disciplina de Sistemas Particulados. Faculdade de Engenharia Química, Unicamp, 2008.
- PERRY, R.H.; GREEN, D.W.; MALONEY, J.O. Perry's Chemical Engineer's Handbook, McGraw-Hill, 7<sup>a</sup> Ed., 1997.

# APOSTILA OP I

## Parte II

Prof<sup>a</sup>. Gabriela Silveira da Rosa



## 10. SEDIMENTAÇÃO

### ❖ O que é sedimentação?

É a separação de uma suspensão sólido-fluido, baseada na diferença entre as concentrações das fases presentes sujeitas a ação da gravidade. A operação consiste em concentrar suspensões de sólidos em líquidos ou purificar o líquido.

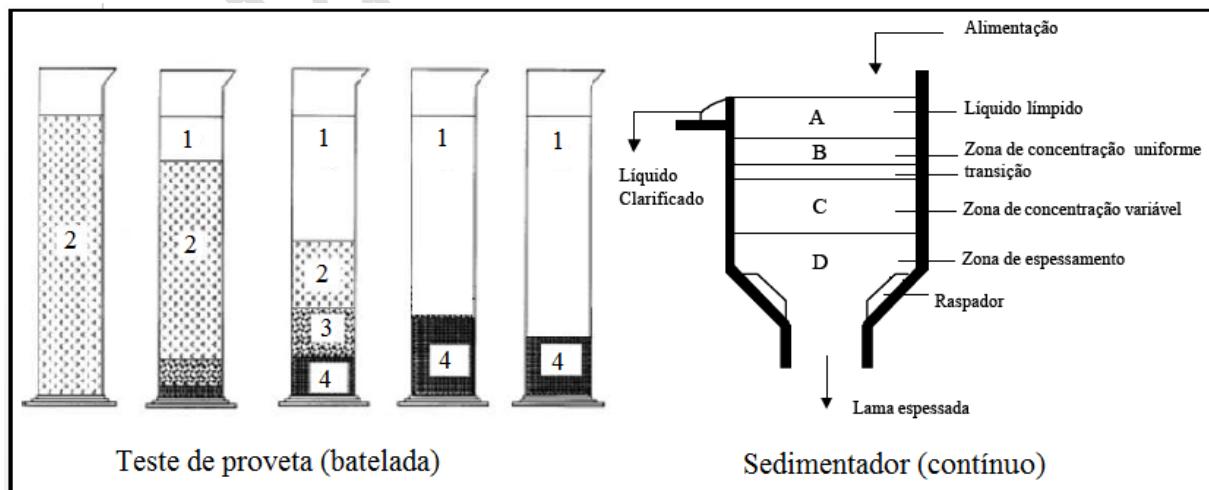
### ❖ Qual o objetivo?

**Clarificação:** quando o interesse básico é a obtenção de um sobrenadante limpo, ou seja, uma fase líquida com o mínimo de sólidos. Ocorre principalmente em tratamento d'água e as concentrações envolvidas são baixas;

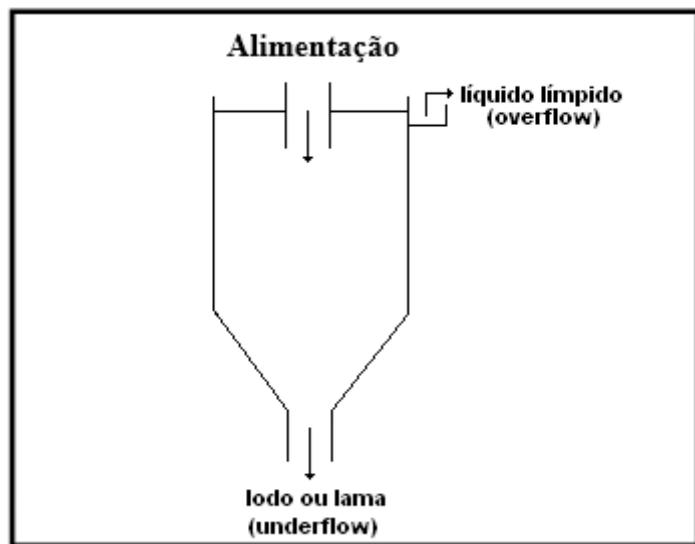
**Espessamento:** quando o principal interesse é a obtenção de uma suspensão mais concentrada, ou seja, uma fase sólida com o mínimo de líquido. Ocorre na maioria das indústrias químicas e as concentrações envolvidas são moderadas.

### ❖ Onde ocorre?

Em geral efetuada em tanques de secção cilíndrica ou retangular denominados de sedimentadores, podendo ser realizada em batelada (um simples tanque) ou em equipamento contínuo.



Nesses equipamentos, o fluido límpido é retirado pelo topo do tanque (overflow) e o sólido sedimentado ou lodo é retirado pela base do tanque (underflow).



A medida que o processo evolui, é estabelecido um gradiente de concentração, de modo que, se passa a ter um líquido isento de sólido e uma suspensão mais concentrada no fundo, que deve ser retirada por um mecanismo adequado.

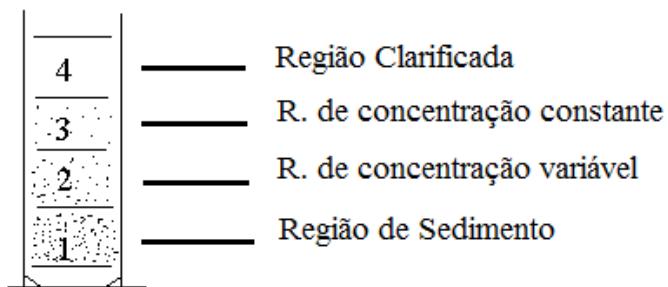
❖ **Quais as variáveis influenciam na escolha do tipo e do projeto de sedimentadores?**

- Diâmetro da partícula ( $d_p$ );
- Distância radial ( $r$ );
- Massa específica do sólido e fluido ( $\rho_s$  e  $\rho$ );
- Interação da fase sólida com a fase líquida;
- Condições e variáveis de processo.

### **PROJETO DO SEDIMENTADOR (área e altura)**

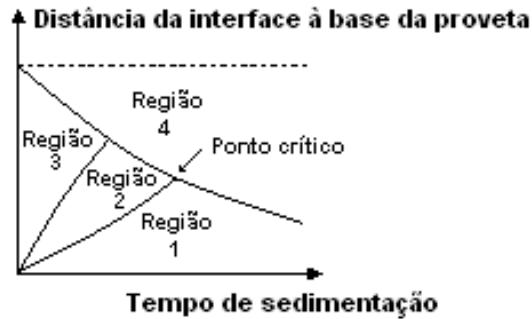
Para o projeto é necessária a realização dos testes de proveta.

Se a solução for “bem comportada” (partículas de tamanho uniforme) aparecem na proveta 4 regiões distintas.



No sedimentador contínuo geralmente não aparece a região 3.

Graficamente tem-se:



#### ❖ Valores típicos das variáveis no sedimentador:

- conc. Sólidos na alimentação: 1 a 10 % em peso
- conc. Sólidos no lodo: 5 a 70 % em peso
- raio do sedimentador: até 100 m
- altura do sedimentador: até 10 m
- número de rotações do raspador: 2 a 30 rot/h
- dimensão partículas sólidas: > 50 µm

## 10.1 CÁLCULO DA ÁREA DO SEDIMENTADOR

Dentre os métodos de dimensionamento da área, citam-se o de Coe & Clevenger, Kynch e Biscaia Júnior. Considera-se as seguintes variáveis:

$Q$  – vazão de alimentação,  $[L^3/\theta]$

$L$  – vazão de suspensão descendente, em um nível qualquer do sedimentador,  $[L^3/\theta]$

$V$  – vazão de líquido ascendente, em um nível qualquer do sedimentador,  $[L^3/\theta]$

$U$  – vazão de lama que deixa o sedimentador,  $[L^3/\theta]$

$\varepsilon$  – fração volumétrica de sólidos,  $[-]$  ( $\rho/\rho_s$ )

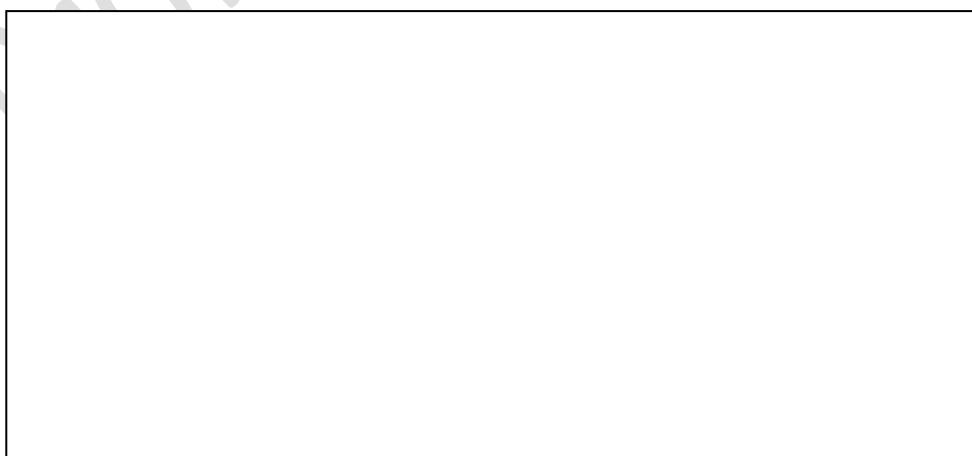
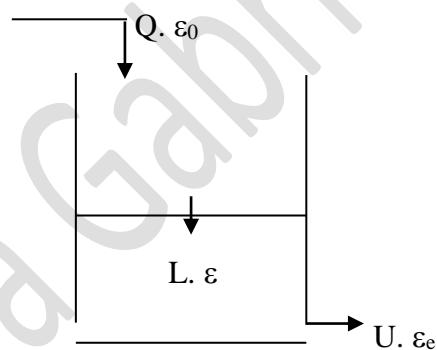
$\varepsilon_0$  – na alimentação

$\varepsilon_e$  – na lama espessa

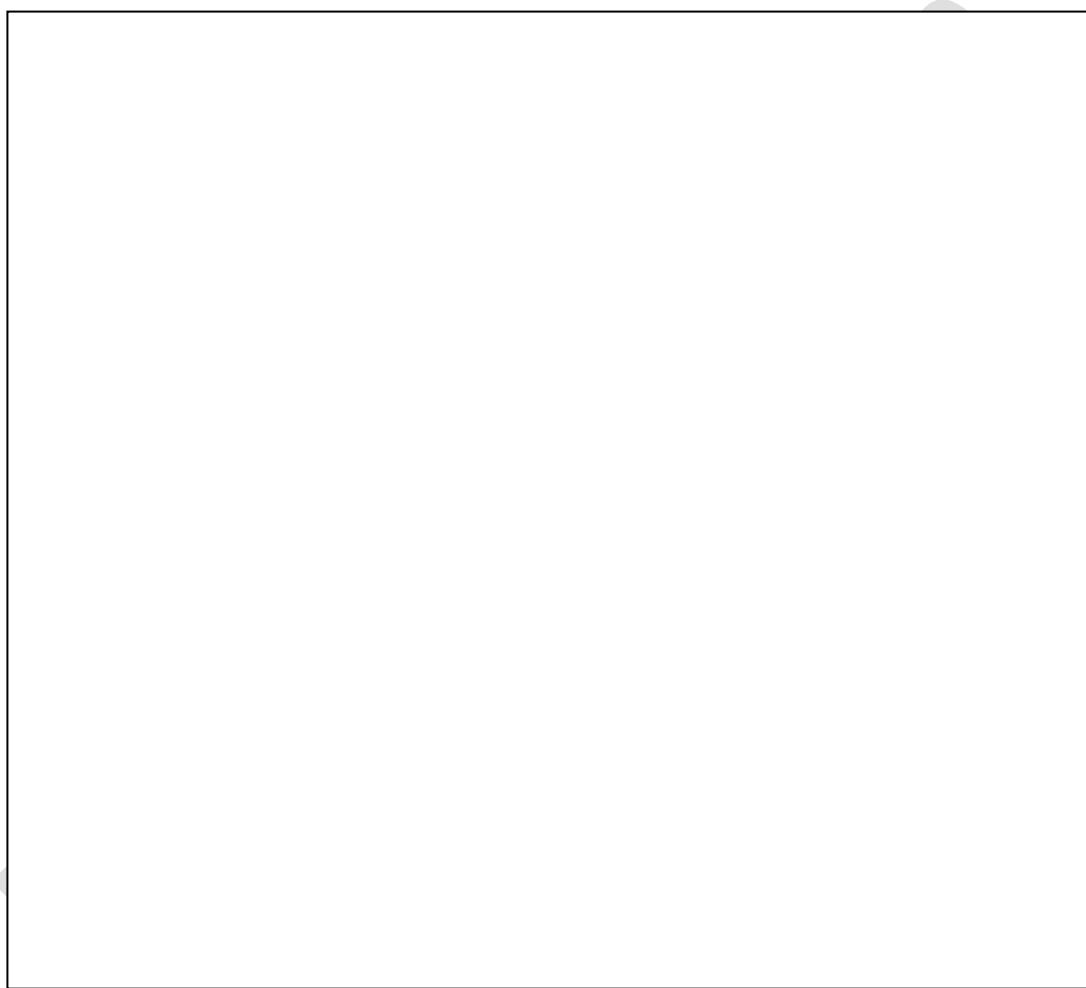
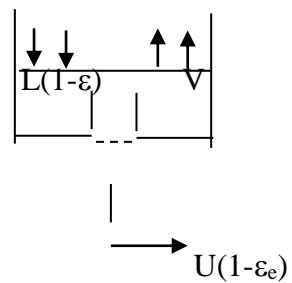
$A$  – área da seção transversal do sedimentador,  $[L^2]$

#### A) Balanço de massa de sólidos:

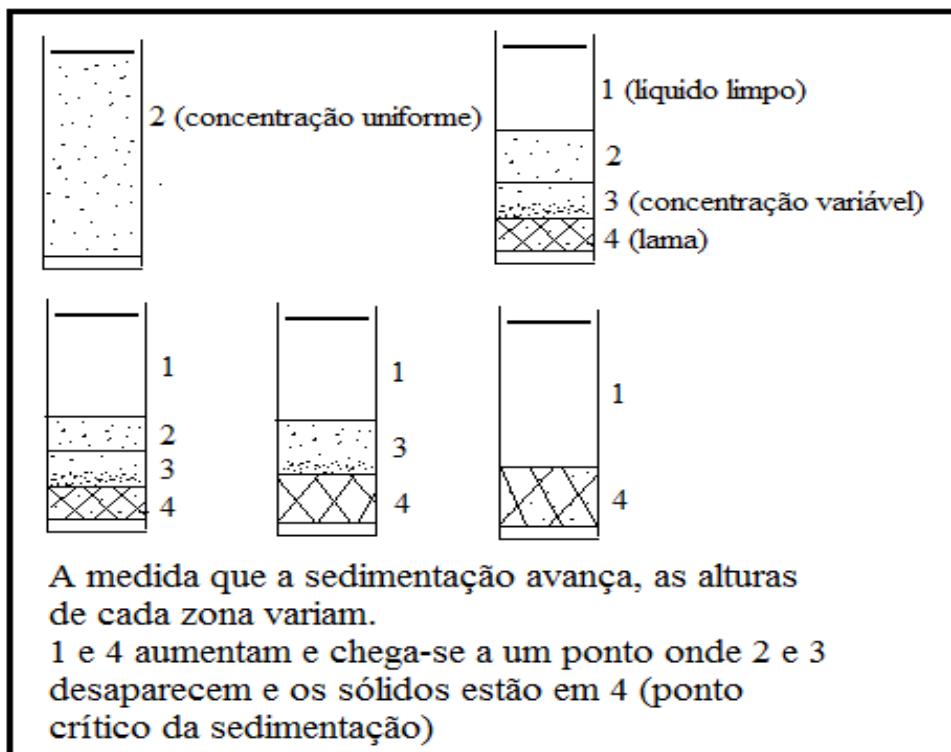
Admite-se que o *overflow* não contenha sólidos.



**B) Balanço de líquido entre um nível qualquer e a saída do sedimentador:**



## SEDIMENTAÇÃO EM PROVETA



Daí por diante o processo é de uma compressão lenta dos sólidos com a expulsão do líquido retido para a região límpida.

❖ **Método Coe-Clavenger** – Desenvolveu o primeiro procedimento para o projeto de sedimentadores. Fundamentado a partir de testes em batelada e diversas concentrações volumétricas. Considera que a área de um sedimentador contínuo deve ser suficiente para permitir a decantação de todas as partículas alimentadas.

Como considerações do método tem-se:

- A velocidade de decantação dos sólidos em cada zona é função da concentração local da suspensão:  $v = f(C)$ ;
- As características essenciais do sólido obtido durante ensaios de sedimentação descontínuos não se alteram quando se passa para o equipamento de larga escala.

❖ **Método de Kynch** – Desenvolveu uma teoria matemática para a sedimentação que requer apenas um ensaio que forneça a curva de sedimentação.

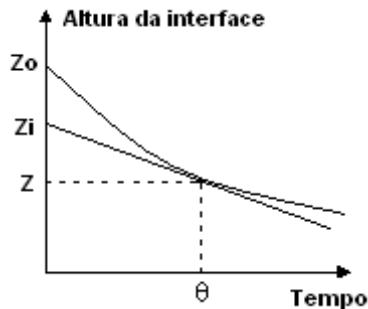
Como considerações do método tem-se:

- Sedimentação unidimensional;
- A concentração aumenta com o tempo no sentido do fundo do sedimentador;
- A velocidade de sedimentação tende ao valor zero quando a concentração tende ao seu valor máximo;

- A velocidade de sedimentação depende somente da concentração local de partículas;
- Os efeitos de parede não são considerados.

Procedimento:

1. Realizar um ensaio de proveta, determinando, ao longo do tempo ( $t$ ), a altura medida do fundo da proveta até o nível inferior ( $z$ ) do líquido clarificado.
2. Construir a curva  $z$  versus  $t$ .
3. Obter vários pares de  $v$  e  $C$  a partir da curva, conforme mostrado abaixo:



4. Traçar tangente que passe pelos pontos experimentais para achar  $Z_i$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0 \cdot z_0}{z_i} \quad \text{e} \quad q_i = \frac{z_i - z}{t}$$

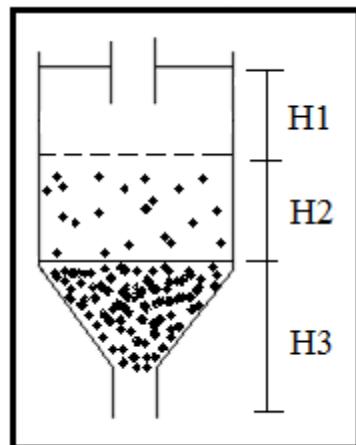
5. Determinar o valor de área para cada ponto sendo o maior valor encontrado o de projeto.

❖ **Método de Biscaia** – Propôs uma simplificação ao procedimento de Kynch e à minimização da relação entre a vazão e área, baseado no fato de que a curva de sedimentação resulta na combinação de uma reta com uma exponencial.

$$\frac{Q}{A} = \frac{z_0}{t_{\min}} \quad \text{onde o valor de } t_{\min} \text{ é o tempo correspondente a } Z_{\min} = Z_0 \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e}$$

## 10.2 CÁLCULO DA ALTURA DO SEDIMENTADOR

A altura do sedimentador está intimamente relacionada com a capacidade de compactação.



$$H_T = H_1 + H_2 + H_3$$

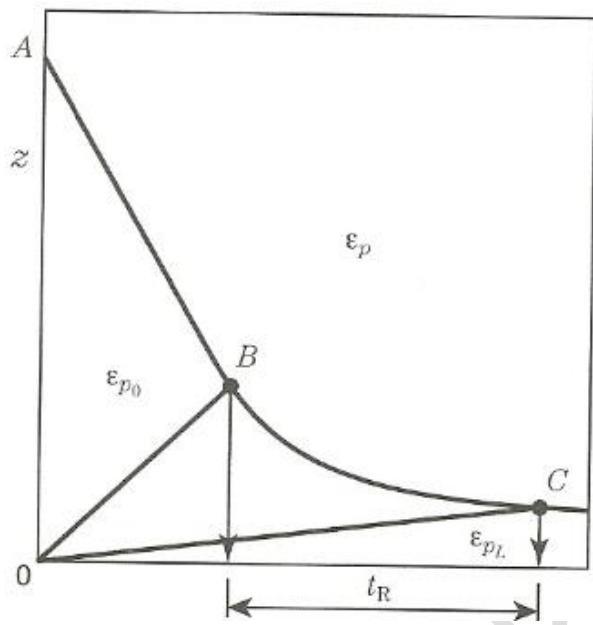
Sendo:

$H_1$  um valor arbitrário;

$$H_2 = \frac{4}{3} \frac{Q_A}{A} \varepsilon_{p0} \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho_L - \rho} \right) t_r$$

$$H_2 = \frac{4}{3} Z_{\min} \left( \frac{t_r}{t_{\min}} \right)$$

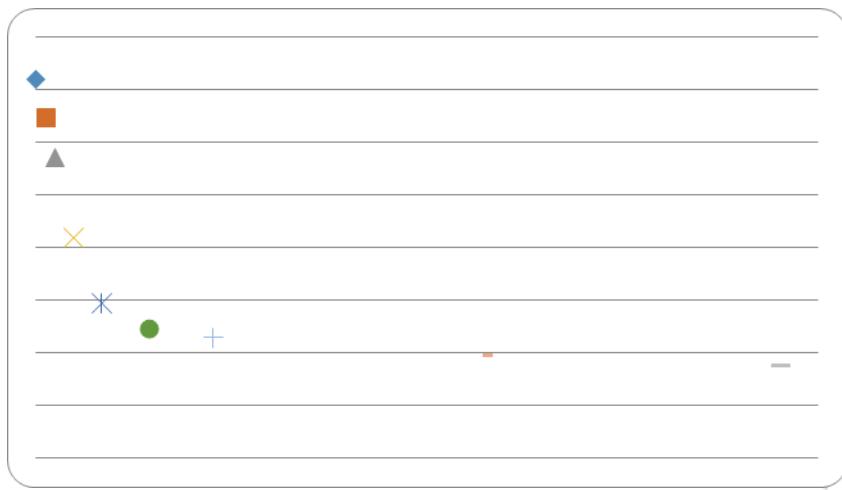
$$H_3 = 0,073.D$$



**EXERCÍCIO 24** – Determinar a área de um sedimentador pelos métodos de Kynch e Biscaia para operar com 45,3 ton/h de CaCO<sub>3</sub> de 236 g de sólido/litro suspensão aquosa. O lodo deve ter 550 g de sólido/litro suspensão.  $\rho_s = 2,8 \text{ g/cm}^3$ . Também determinar a altura do sedimentador.

Teste de proveta com suspensão [Versão Kynch]

t (h)	0	0,25	0,50	1,00	1,75	3,00	4,75	12,0	20,0
Altura interface (cm), z	36,0	32,4	28,6	21,0	14,7	12,3	11,5	9,8	8,8



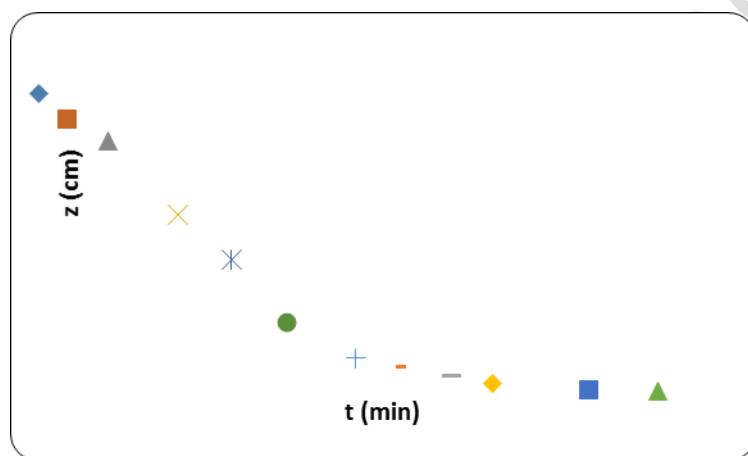
t (h)	z(cm)	z <sub>i</sub> (cm)			
0	36				
0,25	32,4				
0,5	28,6				
1,0	21,0				
1,75	14,7				
3,0	12,3				
4,75	11,5				
12	9,8				
20	8,8				

**EXERCÍCIO 25** – Determinar a área e a altura de um sedimentador, cujo ensaio de proveta está apresentado na tabela, para operar de 10 L/h de CaCO<sub>3</sub> (massa específica: 2,9 g/cm<sup>3</sup>) de 50 g de sólido/L de suspensão. A lama deve ter 280 g de sólido/L de suspensão.

t (min)	0	1	2	3	4	5	6	9
z (cm)	33,5	30,9	28,4	26,1	24	21,9	18,3	15,6
12	15	18	22	26	30	36	42	50
13,3	11,6	10,1	8,7	7,5	6,7	6,1	5,7	5,3

**EXERCÍCIO 26** – Uma empresa localizada na cidade de Alegrete possui um tanque de sedimentação alimentado com uma suspensão de concentração  $0,08 \text{ g/cm}^3$ . O lodo formado no processo possui concentração de  $0,25 \text{ g/cm}^3$ . Sabe-se que a massa específica das partículas é  $2,25 \text{ g/cm}^3$  e que a vazão de alimentação da suspensão é de  $420 \cdot 10^3 \text{ cm}^3/\text{min}$ . Considere a massa específica da água  $1 \text{ g/cm}^3$  e determine qual a altura deste sedimentador. O ensaio de proveta conduziu aos seguintes resultados abaixo.

t (min)	0	2	5	10	14	18	23	26	30	33	40	45
Z (cm)	39	36	33,5	25	19,8	12,6	8,5	7,4	6,3	5,5	4,8	4,6



**EXERCÍCIO 27** – Uma fábrica pretende utilizar um sedimentador contínuo para a concentração de uma suspensão aquosa de hidróxido de cálcio. Desta forma o Engenheiro Químico que atua na planta industrial foi designado para projetar este sedimentador. O mesmo deverá operar uma vazão de suspensão líquida de  $52 \text{ m}^3/\text{h}$ . Determine qual o diâmetro e altura do projeto do sedimentador, sendo conhecidos:

- Massa específica do sólido:  $2,2 \text{ g/cm}^3$
- Concentração de sólidos na alimentação:  $50,6 \text{ g/L}$
- Concentração de sólidos no lodo:  $462 \text{ g/L}$

Ensaio de proveta em laboratório:

t(min)	0	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
Z(cm)	40	20	11,8	8,8	7,0	6,1	5,6	5,3	5,0	4,8	4,7	4,65	4,60

**GABARITO** - valores podem variar em função das considerações

25-Área  $198 \text{ cm}^2$ ; altura  $50,4 \text{ cm}$

26-Altura 88,6 cm

27-Diâmetro 10,2 m; altura 1,21 m

Profa Gabriela Rosa

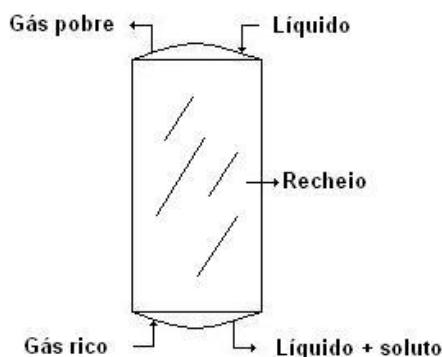
## 11. ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

### Aplicações

- 1) **Filtração:** uma mistura sólido-líquido passa através de um meio poroso de forma que o líquido passa e o sólido fica retido no meio filtrante poroso.

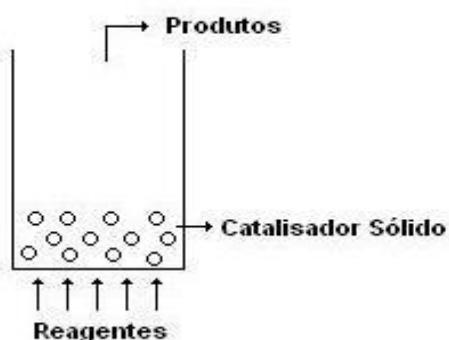


- 2) **Colunas de Recheio:** destilação, adsorção, absorção, etc.

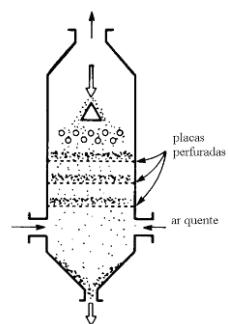


- O recheio facilita contato!
- Transferência componente???

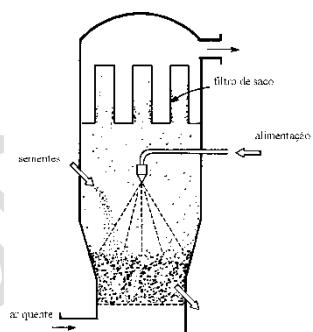
- 3) **Reatores catalíticos e enzimáticos**



### 3) Secador , combustor, gaseificador

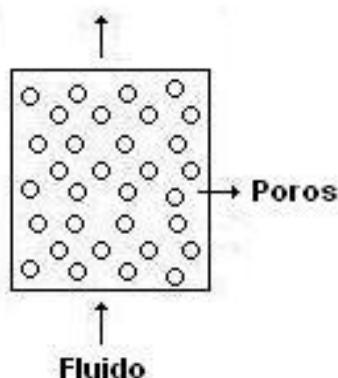


### 4) Recobridor (*coaters*)



### Definições importantes

Porosidade → indica o grau de compactação do leito



$$\varepsilon = \frac{\text{volume de vazios}}{\text{volume total}}$$

$$\varepsilon = \frac{\text{volume total do leito} - \text{volume de sólido}}{\text{volume total}}$$

**Volume de vazios ≡ volume dos poros**

$$0 < \varepsilon < 1$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_s}{V_t}$$

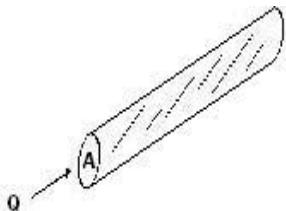
$$V_s = \frac{m_s}{\rho_s}$$

Conhecendo a massa e o material do sólido que constitui o recheio

→ determina-se  $V_s$

Medindo  $V_t$  (diâmetro e altura) → obtém-se  $\varepsilon$

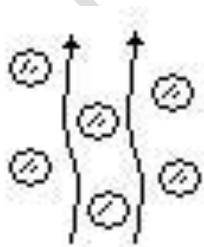
**Velocidade superficial**



$$q = \frac{Q}{A}$$

**Velocidade real ou intersticial**

$u$  = velocidade do fluido nos poros



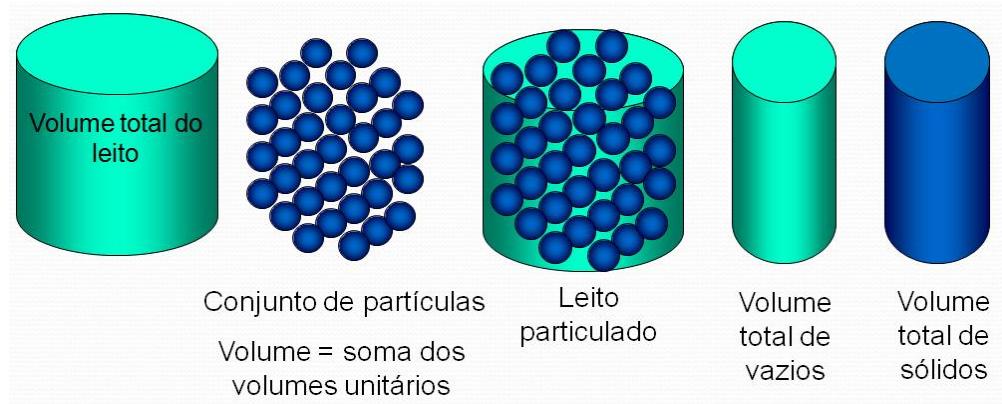
$$u = \frac{Q}{A_{vazios}} = q \frac{A}{A_{vazios}}$$

$$u = q \frac{A}{A_{vazios}} \times \frac{L}{L}$$

$$u = q \frac{V_t}{V_{vazios}} = \frac{q}{\varepsilon} \quad \text{onde } L \text{ é o comprimento do leito}$$

$$vel. \ real = vel. \ superficial / porosidade$$

### VOLUMES NO LEITO

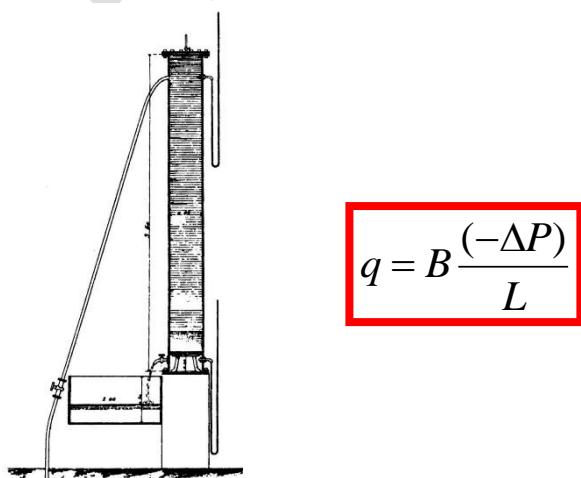


### Lei de Darcy



Henry Darcy demonstrou que a velocidade média (superficial) de um fluido newtoniano quando escoa em regime laminar dentro de um leito poroso é proporcional ao gradiente de pressão e inversamente proporcional à distância percorrida.

Divulgou o primeiro estudo referente ao comportamento do escoamento de água através de areias com diferentes granulometrias. A constante de proporcionalidade assumia diferentes valores para fluidos com diferentes viscosidades e diferentes recheios (tamanho, forma).



$$q = B \frac{(-\Delta P)}{L}$$

$q$  = velocidade média do fluido no leito poroso (superficial)

$B$  = constante que depende das propriedades do fluido e do leito poroso

$(-\Delta P)$  = queda de pressão através do leito

$L$  = percurso realizado no leito poroso

**A equação de Darcy também pode ser escrita da seguinte maneira:**

$$q = \frac{K}{\mu} \frac{(-\Delta P)}{L}$$

$K$  = coeficiente de permeabilidade, que depende apenas das propriedades físicas do leito poroso

$\mu$  = viscosidade do fluido

Assim, a equação de Darcy ou lei de Darcy é:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu}{K} q$$

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu Q}{K A}$$

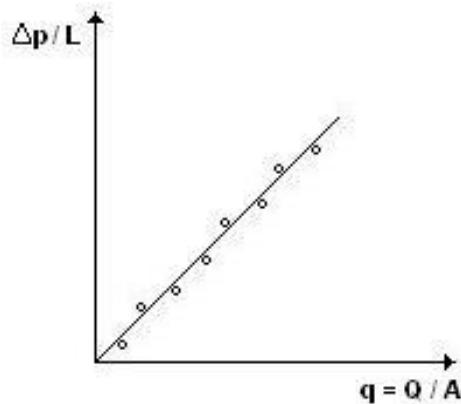
$\mu$  - viscosidade do fluido

$K$  – permeabilidade do meio poroso;  $[K] \equiv L^2$

*é uma propriedade do meio que indica uma maior ou menor facilidade ao escoamento*

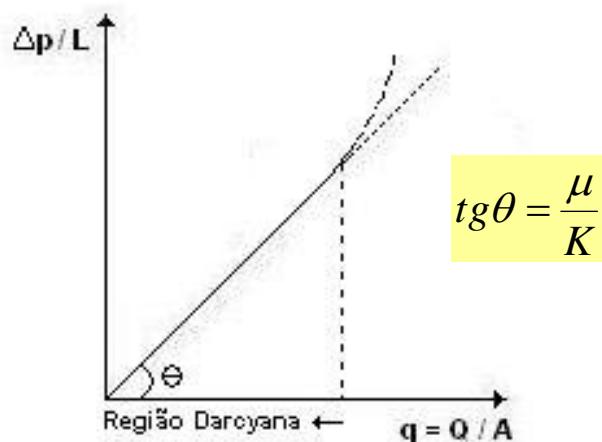
$\uparrow K \Rightarrow$  maior facilidade de escoamento do fluido  $\downarrow \Delta p$

### Escoamento lento – baixas velocidades superficiais



$$\text{Coeficiente angular} = \mu / K$$

Para altas vazões ocorre um desvio apreciável em relação à lei de Darcy  
*desvio da linearidade*



Obtenção da Permeabilidade do Meio: experimentalmente

Previsão a partir do Modelo de Karman-Kozeny  
(*Modelo Capilar*)

Escoamento Laminar em um tubo cilíndrico

$$K = \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2 S_p^2 \beta}$$

$S_p$ : superfície específica da partícula

B: cte

Para um recheio de partículas esféricas:

$$S_p = \frac{A_p}{V_p} = \frac{4\pi r_p^2}{\frac{4}{3}\pi r_p^3} = \frac{3}{r_p} = \frac{6}{d_p}$$

Equação de Karman-Kozeny para predição da permeabilidade

$$K = \frac{\varepsilon^3 d_p^2}{(1-\varepsilon)^2 36\beta}$$

Para partículas arredondadas e porosidades entre

$$0,3 < \varepsilon < 0,5 \text{ e } 4 < \beta < 5$$

É comum a utilização da expressão:

$$K = \frac{\varepsilon^3 d_p^2}{180(1-\varepsilon)^2}$$

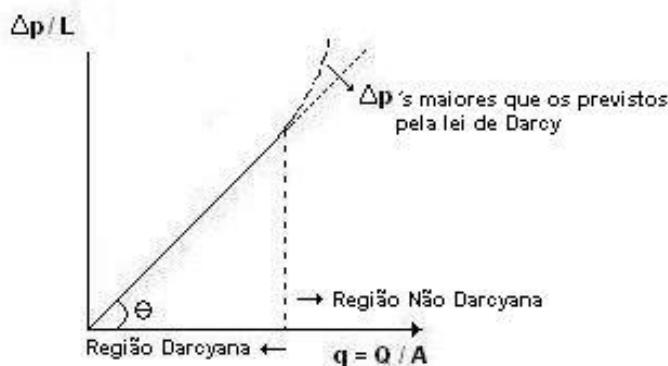
$$\beta = 5 \rightarrow \text{Bom para esferas}$$

Para meios constituídos de partículas com vários dp's e esfericidade

$$K = \frac{\varepsilon^3 (\phi \bar{d}_p)^2}{180(1-\varepsilon)^2}$$

$$\bar{d}_p = \frac{1}{\sum x_i / d_i}$$

**Altas vazões → Ergun**



$$\frac{\Delta p}{L} = Aq + Bq^2$$

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu}{K} q + F(\varepsilon, d_p, \rho) q^2$$

## Correlação de Ergun: 1952

Utilizando dados experimentais com vários tipos de recheio, foi obtido o ajuste:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{150(1-\varepsilon)^2 \mu}{\varepsilon^3 D_p^2} q + 1,75 \left[ \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \frac{\rho}{D_p} \right] q^2$$

Bons resultados para  $K > 10^{-5} \text{ cm}^2$

Se necessário usar esfericidade!

Se 1º termo for:

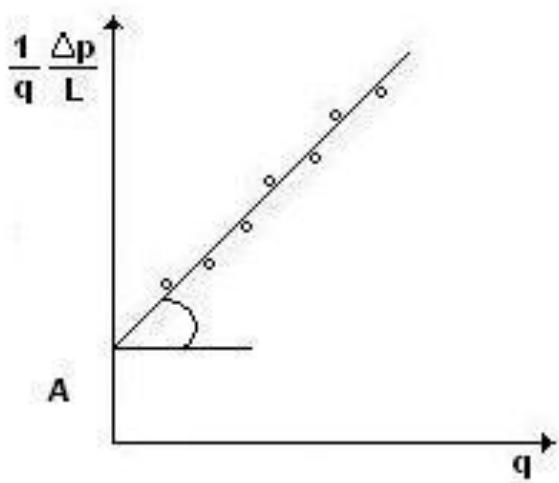
$$\frac{\mu}{K} q \Rightarrow K_{\text{Ergun}} = \frac{\varepsilon^3 d_p^2}{150(1-\varepsilon)^2}$$

Diferença em relação a Correlação de Karman-Kozeny:

Valor de  $36\beta$  para os vários meios testados é 150

Na literatura  $150 < 36\beta < 180$

## Altas vazões - Experimentalmente



$$\frac{\Delta p}{L} = Aq + Bq^2$$

$$\frac{1}{q} \frac{\Delta p}{L} = A + Bq$$

$$B = \tan \alpha$$

## **Recheios de Coluna**

Sólidos quebrados: mais baratos, mas não uniformes, gerando um leito com características não uniformes (porosidade).

Recheio de forma definida: são mais usados, pois geram leitos com características uniformes.

*Características necessárias aos recheios:*

Ser quimicamente inerte ou quimicamente adequado (dependendo da aplicação);

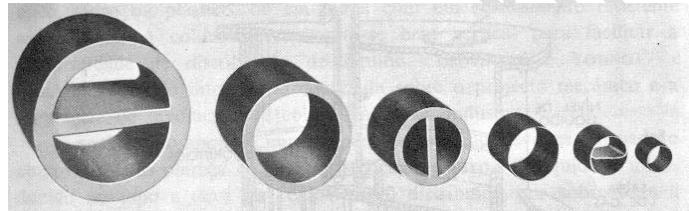
Ser resistente;

Proporcionar uma passagem adequada do fluido sem excessiva perda de carga;

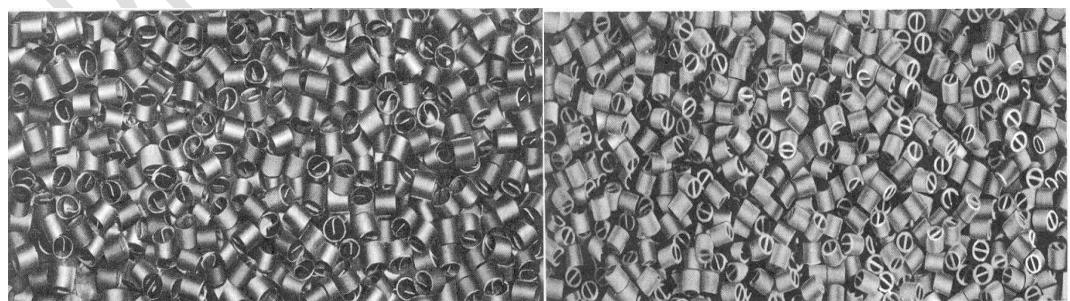
Proporcionar um contato efetivo;

Custo razoável.

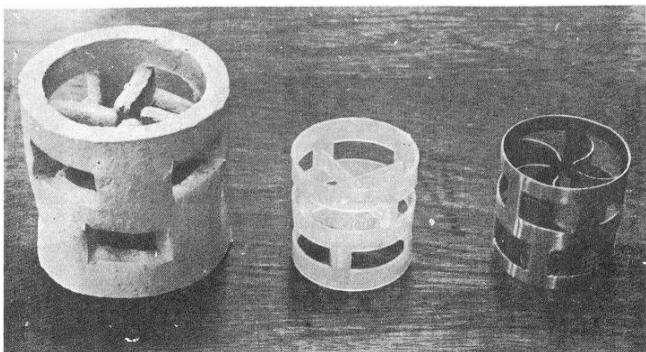
Recheios Padronizados



Anéis de Raschig e anéis Lessing cerâmicos e metálicos (leitos em tamanhos desde 6 a 1/16 polegadas)



Anéis Lessing: a) metálicos; b) cerâmicos (Coulson e Richardson, 1965)



Anéis de Pall cerâmicos, plásticos e de aço

**EXERCÍCIO 28-** Determine o valor da permeabilidade a partir dos dados apresentados na tabela abaixo, considerando que o escoamento ocorre em altas vazões.

Dados:

Água - massa específica = 1 g/cm<sup>3</sup>; viscosidade 1,8 cP;

Meio poroso - granulometria da areia -14 +20 Tyler; comprimento do meio: 2,1 cm; área da seção transversal: 16,8 cm<sup>2</sup>; porosidade do meio: 0,37; esfericidade: 0,7

q (m/s)	6,33	7,47	10,2	12,7	15,2	17,7	20,3	23,9
-ΔP (cmHg)	4,69	6,24	10,4	15,2	21,2	28	35,9	48,9

**EXERCÍCIO 29-** Determinar a queda de pressão no reator catalítico de leito fixo sabendo-se que este opera em regime de escoamento lento. A vazão mássica do gás é 200 Kg/h ( $\rho_{\text{gás}}$ : 1,185 kg/m<sup>3</sup>;  $\mu_{\text{gás}}$ : 0,0166 cP); o catalisador constitui um leito de 30 cm de diâmetro, 1,2 m de altura e porosidade 0,44. A tabela abaixo apresenta a distribuição granulométrica das partículas que constituem o leito.

Tyler	Fração retida
-80 +100	0,30
-100 +150	0,45
-150 +200	0,25

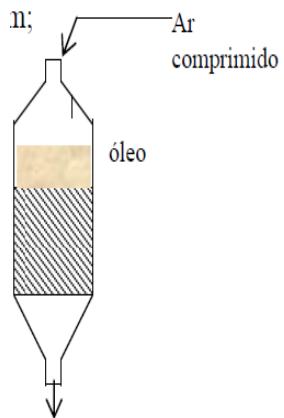
**EXERCÍCIO 30-** Seja a filtração de um óleo de alta viscosidade ( $\mu = 350$  cp,  $\rho = 0,9$  g/cm<sup>3</sup>) através de um leito de carvão ativo. A pressão do ar comprimido é de 100 psia. Determinar o tempo para a percolação de 10 L de óleo. São conhecidos:

- a) Diâmetro da coluna 30 cm; altura do leito 50cm;

b) Análise granulométrica do carvão

c) As partículas tem esfericidade 0,6 e formam um leito com porosidade 0,42.

O escoamento pode ser considerado como sendo Darcyano e a pressão hidrostática do óleo sobre o leito (variável!) pode ser desprezada face a pressão elevada do ar comprimido.



Sistema Tyler (mesh)		Fração retida
-35	+48	0,15
-48	+65	0,65
-65	+100	0,20

**EXERCÍCIO 31-** Deseja-se comparar o valor da permeabilidade experimental e teórica do meio poroso operando em escoamento lento e composto por partículas de esfericidade 0,8, que apresentam a seguinte análise de peneiras.

Tyler	Massa retida
-35 +48	47,6
-48 +65	52,8
-65 +100	45,2

Sabe-se que o comprimento do leito é de 2,1 m; o diâmetro 2,3 m; a massa de partículas 12000 kg;  $\rho_s$ : 2,3 g/cm<sup>3</sup>. O fluido utilizado é água ( $\rho$ : 1 g/cm<sup>3</sup>;  $\mu$ : 1,18 cP).

q (cm/s)	0,275	0,524	1,07	1,63	2,03	2,24
-ΔP (cmHg)	4,98	11,6	18,4	30	38,6	41,2

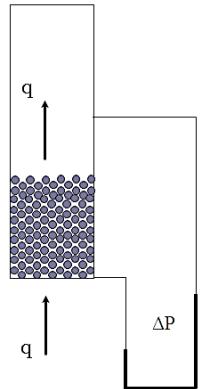
**EXERCÍCIO 32-** Um leito de areia com granulometria 20/28 mesh Tyler tem 1 m de profundidade e trabalhará submerso, ficando o nível da suspensão 60 cm acima da areia. Admitindo uma esfericidade das partículas igual a 0,9, deseja-se calcular a velocidade máxima de filtração possível de se obter com as condições dadas. A suspensão é diluída, sendo praticamente água a 20°C, e a porosidade do leito pode ser adotada igual a 40%.

## 12. FLUIDIZAÇÃO

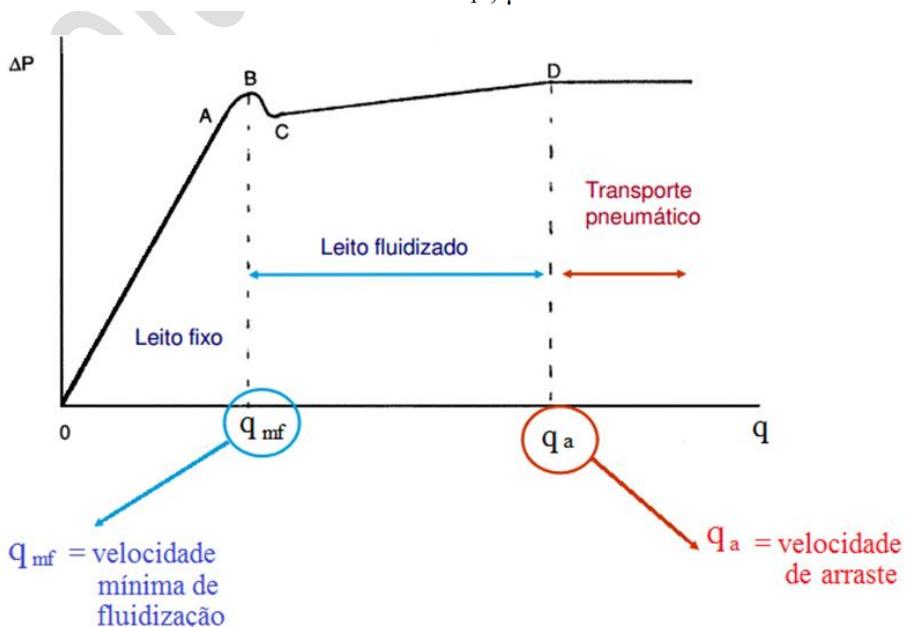
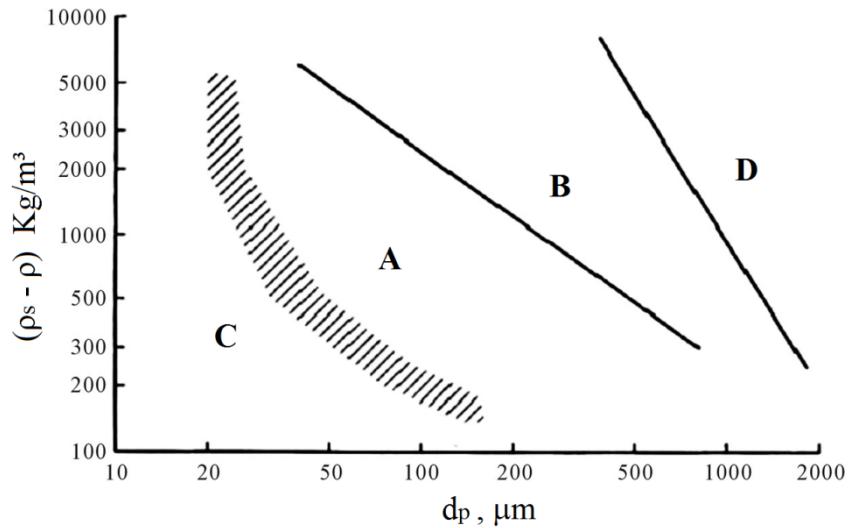
Observado quando os sólidos são submetidos à passagem vertical e ascendente de um fluido distribuído uniformemente no leito, sem que as partículas sejam arrastadas junto com o fluido.

Aplicações:

- Secagem;
- Mistura;
- Revestimento de partículas;
- Aglomeração de pós;
- Aquecimento e resfriamento de sólidos.



- **Diagrama de Geldart** (tipos de regimes fluidodinâmicos):



## PARÂMETROS IMPORTANTES

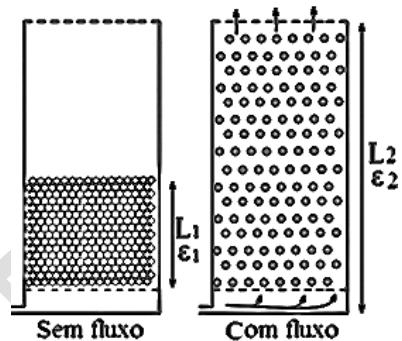
- ALTURA DO LEITO POROSO

Quando o fluido atravessa o leito poroso e inicia-se a fluidização, temos um aumento da porosidade do leito e um aumento da altura do leito.

*Equação geral para*

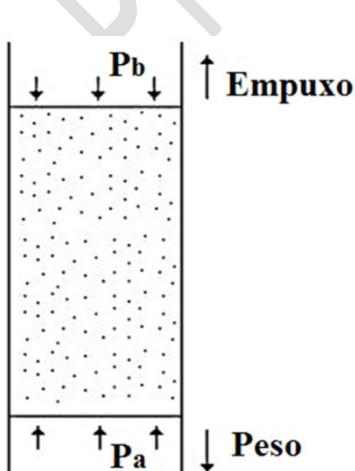
*regime de fluidização*

$$L_1(1 - \varepsilon_1) = L_2(1 - \varepsilon_2)$$



- QUEDA DE PRESSÃO

Quando a fluidização começa, a queda de pressão no leito contrabalança a força da gravidade nos sólidos. A força resistiva iguala-se ao peso aparente da fase particulada por unidade de volume, entendendo-se por peso aparente o peso das partículas menos o peso do fluido ascendente (empuxo).



o **VELOCIDADE DE MÍNIMA FLUIDIZAÇÃO**

O leito somente fluidizará a partir de um certo valor de velocidade do fluido ascendente, definida como velocidade mínima de fluidização ( $q_{mf}$ ). No ponto mínimo de fluidização a queda de pressão no leito é dada pela equação de Ergun:

$$\frac{\Delta P_{mf}}{L_{mf}} = (1 - \varepsilon_{mf})(\rho_s - \rho) \cdot g = 150 \frac{(1 - \varepsilon_{mf})^2 \mu}{\varepsilon_{mf}^3 (\phi dp)^2} \cdot q_{mf} + 1,75 \left[ \frac{(1 - \varepsilon_{mf}) \rho}{\varepsilon_{mf}^3 (\phi dp)} \right] \cdot q_{mf}^2$$

Multiplicando por :  $\frac{\rho \cdot dp^3}{\mu^2 (1 - \varepsilon_{mf})}$

CASOS LIMITES:

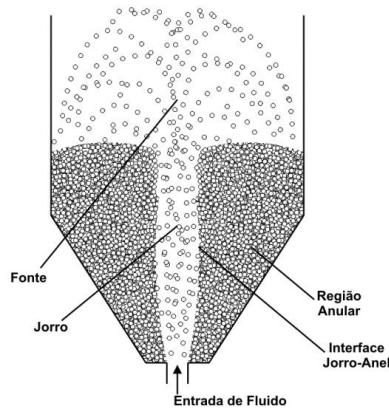
- Se  $Rep_{mf} < 20 \rightarrow 2^{\circ}$  termo é desprezível
- Se  $Rep_{mf} > 1000 \rightarrow 2^{\circ}$  termo é preponderante
- Equação WEN e YU

$$Rep_{mf} = \left[ 33,7^2 + \frac{0,0408 dp^3 \rho (\rho_s - \rho) g}{\mu^2} \right]^{1/2} - 33,7$$

## LEITO DE JORRO

Desenvolvido em 1954 por Mathur e Gishler, o leito de jorro consiste basicamente de uma coluna cilíndrica de base côlica, contendo partículas sólidas de um tamanho considerável, maiores que 1mm, e de orifício de entrada do fluido localizado na parte inferior central da base côlica. O leito de jorro apresenta vantagens na transferência de calor e massa em comparação a outros equipamentos de mesma finalidade. Aplicações:

- Secagem (cereais, pastas)
- Gaseificação de carvão
- Granulação;
- Aquecimento;
- Resfriamento;
- Recobrimento.



### 1) VELOCIDADE DE MÍNIMO JORRO

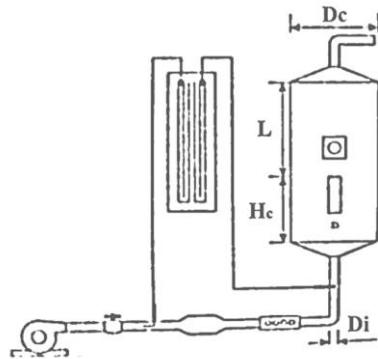
Nas condições de altura máxima de jorro estável, a velocidade superficial do fluido é aproximadamente igual a velocidade na situação de mínima fluidização. Dada por:

$$(1 - \varepsilon_{mf})(\rho_s - \rho)g = 150 \frac{(1 - \varepsilon_{mf})^2 \mu}{\varepsilon_{mf}^3 (\phi dp)^2} \cdot q_{jm} + 1,75 \left[ \frac{(1 - \varepsilon_{mf})\rho}{\varepsilon_{mf}^3 (\phi dp)} \right] \cdot q_{jm}^2$$

- Correlações para a predição da velocidade superficial do fluido em jorro mínimo (leitos cilíndricos):

*Mathur e Gishler (1955)*

$$q_{jm} = \left( \frac{dp}{D_c} \right) \left( \frac{D_i}{D_c} \right)^{1/3} \left[ 2gHc \left( \frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \right]^{1/2}$$



*Observações:*

$$D_c = 15,2 \text{ cm};$$

$$D_i = 0,95 \text{ cm};$$

$$\theta = 85^\circ$$

$$0,60 \text{ mm} < d_p < 6,4 \text{ mm}$$

$$1,10 \text{ g/cm}^3 < \rho_s < 2,70 \text{ g/cm}^3$$

$$\phi = 1$$

## 2) MÁXIMA QUEDA DE PRESSÃO E QUEDA DE PRESSÃO EM JORRO MÍNIMO

$$-\Delta P_{\max} = (1 - \varepsilon_{mf})(\rho_s - \rho)gH$$

*Equação de Malek e Lu (1965)*  $-\Delta P_{\max} = \frac{m_p g}{\text{Área}}$

*Observações :* Diâmetro da coluna: 10,16 cm; 15,24 cm; 22,86 cm; 30,48 cm; base cônica  $\theta=60^\circ$ ;  $0,74 \text{ mm} < d_p < 3,68 \text{ mm}$ ;  $0,92 \text{ g/cm}^3 < \rho_s < 2,67 \text{ g/cm}^3$ ;  $0,84 < \phi < 1$

**EXERCÍCIO 33-** Planeja-se uma experiência de laboratório em leito fluidizado com um tubo de 12 cm de diâmetro. As partículas apresentam um diâmetro médio  $d_p=43 \mu$  ( $\phi=0,7$ ) e a densidade é  $3,2 \text{ g/cm}^3$ . A porosidade na mínima fluidização é estimada em 0,49. O gás tem as propriedades do ar a  $120^\circ \text{C}$  e 1 atm. Estimar:

- a) A massa de sólidos para se ter uma queda de pressão na fluidização de 70 cm de água e a altura de sólidos correspondente a mínima fluidização;

- b) A vazão mássica do gás a 2,5 vezes a mínima fluidização (kg/h);
- c) A vazão mássica do gás que ocasiona o arraste das partículas.

**EXERCÍCIO 34-** Considere a existência de um gaseificador de bancada do tipo leito fluidizado de 7,8 cm de diâmetro, o qual se utiliza de areia ( $\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$ ;  $d_p = 205 \mu\text{m}$ ;  $\phi = 0,86$ ), como particulado inerte. Realizou-se um ensaio de fluidização utilizando-

se 8,5 kg de areia de modo a obter valores de queda de pressão em função da vazão de ar seco ( $\rho = 1,129 \text{ kg/m}^3$ ;  $\mu = 1,31 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$ ), cujos resultados para valores decrescentes de vazão estão na tabela a seguir. Dessa maneira, pede-se:

- a) a classificação de Geldart para a areia;
- b) a curva característica da fluidização e, a partir dela os valores experimentais de queda de pressão, em cm H<sub>2</sub>O, a velocidade superficial do gás, em cm/s, e a altura do leito, em cm, em condições de mínima fluidização;
- c) o valor da queda de pressão (-ΔP), em cm H<sub>2</sub>O, em condições de mínima fluidização, considerando-a igual ao peso aparente do leito (compare o valor obtido com aquele encontrado no item b);
- d) o valor da fração de vazios em condições de mínima fluidização, utilizando o resultado do item b;
- e) a velocidade superficial do gás na condição de mínima fluidização utilizando-se a equação de Ergun e o valor da queda de pressão obtida experimentalmente.

$Q (\text{m}^3/\text{h})$	$-\Delta P (\text{cm H}_2\text{O})$	$H (\text{cm})$
3,7	178	152
3,5	178	152
3,3	177	152
3,1	171	151
2,9	164	150
2,7	156	148
2,5	144	144
2,3	132	140
2,1	120	137
1,9	110	133
1,4	80	131

**EXERCÍCIO 35-** Os seguintes dados foram obtidos para a fluidização de ar com catalisador Fischer-Tropsch (massa de sólidos 7234 g, operação 91 °F e pressão atmosférica, diâmetro do tubo 4", massa específica do sólido 5 g/cm<sup>3</sup>).

- a) Determinar “ $\phi \cdot d_p$ ” do sistema a partir dos dados de leito fixo;
- b) Determinar através dos dados experimentais a porosidade e a velocidade de mínima fluidização;
- c) Estimar o valor da velocidade na mínima fluidização através de correlações fornecidas pela literatura e comparar com valor experimental.

Velocidade mássica do gás ( $\text{lbm}/\text{ft}^2\text{h}$ )	Queda de pressão no leito ( $\text{lb}/\text{ft}^2$ )	Altura do leito (ft)
228	200	1,51
194	190	1,4
160	187	1,34
142	184	1,29
127	181	1,26
109	179	1,22
94,7	166	1,21
82,8	137	1,21
69,1	115	1,21
55,3	90,6	1,21
41,2	67,5	1,21
27,6	45,6	1,21
14,2	22,8	1,21
7,95	11,4	1,21

**EXERCÍCIO 36-** Em uma determinada propriedade agrícola foi colhida uma safra de arroz, a qual apresentou diâmetro médio de partícula 4,0 mm, esfericidade 0,8 e massa específica 1,21 g/cm<sup>3</sup>. Deseja-se secador o arroz em um leito de jorro cilíndrico, cujo diâmetro é igual a 15,24 cm, e o diâmetro do orifício de acesso do fluido ao leito igual a 2,54 cm. Sabe-se que o valor da porosidade do leito expandido é igual a 0,5 e a altura do leito e partículas em condições de jorro estável é igual a 57 cm. ( T ambiente = 20°C). Pede-se:

- a) a classificação de Geldart para a partícula de arroz;
- b) o valor da velocidade superficial do gás em condições de jorro mínimo;
- c) o valor da máxima queda de pressão oferecida pelo leito;
- d) o valor da queda de pressão em condições de jorro mínimo oferecida pelo leito;
- e) forneça o valor da potência o soprador para, apenas, suportar a carga do leito, de rendimento igual a 50%, para vazão e gás 20% superior àquela em condições de jorro mínimo.

**EXERCÍCIO 37-** Ensaios realizados em um leito e jorro cilíndrico, cujo diâmetro é igual a 20,4 cm e o diâmetro do orifício de acesso do fluido ao leito, igual a 3,4 cm, foram utilizados para avaliar a sua fluidodinâmica a frio (ar a 25°C), utilizando-se partículas de soja como material teste, as quais apresentaram, como diâmetro médio de partícula, esfericidade e massa específica, os valores de 6,0 mm, 0,98 e 1,19 g/cm<sup>3</sup>, respectivamente. Sabe-se que o valor da porosidade do leito expandido é igual a 0,41 e a altura do leito de partículas em condições de jorro estável igual a 35 cm. Pede-se:

- a) o valor da velocidade superficial do gás em condições de jorro mínimo;
- b) o valor da máxima queda de pressão oferecida pelo leito;
- c) o valor da queda de pressão em condições de jorro mínimo oferecida pelo leito;
- d) forneça o valor da potência do soprador somente para suportar a carga do leito, de rendimento igual a 57%, para vazão de gás 30% superior aquela em condições de jorro mínimo.

## 13. ARMAZENAMENTO E TRANSPORTE DE SÓLIDOS PARTICULADOS

### 1) ARMAZENAMENTO

Uma unidade armazenadora tecnicamente projetada e convenientemente localizada constitui uma das soluções para tornar um sistema produtivo mais econômico, além de, propiciar a comercialização da produção em períodos adequados.

Como vantagens apresenta:

- Minimização de perdas qualitativas e quantitativas;
- Economia em transporte;
- Custo de transporte reduzido pela eliminação de impurezas e do excesso de umidade;
- Entre outros.

**Armazenamento em pilhas:** Armazenam-se em pilhas quando a quantidade do material é muito grande, e inviabiliza economicamente a utilização de silos. Ou quando o material armazenado não pode ser confinado, pois cujo pó, em presença de ar, forma uma mistura explosiva, exigindo o armazenamento em ambientes abertos.

Amplamente utilizada na indústria de mineração, fertilizantes, etc... A pilha pode ser cônica, quando a quantidade de material estocado é relativamente pequena, ou prismática quando a quantidade de material é muito grande.

**Armazenamento em silos:** Amplamente utilizada na indústria de grãos.

Os silos são utilizados para volumes menores de material, ou também quando o material é armazenado por sofrerem deterioração -grãos- ou serem sensíveis à umidade.

Podem ser feitos de concreto ou de aço, com formato redondo, quadrado ou retangular.

**Alguns materiais granulares ou em pó não pode ser armazenados em silos pois formam, em contato com o ar, uma mistura explosiva, que na presença de algum tipo de ignição pode gerar grandes prejuízos.**

Na armazenagem por silos, um dos fatores mais importantes no funcionamento é a escoabilidade do material.

Se o sólido não apresenta boa escoabilidade quando armazenado a granel, alguns equipamentos são utilizados:

- Martelo de borracha;
- Vibradores: Utilizados na parte cônica do silo. Consiste em aparelhos que vibram, impedindo a acomodação do material na parede do silo;

- Fluidizadores: Consiste em injetar ar dentro do silo com a finalidade de fluidizar o sólido, eliminando o atrito com as paredes e entre si.

## 2) TRANSPORTE DE SÓLIDOS PARTICULADOS

São operações de movimentação de sólidos granulares em regimes contínuos para as etapas do processo. Têm grande importância no custo da operação industrial. Existe a necessidade de um transporte versátil para os vários tipos de sólidos.

Os que permanecem fixos no transporte do sólido:

- Carregadores;
- Arrastadores;
- Elevadores;
- Alimentadores Pneumáticos.

Os equipamentos carregadores são destinados a carregar de forma contínua o sólido granular de um ponto a outro dentro da fábrica, os mais comuns são:

- Correia;
- Esteira;
- Corrente;
- Caçamba;
- Vibratório;
- Por gravidade.

### **TRANSPORTADOR DE CORREIA (ESTEIRAS)**

Transporta o sólido por uma correia sem fim flexível, normalmente de borracha, que se desloca sobre roletes durante todo o percurso, nas extremidades encontra-se tambores(polias), que se encontram livres no ponto de alimentação e motores no ponto de descarga.

É realizado horizontalmente, podendo ser também inclinado, preferencialmente para cima. Podem medir de poucos metros até muitos quilômetros, trabalhando versatilmente em várias velocidades e temperaturas.

### **TRANSPORTADOR DE ROSCA (HELICOIDAL)**

## **TRANSPORTADOR DE ELEVADOR DE CAÇAMBAS**

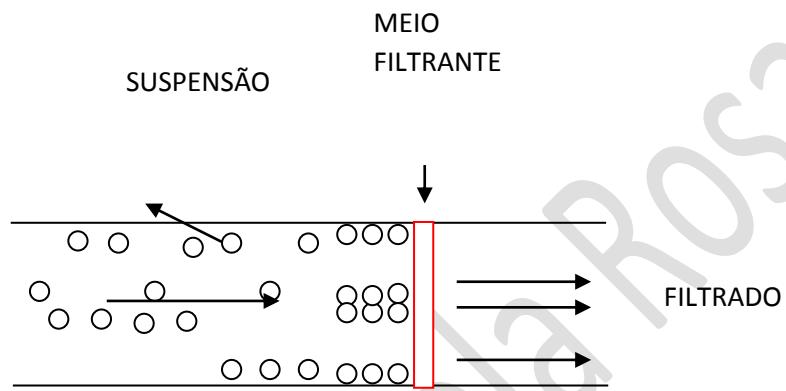
Transportes verticais, consiste em transportar o sólido suportado por caçambas, ou canecas, fixadas em correias verticais ou em correntes que se movimentam entre uma polia superior e outra inferior que gira livremente.

Normalmente são equipamentos estanques, confinados de aço ou outro material adequado, que impede a perda de materiais para o ambiente.

Profa Gabriela Rosa

## 14. FILTRAÇÃO

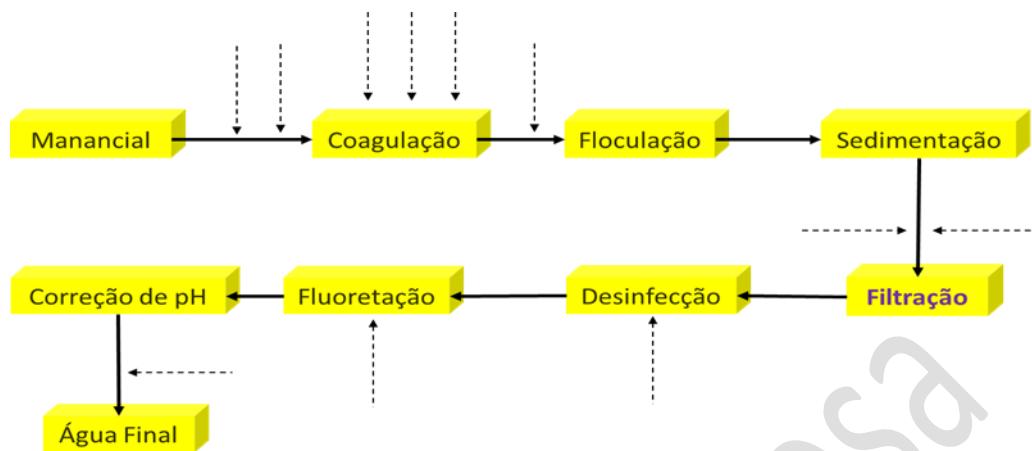
**FILTRAÇÃO:** separação mecânica das partículas sólidas de uma suspensão líquida baseada em princípios de escoamento em meios porosos. O sólido da suspensão fica retido sobre o meio filtrante (poroso) formando a torta e cuja espessura vai aumentando no decorrer da operação, enquanto que o líquido que passa é chamado filtrado.



Para se especificar um filtro adequado a determinada aplicação deve-se considerar diversos fatores associados as características da torta resultante da filtração e da suspensão a ser filtrada. As características relevantes da torta são a quantidade de torta, a compressibilidade, o valor unitário, as propriedades físico-químicas, a uniformidade e o estado de pureza desejado; as da suspensão são a vazão, a temperatura, o tipo e concentração de sólidos, a granulometria, a heterogeneidade e a forma das partículas.

Na seleção do equipamento deve-se sempre levar em conta, além da adequação e eficiência deste no processo, o custo total de operação deste equipamento (relação custo-benefício).

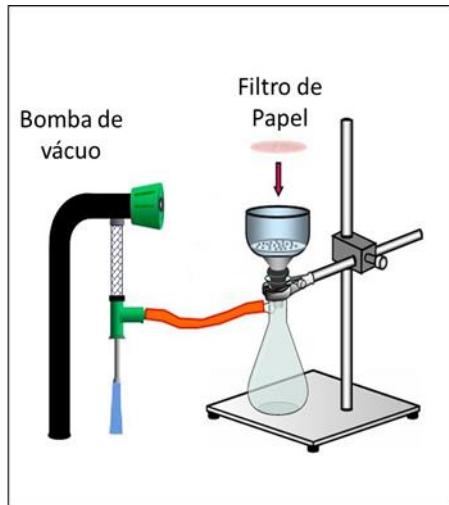
## TRATAMENTO CONVENCIONAL DE ÁGUAS DE ABASTECIMENTO



Para classificar os diversos modelos de filtros os seguintes critérios são observados:

- a) Força motriz  
gravidade, vácuo-pressão ou força centrífuga;
- b) Material do meio filtrante  
areia, tecido, meio poroso rígido, papel, etc.;
- c) Função  
clarificadores, filtros para torta ou espessadores;
- d) Detalhes construtivos  
filtros de areia, placas e quadro, lâminas ou rotativos;
- e) **Regime de operação: batelada ou contínuo.**

O princípio da **filtração industrial** e o do **equipamento de laboratório** é o mesmo, apenas muda a quantidade de material a ser filtrado.



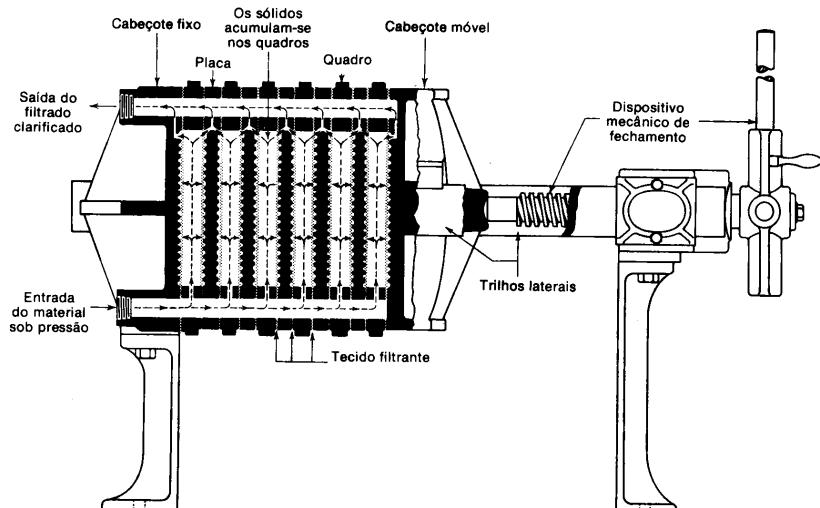
O aparelho de **filtração de laboratório** mais comum é denominado filtro de *Büchner*. O líquido é colocado por cima e flui por ação da gravidade e no seu percurso encontra um tecido poroso (???).

Resistência a passagem pelo meio poroso → ↑ com tempo, conecta-se uma bomba de vácuo.

#### TIPOS DE FILTROS COMERCIAIS

Contínuos: filtros de tambor (ou disco) rotatório são utilizados para filtrar grandes vazões em pouco tempo e necessita pouca mão de obra. Não são indicados quando os sólidos formam torta gelatinosa.

Descontínuos: filtro prensa, é o mais barato com relação a custos de instalação por unidade de superfície de filtração. Principal inconveniente: mão de obra cara devido à necessidade de efetuar manualmente a descarga das câmaras uma vez terminado o ciclo de trabalho.



Os sólidos se acumulam nos quadros.

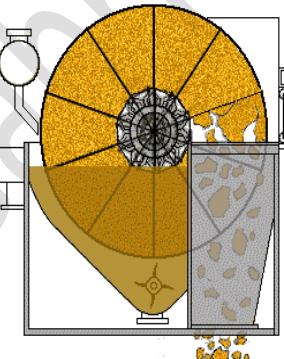
### **Auxiliar de filtração**

- Formar torta porosa;
- Impedir que os poros do filtro sejam entupidos;
- Evitar resistência do filtro;
- Quimicamente inerte.
- Alguns auxiliares mais comuns:  
Terra Diatomácea, Areia fina, Gesso, Carvão.

### **Filtro contínuo de discos rotativos**

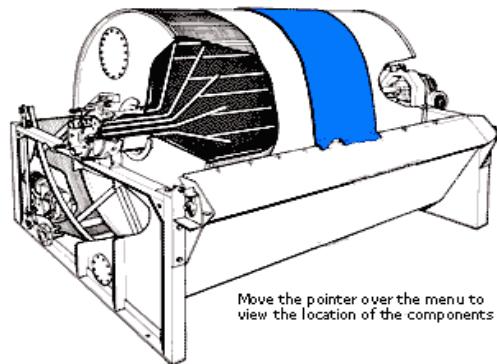
É um conjunto de discos verticais que giram em um eixo de rotação horizontal.

Este filtro combina aspectos do filtro de tambor rotativo a vácuo e do filtro de folhas. Cada disco (folha) é oco e coberto com um tecido e é em parte submerso na alimentação.



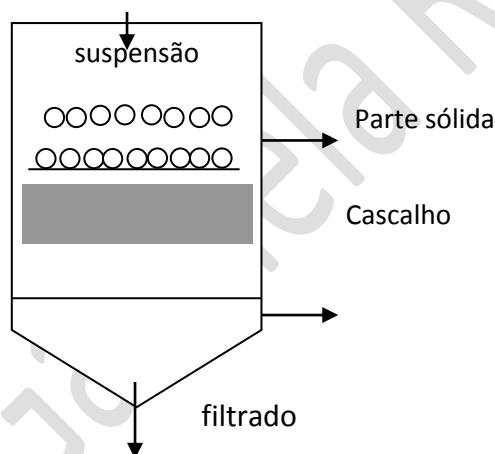
### **Filtro de tambor rotativo**

O tambor é recoberto com um meio de filtração conveniente. Uma válvula automática no centro do tambor ativa o ciclo de filtração, secagem, lavagem e retirada da torta. O filtrado sai pelo eixo de rotação.



### Filtros de leito Poroso

Os mais simples são os granulados constituídos por uma ou mais camadas de sólido particulado, suportado por um leito de cascalho sobre uma grade, através do qual o material a ser filtrado flui por gravidade ou sob pressão.

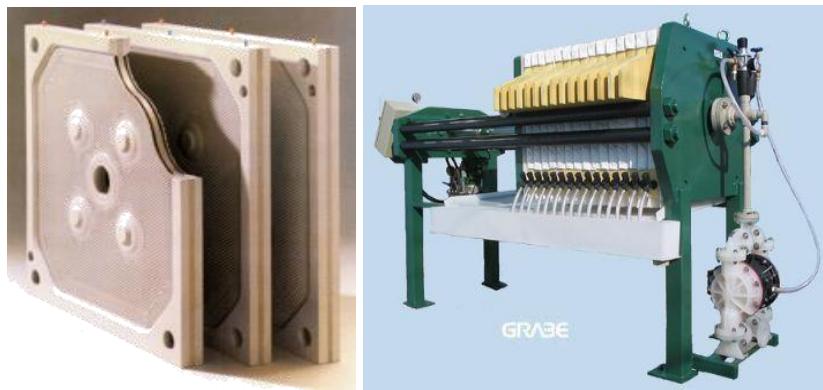


São usados preferencialmente para volumes grandes de suspensão muito diluída, nas quais nem o sólido nem o líquido tem valor muito elevado e quando o sólido não precisa ser recuperado. Camada de fundo → **cascalho grosso** em cima de uma placa perfurada ou com ranhuras. Camada superior → **areia fina**

Pq???

### Filtro prensa

Um dos tipos mais usados na indústria, usam placas e marcos colocados em forma alternada. Utiliza-se tela (tecido de algodão ou de materiais sintéticos) para cobrir ambos lados das placas. A alimentação é bombeada e os sólidos acumulam-se como “torta” dentro da armação.



### Filtro de Cartuchos

Este tipo de filtro de cartucho é de operação contínua e limpeza automática. É composto de uma carcaça onde se colocam cartuchos (ou bolsas). O gás “sujo” é forçado a passar através dos cartuchos, em cuja superfície as partículas são retidas. O processo de limpeza do cartucho é feito automaticamente através de pulsos de ar comprimido.

O gás limpo é conduzido à parte interna do filtro e em seguida ao exaustor. O filtrado flui entre o filtro de tecido e a placa pelos canais de passagem e sai pela parte inferior de cada placa. A filtração prossegue até o espaço interno da armação esteja preenchido com sólidos. Nesse momento a armação e as placas são separadas e a torta retirada. Depois o filtro é remontado e o ciclo se repete.

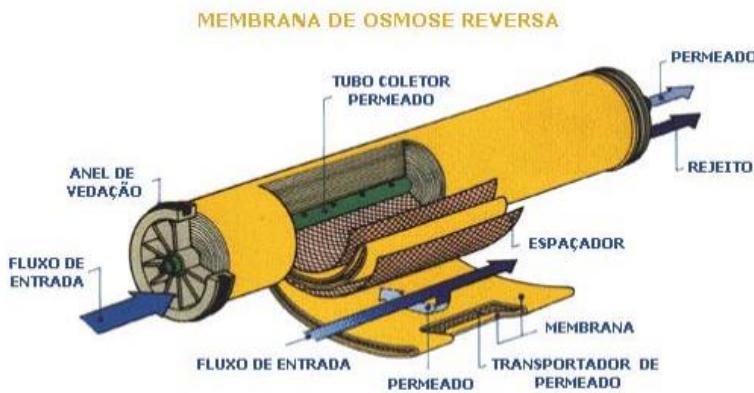
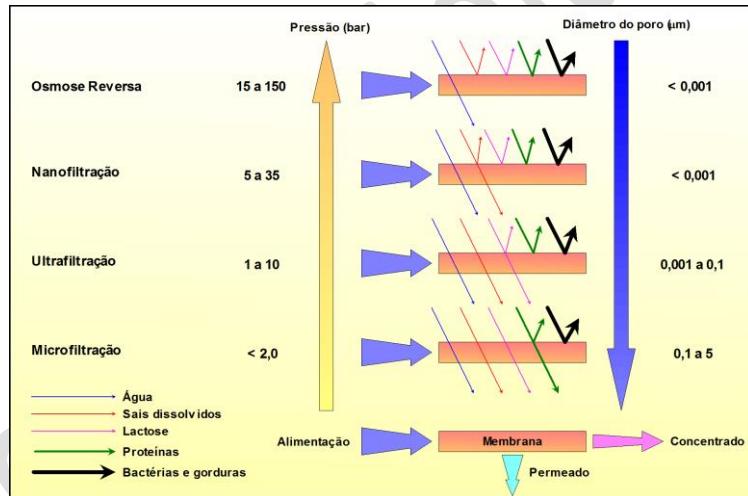


Sistemas Gás-Sólido: Filtros saco ou manga. Grandes sacos de tecido suspensos no canal de escoamento do gás.



## Filtração por membranas

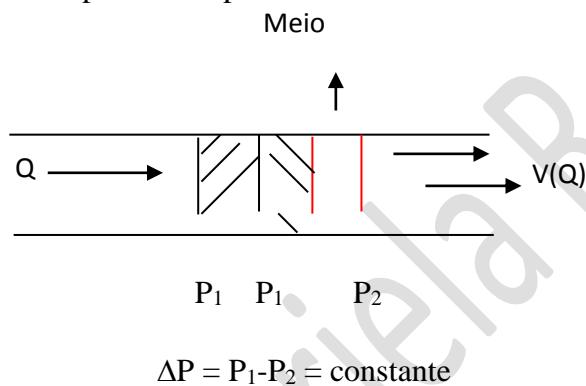
A separação ocorre porque a membrana controla o movimento de moléculas entre fases líquidas ou gasosas. A membrana atua como uma barreira seletiva e permite a passagem de determinados componentes enquanto impede a passagem de outros.



## Regimes de filtracão

- 1) Filtração a pressão constante
- 2) Filtração a vazão constante
- 3) Filtração em regime misto

Caso 1 – mantém-se uma queda de pressão constante com a bomba que força o fluido, sendo que a vazão vai diminuindo à medida que cresce a espessura da torta, sendo utilizada para precipitados pouco compressíveis.



Caso 2 – quando se trata de um precipitado compressível é preferível começar a filtrar a uma pressão pequena para não torná-lo pouco permeável e ir aumentando à medida que aumenta a espessura da torta (portanto, a resistência à filtração), mantendo-se constante a vazão de filtrado.

Caso 3 – pretende-se harmonizar as vantagens dos casos 1 e 2. Na realidade, nem sempre se mantém rigorosamente as condições de filtração, o que dificulta as previsões teóricas.

### **Fatores de projeto:**

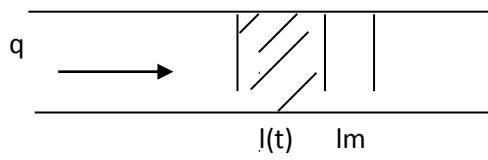
- Quantidade de material a ser operado
- Concentração da suspensão de alimentação
- Grau de separação que se deseja efetuar
- Propriedades do fluido e das partículas sólidas (torta)
- Custos relativos

- Regimes de escoamento
- Queda de pressão na torta
- Volume de filtrado recolhido na unidade de tempo

### Equações de balanço

$l_m$  – espessura do meio filtrante

$l$  – espessura torta (varia com  $t$ )



Equação de Darcy :

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{k} \cdot q \quad (1)$$

$$\text{Torta: } q = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta P_2}{l(t)} \quad (2)$$

$\Delta P_2$  = queda de pressão na torta

$$\text{Meio filtrante: } q = \frac{k_m}{\mu} \cdot \frac{\Delta P_1}{l_m} \quad (3)$$

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 = \mu \cdot q \cdot (1/k + l_m / k_m) \quad (4)$$

$q$  – velocidade superficial (  $Q/A$  )

$V$  – volume de filtrado

$A$  – área de filtração

$$q = \frac{1}{A} \cdot (dV/dt) \quad \text{e} \quad q = \frac{\Delta P}{\mu \cdot (1/k + l_m / k_m)}$$

$$\frac{1}{A} \cdot (dV/dt) = \frac{1}{(l/k + l_m/k_m)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \quad (5)$$

$R_m = l_m/k_m$  = resistência específica do meio filtrante

$$[R_m] = L^{-1}$$

$$\frac{1}{A} \cdot (dV/dt) = \frac{1}{(l/k + R_m)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \quad (6)$$

*Relação entre l e k – balanço de massa na torta*

$$s = \frac{\text{massa de sólidos na suspensão}}{\text{massa de líquido na suspensão}}$$

$$s = \frac{(1-\varepsilon) \cdot A \cdot l \cdot \rho_s}{\rho \cdot V + \varepsilon \cdot A \cdot l \cdot \rho} \quad (7)$$

$$(1-\varepsilon) \cdot A \cdot l \cdot \rho_s = \text{massa de sólidos na torta}$$

$$\rho \cdot V = \text{massa de líquido recolhida}$$

$$\varepsilon \cdot A \cdot l \cdot \rho = \text{massa de líquido retida na torta}$$

$$\text{Se } \varepsilon A l \rho \ll \rho V \longrightarrow s = \frac{(1-\varepsilon) \cdot A \cdot l \cdot \rho_s}{\rho \cdot V} \quad (8)$$

$$1 = \frac{s \cdot \rho}{(1-\varepsilon) \cdot \rho_s} \cdot \frac{V}{A} \quad (9)$$

↓  
característica do sistema

$$\frac{1}{A} \cdot (dV/dt) = \frac{1}{\left( \frac{s \cdot \rho}{k \cdot (1-\varepsilon) \cdot \rho_s} \cdot \frac{V}{A} + R_m \right)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \quad (10)$$

Chamando:  $\alpha = \frac{1}{k.(1-\varepsilon).\rho_s} = \text{resistência específica da torta}$

$$\frac{1}{A} \cdot (dV/dt) = \frac{1}{(\alpha \cdot \rho_s \cdot \frac{V}{A} + R_m)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \quad (11)$$

$$[\alpha] = LM^{-1}$$

Para algumas tortas  $\alpha$  é praticamente constante e são chamadas tortas incompressíveis.

### FILTRAÇÃO COM TORTAS INCOMPRESSÍVEIS.

#### 1 – Pressão constante

$\Delta P$  é constante e  $\alpha$  é constante

$$\frac{1}{A} \cdot (dV/dt) = \frac{1}{(\alpha \cdot \rho_s \cdot \frac{V}{A} + R_m)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \quad (11)$$

Integrando:

---

$$\int_0^V (\alpha \cdot \rho_s \cdot \frac{V}{A} + R_m) \cdot dV = A \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \int_0^t dt \quad (12)$$

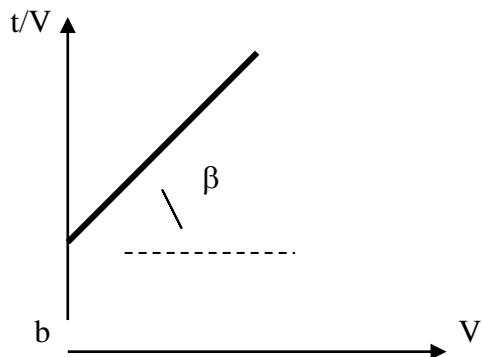
$$\frac{\alpha \cdot \rho_s}{A} \cdot \frac{V^2}{2} + R_m \cdot V = A \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \cdot t \quad (13)$$

ou

$$\frac{t}{V} = \frac{\alpha \cdot \rho_s \cdot \mu}{2 \cdot A^2 \cdot \Delta P} \cdot V + \frac{\mu}{A \cdot \Delta P} \cdot R_m \quad (14)$$

$\alpha$  e  $R_m$  são fatores determinados experimentalmente.

Dados de Volume de filtrado (V) *versus* tempo (t)



Onde:  $b = \underline{\mu \cdot R_m} \rightarrow$  obtém-se  $R_m$

$$A \cdot \Delta P$$

$$\underline{\operatorname{tg} \beta = \mu \cdot \alpha \cdot s \cdot \rho} \rightarrow \text{obtém-se } \alpha$$

$$2 \cdot A^2 \cdot \Delta P$$

## 2 – Vazão constante

$$\frac{1}{A} \cdot (dV/dt) = \frac{1}{(\alpha \cdot \rho \cdot s \cdot \frac{V}{A} + R_m)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \quad (11)$$

$$(dV/dt) = \frac{A \cdot \frac{V}{A}}{(\alpha \cdot \rho \cdot s \cdot \frac{V}{A} + R_m)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \quad (15)$$

$$\frac{dV}{dt} = C \longrightarrow V = C \cdot t \text{ ou } V/t = C$$

$$\frac{V}{t} = \frac{A \cdot \frac{V}{A}}{(\alpha \cdot \rho \cdot s \cdot \frac{V}{A} + R_m)} \cdot \frac{\Delta P}{\mu} \rightarrow \frac{A \cdot t}{\mu} \cdot \Delta P = \alpha \cdot \rho \cdot s \cdot \frac{V^2}{A} + R_m \cdot V \quad (16)$$

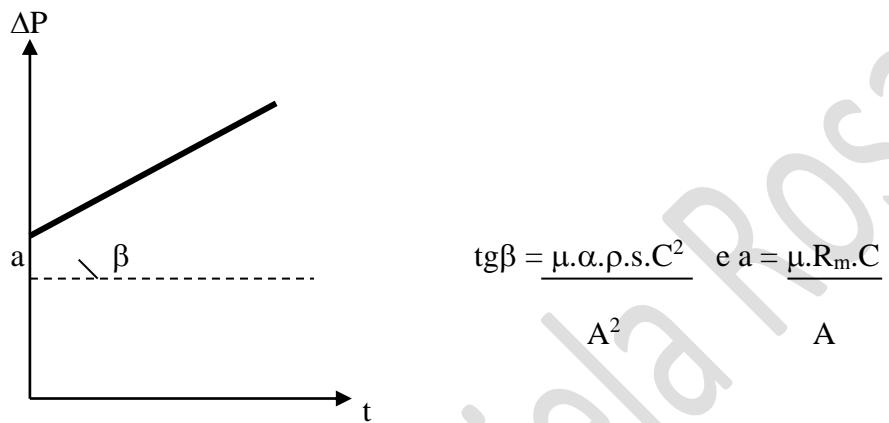
$$\Delta P = \{\mu \cdot \alpha \cdot \rho \cdot s \cdot (V/A)^2 + \mu \cdot R_m \cdot (V/A)\} \cdot 1/t \quad (17)$$

Como  $V = C \cdot t$ :

$$\Delta P = (\underline{\mu} \cdot \underline{\alpha} \cdot \underline{\rho} \cdot \underline{s} \cdot C^2) \cdot t + \underline{\mu} \cdot R_m \cdot C \quad (18)$$

$$A^2 \qquad A$$

onde  $C$  é a própria vazão



Algumas vezes  $R_m$  é muito pequena – desprezível

$$\Delta P = \underline{\mu} \cdot \underline{\alpha} \cdot \underline{s} \cdot C^2 \cdot t \rightarrow \text{passa pela origem}$$

$$A^2$$

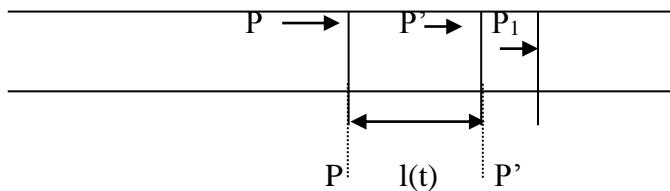
## FILTRAÇÃO COM TORTAS COMPRESSÍVEIS

Observa-se que a porosidade e a resistência específica variam com a posição no interior da torta, devido às tensões mecânicas que tendem a comprimir a torta.

Meio filtrante não é compressível, apenas a torta!!

Admite-se que  $\varepsilon$  e  $\alpha$  são funções da pressão  $P_s$ , definida como:

$$P_s = P - P' \rightarrow \text{queda de pressão na torta}$$



Os testes de variação de  $\varepsilon$  e  $\alpha$  com  $P_s$  ou com  $\Delta P = P - P_1$  (queda de pressão total) podem ser realizadas no laboratório e as curvas são do tipo:

$$\alpha = \alpha_0 (\Delta P)^n \quad (19)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (\Delta P)^m \quad (20)$$

ou

$$\alpha = \alpha_0 P_s^n \quad (21)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 P_s^m \quad (22)$$

$n$  é uma medida quantitativa de compressibilidade da torta ( $0 < n < 1$ )

$n \approx 0 \rightarrow$  torta incompressível

$n \neq 0 \rightarrow$  torta compressível

$n \rightarrow 1 \rightarrow$  torta muito compressível

Voltando à equação de Darcy:

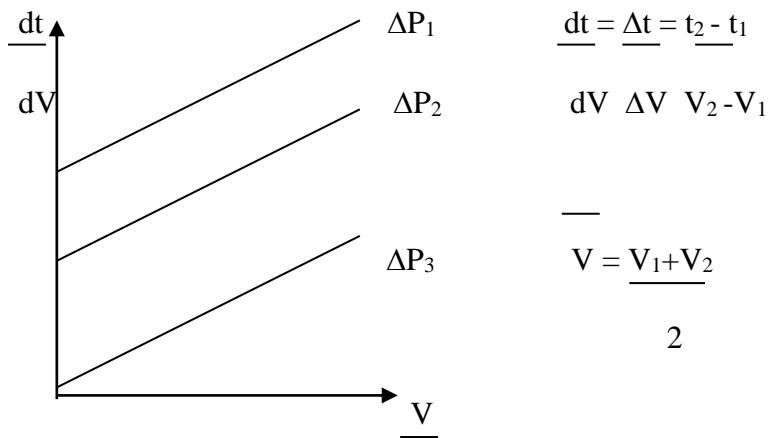
$$\frac{dt}{dV} = \frac{\mu \cdot [(\alpha \cdot s \cdot \rho \cdot V) + R_m]}{A \cdot \Delta P} \quad (23)$$

$$\frac{dV}{A \cdot \Delta P} = \frac{A}{\alpha \cdot s \cdot \rho \cdot V}$$

$\langle \alpha \rangle$  varia com cada  $\Delta P = P - P_1$

Tendo-se dados de  $t$  versus  $V$  a vários  $\Delta P$ 's

Pode-se obter por diferenciação as curvas:



$$\underline{dt} = \underline{\Delta t} = \underline{t_2 - t_1}$$

$$dV \quad \Delta V \quad V_2 - V_1$$

$$V = \underline{\underline{V_1 + V_2}}$$

2

$$\underline{dt} = \underline{\mu} \cdot \underline{[a.s. \rho.V + R_m]}$$

$$dV \quad A \cdot \Delta P \quad 2.A$$

$$\text{Coef. Linear} = \frac{\underline{\mu}}{A \cdot \Delta P} \cdot R_m \longrightarrow R_m$$

Coef. Angular  $\rightarrow \alpha$  para cada  $\Delta P$

Obtém-se  $\alpha$  para cada curva ( coeficiente angular das curvas obtidas ) que corresponde a cada  $\Delta P$ .

A seguir ajusta-se:  $\alpha = \alpha_0 (\Delta P)^n$

$\log \alpha = \log \alpha_0 + n \cdot \log (\Delta P) \longrightarrow$  obtém-se:  $\alpha_0$  e  $n$

## FILTRO ROTATIVO

$N = \text{nº de rotações por unidade de tempo}$

$I = \text{fração do filtro imerso} / 360^0$

O tempo de 1 ciclo será  $1/N$

Tempo de filtração em cada ciclo:  $t_f$

$$t_f = I / N$$

Define-se a capacidade do filtro  $Q$ , por:

$$Q = \frac{V}{1/N} \rightarrow Q = V.N, \text{ onde } V \text{ é o volume de filtrado retirado em um ciclo.}$$

$$1/N$$

**Exercício 38**– Em uma instalação experimental obteve-se os resultados para filtração de  $\text{CaCO}_3$  em  $\text{H}_2\text{O}$  a  $20^\circ\text{C}$ .

Vol.filtrado(l)	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	5,5	6,0
Tempo(s)	5,0	11,5	19,8	30,1	56,8	91,2	133	156	182,5

O filtro empregado nas experiências tem uma superfície de filtração de  $0,28\text{m}^2$ . A pressão de trabalho, constante durante a experiência foi de  $2,5 \text{ kgf/cm}^2$ . A suspensão contém  $2,5\text{g}$  de  $\text{CaCO}_3$  para cada  $100\text{cm}^3$  de líquido mãe. Calcular:

- A resistência específica da torta e a do meio filtrante
- A superfície de filtração que deverá possuir um filtro industrial no qual se pretende obter  $400\text{kg/h}$  de precipitado seco trabalhando o filtro a  $2,5 \text{ kgf/cm}^2$  e estando o filtrado a  $20^\circ\text{C}$ . Torta incompressível.

**Exercício 39** – Em uma instalação experimental de filtração com área de  $0,30\text{m}^2$  de superfície filtrante trabalhou-se com uma suspensão contendo uma fração de sólidos de

0,025. Para se verificar a influência da pressão, efetuou-se 2 ensaios, que forneceram os seguintes resultados:  $\mu_{lq. mae} = 1,2 \text{ cp}$ .

$$\Delta P_1 = 1,98 \text{ kgf/cm}^2 \text{ e } \Delta P_2 = 3,45 \text{ kgf/cm}^2$$

V (l)	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
t(s) - $\Delta P_1$	14	24,2	37	51,7	69	88,8	110	134	160
t(s) - $\Delta P_2$	9,5	16,3	24,6	34,7	46,1	59,0	73,6	89,4	107,3

Deseja-se calcular o tempo necessário para filtrar, em um filtro industrial, já construído, com uma superfície de filtração de  $20\text{m}^2$ , trabalhando a  $\Delta P = 4,5 \text{ kgf/cm}^2$ , obtendo-se  $5\text{m}^3$  de filtrado.

**Exercício 40** – Ensaios realizados com filtros rotativos piloto de  $2900\text{cm}^2$  de área operando a  $\Delta P = 10\text{psi}$  e  $20^\circ\text{C}$ , conduziram aos seguintes resultados para uma suspensão aquosa de  $\text{Al(OH)}_3$ ,  $\mu = 1 \text{ cp}$  e para 5% em peso de sólidos na suspensão. O ângulo de imersão do tambor é  $90^\circ$ . Calcular a capacidade da unidade industrial ( $\text{ft}^3$  filtrado/ $\text{hm}^2$ ) operando com a mesma suspensão e o mesmo meio filtrante, a  $35^\circ\text{C}$ .

N (rpm)	0,0106	0,046	0,109	0,374	0,518
Vazão filtrado	0,0166	0,0323	0,0403	0,0585	0,0659
Q ( $\text{ft}^3/\text{min}$ )					

$$\mu = 0,722 \text{ cp}, 1 \text{ rpm}$$

$$\Delta P = 10 \text{ psi, imersão, imersão de } 120^\circ$$

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- CREMASCO, M. A. Operações Unitárias Em Sistemas Particulados e Fluidomecânicos, Ed. Blucher, 2011.
- FOUST, A. S.; WENZEL, A. W.; CLUMP, C. W.; MAUS, L.; ANDERSEN, L. B. Princípios das Operações Unitárias, LTC, 2<sup>a</sup> Ed., 1982.
- GEANKOPLIS, C. J. Transport Processes and Separation Process Principles: Include Unit Operations, Prentice Hall, 4<sup>a</sup> Ed., 2003.
- MASSARANI, G. Fluidodinâmica em Sistemas Particulados, Ed. e-papers, 2<sup>a</sup> Ed., 2002.
- McCABE, W. L.; SMITH, J. C.; HARRIOTT, P. Unit Operations of Chemical Engineering, McGraw-Hill, 7<sup>a</sup> Ed., 2005.
- NOTAS DE AULA. Disciplina de Sistemas Particulados. Faculdade de Engenharia Química, Unicamp, 2008.
- PERRY, R.H.; GREEN, D.W.; MALONEY, J.O. Perry's Chemical Engineer's Handbook, McGraw-Hill, 7<sup>a</sup> Ed., 1997.