

MAGNETOMETRIA DE IO, LUA DE JÚPITER

Data de aceite: 29/11/2019

Pedro Henrique Leal Hernandez

Universidade Federal do Pampa, Geologia
Caçapava do Sul – RS

Vinicius de Abreu Oliveira

Universidade Federal do Pampa, Geologia
Caçapava do Sul – RS

RESUMO: Io, o primeiro satélite galileano de Júpiter, chama a atenção pela magnitude de sua atividade vulcânica. Apresentando vulcanismos de alta temperatura (>1.600 °C) e com erupções alcançando algumas centenas de metros de altura. Esta atividade vulcânica é causada por um processo conhecido como aquecimento por maré, que por sua vez é criado pela atração gravitacional e pela ressonância orbital de Io com Júpiter e dois de seus outros satélites: Europa e Ganimedes. Utilizando dados geofísicos da missão espacial Galileo, lançada em 18 de outubro de 1989, que realizou voos de sondagem do Sistema Júpiter entre 1995 e 2003, este trabalho tem como objetivo analisar a interação entre o campo magnético de Júpiter e o campo magnético induzido em Io. E desta forma, estimar um valor para este campo magnético induzido.

PALAVRAS-CHAVE: Io. Júpiter. Sistema Júpiter. Magnetometria.

MAGNETOMETRY OF IO, JUPITER'S MOON

ABSTRACT: Io, Jupiter's first Galilean satellite, draws attention by the magnitude of its volcanic activity. Featuring high-temperature volcanism (> 1,600 °C) and eruptions reaching a few hundred meters high. This volcanic activity is caused by a process known as tidal heating, which is in turn created by the gravitational pull and orbital resonance of Io with Jupiter and two of its other satellites: Europa and Ganymede. Using geophysical data from Galileo space mission, launched on October 18, 1989, which conducted Jupiter System probing flights between 1995 and 2003, this paper aims to analyze the interaction between Jupiter's magnetic field and the Io-induced magnetic field. And so, estimate a value for this induced magnetic field.

KEYWORDS: Io. Jupiter. Jupiter system. Magnetometry.

1 | INTRODUÇÃO

1.1 IO

Io é o satélite galileano, isto é, observado por Galileu 1609, mais próximo de Júpiter. O satélite possui dimensões e composição bem próximas da nossa própria Lua (Tabela 1). No entanto, é o corpo mais vulcanicamente ativo

do Sistema Solar, atualmente ele possui centenas de pontos vulcânicos ativos em sua superfície (Lopes e Spencer, 2007).

Parâmetro	Io	Lua
Planeta Parental	Júpiter	Terra
Tamanho (diâmetro)	3.630 km	3.475 km
Massa	$8,94 \times 10^{22}$ kg	$7,35 \times 10^{22}$ kg
Densidade	$3,53 \text{ g/cm}^3$	$3,34 \text{ g/cm}^3$
Distância orbital	421.600 km	384.400 km
Período orbital	42 horas	28 dias
Período de rotação	42 horas	28 dias
Velocidade orbital	17,33 km/s	1,02 km/s
Momento de inércia	$0,37824 \pm 0,00022$	$0,3929 \pm 0,0009$

Tabela 1 – Comparação dos parâmetros físicos entre Lua e Io.

Fonte: adaptado de Estalick (2000)

Este vulcanismo exacerbado é causado por um fenômeno conhecido como aquecimento de maré, que por sua vez é proveniente da Ressonância de Laplace (Lopes e Spencer, 2007). Neste fenômeno, os satélites galileanos periodicamente se alinham com Júpiter, onde a cada órbita completada por Ganimedes ao redor de Júpiter, Europa completa duas e Io completa quatro. Esta ressonância periódica causa a deformação e o aquecimento interno dos satélites interiores de Júpiter (Io e Europa).

Além da interação gravitacional entre Júpiter e Io, também é notável a interação que o campo magnético de Júpiter – o maior apresentado por um planeta do Sistema Solar, com a magnitude de 400.000 nT (CONNERNEY et al., 1998) – possui com as partículas expelidas pelo vulcanismo de Io e com seu interior rochoso aquecido. O campo magnético do planeta é capaz de ionizar as partículas expelidas por Io, criando um torus de plasma situado na órbita de Io (Figura 1).

Utilizando dados de magnetometria da missão Galileo disponibilizados pela NASA, que realizou a sondagem dos quatro satélites galileanos e também da magnetosfera de Júpiter entre 1995 e 2003, foram filtrados intervalos de influência de Io no campo magnético de Júpiter, e calculado o campo magnético induzido pela lua.

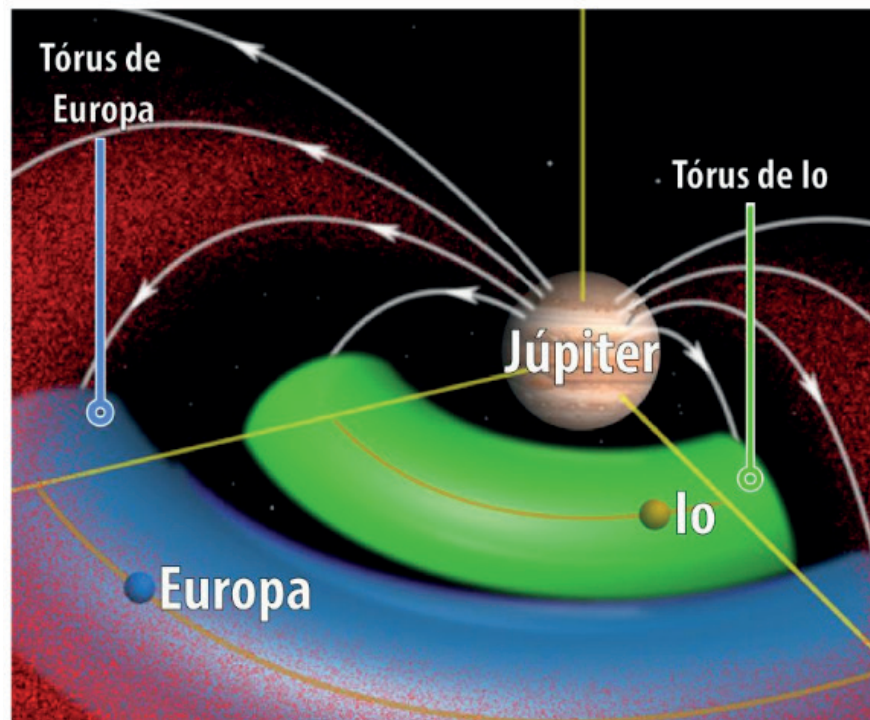


Figura 1 – O Torus de Io, com indicação das linhas de campo magnético de Júpiter e das órbitas dos satélites Io e Europa

Fonte: adaptado de Johns Hopkins (2003)

1.2 Magnetometria

O principal método geofísico utilizado neste trabalho foi a magnetometria, este utiliza leituras do campo magnético de um corpo para a investigação de rochas e estruturas em subsuperfície. Um campo magnético externo é capaz de induzir um campo magnético secundário em rochas e estruturas (REYNOLDS, 2011). Este campo magnético induzido pode se combinar ou contrapor o campo inicial. A indução também depende da temperatura: se alta o suficiente, a agitação termal destrói o alinhamento dos dipolos magnéticos, se baixa o suficiente, dificulta a movimentação dos elétrons (DENTITH; MUDGE, 2014).

A magnetometria analisa essas alterações do campo magnético de referência. Estes valores são medidos de acordo com cada região (REYNOLDS, 2011). A diferença captada é usada para interpretação dos diferentes materiais que estão em subsuperfície.

É interessante ressaltar a equação da diluição geométrica, também conhecida como a Lei do Inverso do Quadrado da Distância. Uma relação conhecida e válida para gravidade; ondas eletromagnéticas; campo magnético; e outras grandezas da natureza (KEPLER; SARAIVA, 2004). A Figura 2 exemplifica que um mesmo valor inicial se dispersa por uma área cada vez maior com o aumento da distância.

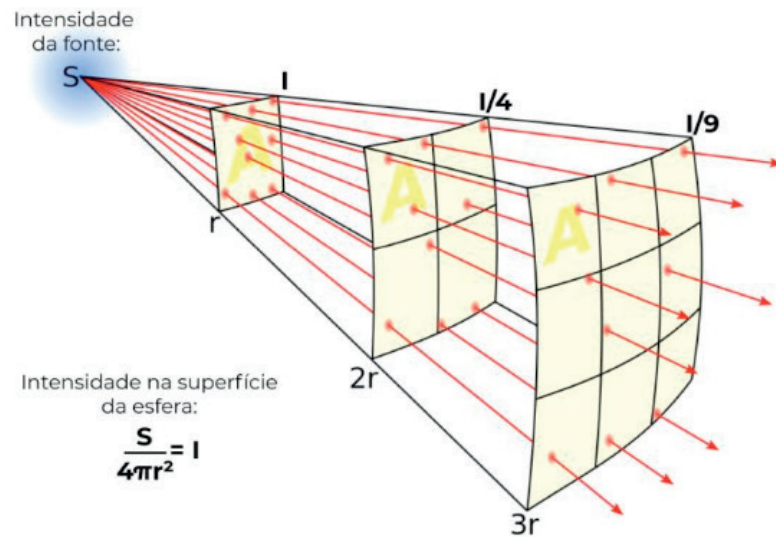


Figura 2 - Exemplo visual de diluição geométrica
 Fonte: adaptado de Wikipedia, *Inverse Square Law*, 2008

Considerando esta diluição geométrica é possível inferir uma equação geral dada por:

$$I = \frac{S}{4\pi r^2} \quad (1.1)$$

onde:

I = Intensidade do campo magnético a uma distância radial r;

S = Intensidade do campo magnético da fonte;

r = Distância radial até a fonte.

2 | MATERIAIS

2.1 A missão galileo: a sonda

a missão Galileo realizou um total de 34 órbitas ao redor de Júpiter. Porém, nem todas resultaram na captação de dados do objeto de estudo deste projeto, de fato, apenas cinco destas órbitas estavam programadas para captar dados (geofísica e imageamento) de Io. Cada órbita da Galileo foi numerada sequencialmente iniciando na órbita 0, como a primeira ao redor do Sistema Júpiter. Desta forma as órbitas 0, 24, 27, 31 e 32 são as de interesse para o presente trabalho. Por vezes, devido ao sistema de segurança da própria sonda, em algumas órbitas não é possível obter dados utilizáveis, este foi o caso em duas órbitas realizadas em Io, as órbitas 25 e 33.

Esta missão foi constituída por duas espaçonaves, uma orbitante e uma sonda atmosférica, a espaçonave orbitante tinha sua estrutura dividida em duas seções. A Figura 3 mostra o diagrama da Galileo, com suas ferramentas separadas em quatro

classes: aparelhos de engenharia (em verde), instrumentos de campos e partículas (em azul), a sonda atmosférica (em amarelo) e instrumentos de sensoriamento remoto (em vermelho).

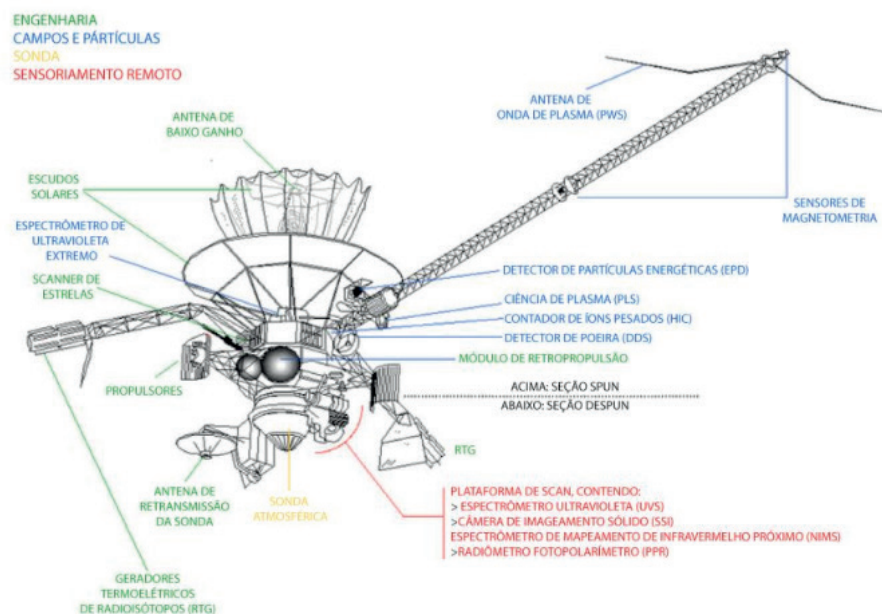


Figura 3- Diagrama da espaçonave orbitante Galileo com a sonda ainda acoplada

Fonte: traduzida de NASA (1989).

2.2 A missão galileo: dados

Os dados de magnetometria realizadas pela sonda Galileo, estão disponibilizados pela NASA em sites específicos da missão. Cada volume de dados é composto de 2 arquivos:

- Formato .tab: tabelas com os dados brutos;
- Formato .lbl: rótulo de cada coluna da tabela de dados brutos, com uma descrição sucinta de cada item.

Ambos os arquivos podem ser visualizados utilizando-se algum editor de texto simples, como o bloco de notas. A Figura 4 traz juntamente uma imagem contendo a pasta com os volumes e os dois arquivos citados acima aberto com a ferramenta citada.

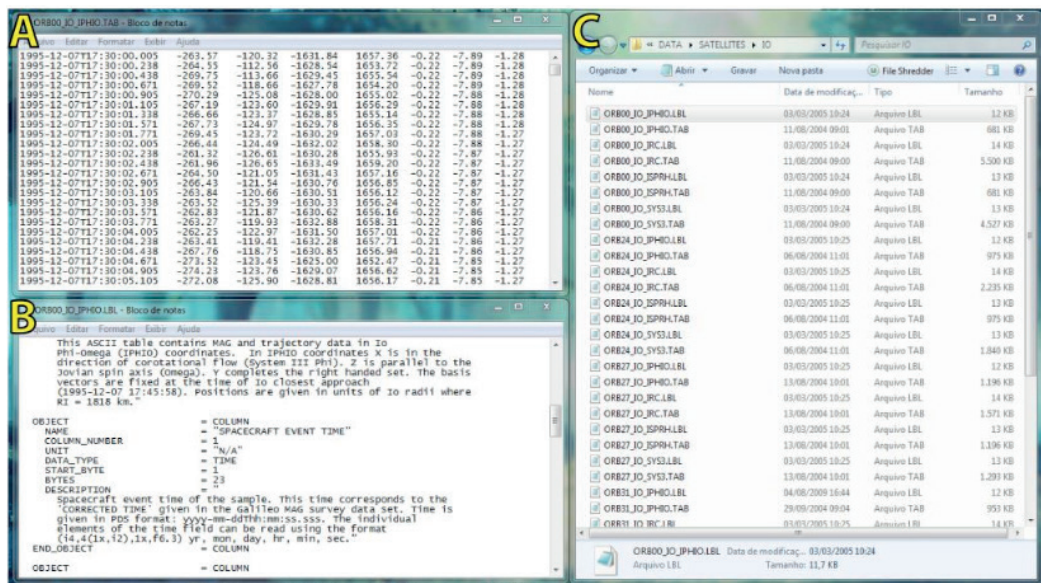


Figura 4 - Arquivo com os dados brutos (A), arquivo com os rótulos (B) ambos para magnetometria da órbita 0, e pasta contendo os volumes (C).

Fonte: confeccionado pelo autor utilizando dados disponíveis em Kivelson et al. (1997).

Foram obtidos um total de 20 volumes de dados, sendo estes referentes às cinco órbitas que foram realizadas em Io durante os oito anos de sondagem do Sistema Júpiter. Cada órbita conta com quatro leituras de magnetometria em formas de coordenadas diferentes (a forma de coordenada não altera o valor da leitura para um mesmo momento):

- IPHIO: Leitura em coordenadas Phi-Omega;
- IRC: Leitura em coordenadas da espaçonave despun;
- ISPRH: Leitura em coordenadas de mão direita centradas em Io;
- SYS3: Leitura realizada em Sistema de coordenadas 3 para Io;

Partindo das cinco órbitas, e dos quatro tipos de coordenadas, para este trabalho será utilizada a Órbita 0, isso devido a leitura ter sido realizada de forma linear e sem mudanças bruscas no percurso. Já para os tipos de coordenada, a SYS3 será utilizada, por apresentar a maior quantidade de leituras (49.840 leituras).

3 | MÉTODOS

3.1 Análise inicial dos dados

O primeiro passo para uma análise dos dados disponíveis é converter os arquivos .tab em planilhas eletrônicas. A Figura 5 é uma amostra dos dados disponíveis na SYS3 para a órbita 0.

SPACECRAFT EVENT TIME	BR (nT)	BTHETA (nT)	BPHI (nT)	CAMPO MAGNÉTICO OBSERVADO (nT)	ALCANCE (R _J)	LATITUDE (deg)	LONGITUDE LESTE (deg)	LONGITUDE OESTE (deg)
1995-12-07T15:21:01.776	299,01	779,02	-29,05	834,94	7,72	-1,8	155,54	204,46
1995-12-07T15:21:02.009	300,51	778,88	-26,69	835,27	7,72	-1,8	155,54	204,46
1995-12-07T15:21:02.243	298,7	778,24	-26,09	834	7,72	-1,8	155,53	204,47
1995-12-07T15:21:02.443	300,75	778,91	-26,8	835,38	7,72	-1,8	155,53	204,47
1995-12-07T15:21:02.676	301,91	778,62	-26,19	835,51	7,72	-1,8	155,53	204,47
1995-12-07T15:21:02.909	298,66	779,85	-26,87	835,52	7,72	-1,8	155,53	204,47
1995-12-07T15:21:03.109	300,61	784,28	-27,26	840,36	7,72	-1,8	155,53	204,47
1995-12-07T15:21:03.343	301,57	779,91	-27,55	836,64	7,72	-1,8	155,52	204,48
1995-12-07T15:21:03.576	299,42	779,86	-26,31	835,78	7,72	-1,8	155,52	204,48
1995-12-07T15:21:03.776	300,1	779,19	-25,4	835,37	7,72	-1,8	155,52	204,48

Figura 5 - Exemplo de dados disponíveis para a SYS3 da órbita 0

Fonte: confeccionado pelo autor utilizando dados disponíveis em Kivelson et al. (1997).

Para analisar o comportamento do campo magnético, de acordo com a distância até Júpiter, foi confeccionado um gráfico de dispersão de Magnitude do campo magnético contra Alcance, mostrado na Figura 6. Sabendo-se que lo orbita Júpiter a 421.800 km de distância em média, e que o raio de Júpiter é de 71.492 km no equador, então lo está a uma distância de aproximadamente 5,9 raios de Júpiter do centro do planeta. Através da Figura 6 fica evidente, justamente nesta posição, a existência de uma grande perturbação no campo magnético de Júpiter.

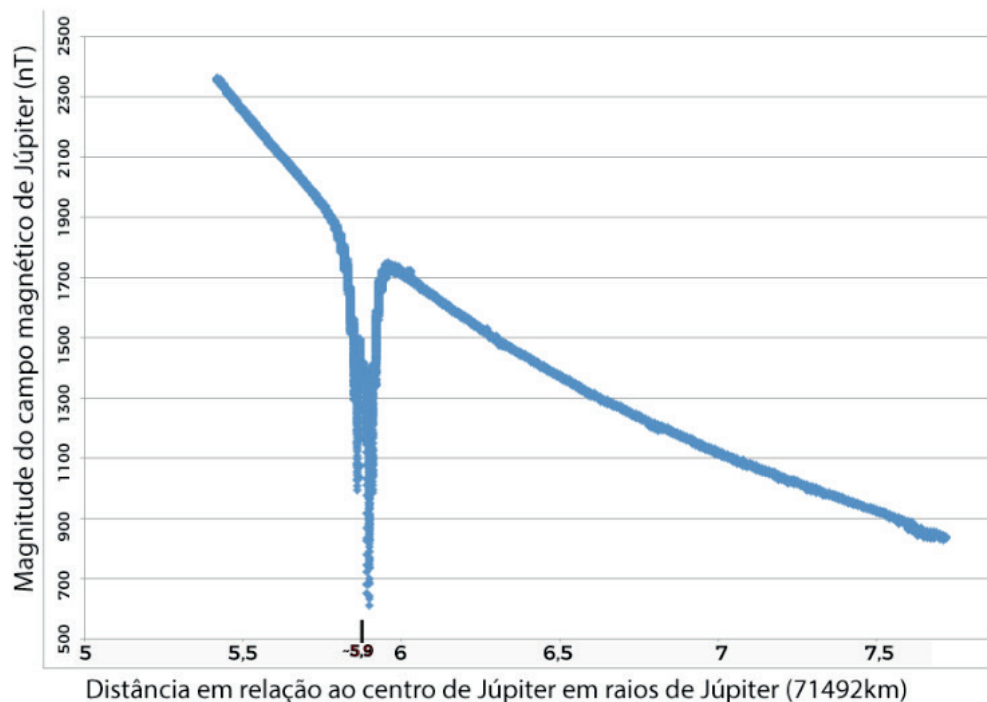


Figura 6 - Comportamento do Campo Magnético de Júpiter de acordo com a distância ao centro do planeta

Fonte: confeccionado pelo autor utilizando dados disponíveis em Kivelson et al. (1997).

Para obter um maior nível de detalhe, um novo gráfico de dispersão foi criado com os dados de coordenada IPHIO (Figura 7), pois estes dados apresentam as

coordenadas em relação ao centro de Io em raios do próprio satélite ($R_i = 1.815 \text{ km}$).

Desta forma, foi observado que para as distâncias bem próximas a Io ($0,3 R_i$, ou aproximadamente 600 m) a variação do campo magnético é pequena. De fato, a maior perturbação do campo magnético de Júpiter começa em distâncias maiores que $0,3 R_i$ ($> 600 \text{ m}$) e condizem com a altura do material expelido pelo vulcanismo, esta grande oscilação pode, então, ser causada pelo torus de plasma de Io que fica situado aproximadamente nesta altura.

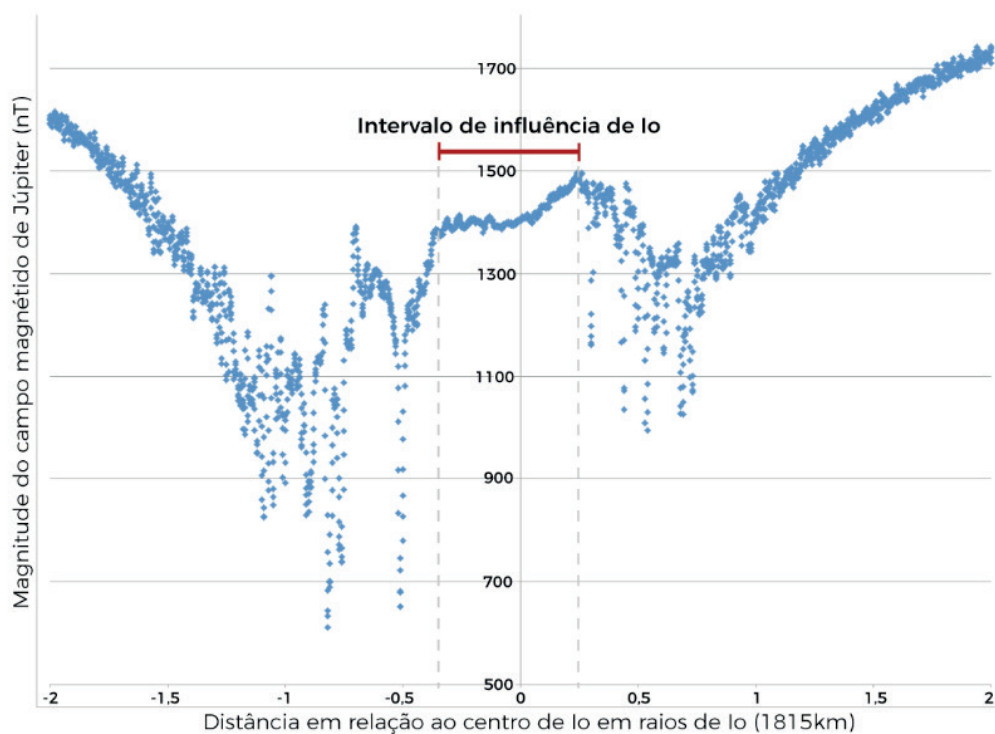


Figura 7 - Comportamento do Campo Magnético de Júpiter nas proximidades de Io.

Fonte: confeccionado pelo autor utilizando dados disponíveis em Kivelson et al. (1997).

3.1 Filtragem dos dados

Como observado na Figura 6, o torus de plasma ao redor de Io afeta muito mais o campo magnético de Júpiter do que o satélite em si. Deste modo, foram filtrados os dados para que apenas o campo dentro da influência de Io fosse utilizado. Para isto foram utilizados os dados da leitura IPHIO que mostra o comportamento do campo magnético de Júpiter, porém com os dados centrados em Io. Então, apenas os alcances entre $-0,35R_i$ e $+0,25R_i$ foram utilizados.

Estes valores filtrados equivalem a 343 leituras, em um período de 2 minutos. Além destes valores, também foram filtrados os alcances sob a influência do torus de plasma de Io, para melhor averiguar o comportamento do campo magnético de Júpiter sem essas perturbações. O intervalo de valores filtrado foi de 5,8 até 5,95 R_i , visualmente separados no gráfico de dispersão da SYS3 da órbita 0.

Desta forma foi possível plotar um novo gráfico de dispersão para análise do comportamento do campo magnético de Júpiter (Figura 8). De onde, com o auxílio

da ferramenta de linha de tendência da planilha eletrônica, notou-se que o campo magnético de Júpiter não obedece exatamente a Lei do Quadrado do Inverso da Distância. Com a sua potência de curva de tendência sendo -2,854 como evidenciado pelo gráfico, e não -2 o que indicaria diluição geométrica. Isso se deve a presença de interações magnéticas com partículas ionizadas (Io) e corpos (Ganimedes) com campo intrínseco dentro da magnetosfera de Júpiter (GURNETT et al., 1996; MAUK et al., 2002).

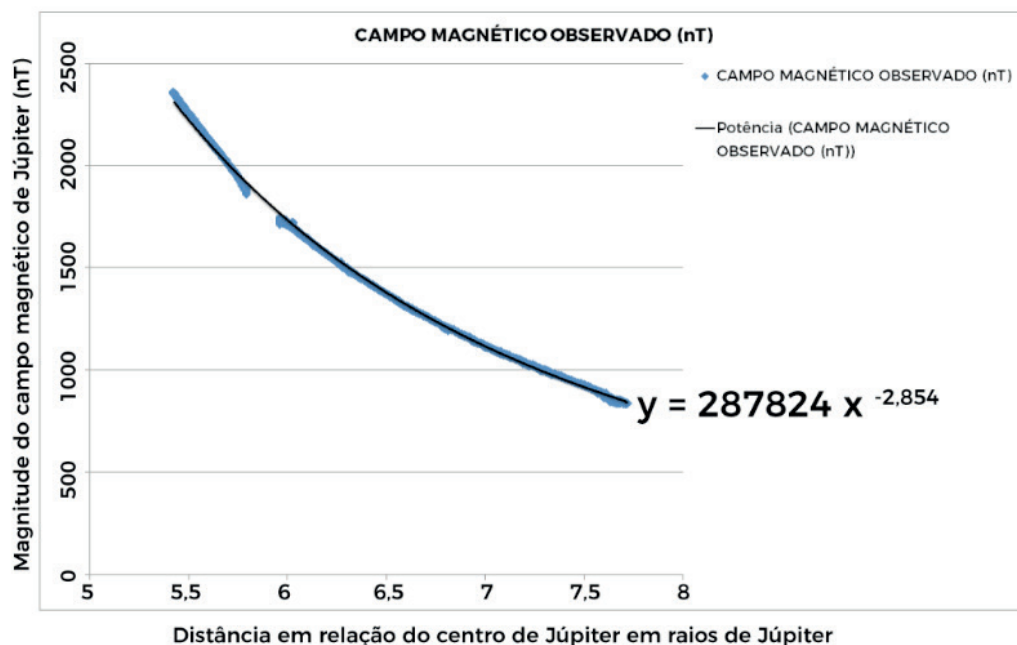


Figura 8 - Comportamento do campo magnético de Júpiter sem a presença de Io, a linha escura representa o modelo criado

Fonte: confeccionado pelo autor utilizando dados disponíveis em Kivelson et al. (1997).

4 | CÁLCULO DO CAMPO MAGNÉTICO INDUZIDO

Como evidenciado na Figura 8, o ajuste da curva não respeita a diluição geométrica. Sendo assim, não é um bom modelo utilizar a Equação 1.1 com os valores de distância radial disponíveis no banco de dados da órbita 0 com a SYS3, e como valor para o campo de Júpiter igual a 4 G (400.000 nT), valor referente ao campo magnético sobre o equador de Júpiter (CONNERNEY et al., 1998).

4.1 Cálculo do campo magnético induzido: diluição geométrica

Pelo método da diluição geométrica, foram obtidos valores do campo magnético que deveria ser observado a certa distância da fonte. A média dos valores para as distâncias disponíveis em R_j resultou em 921,40 nT. Cada valor individual foi subtraído do valor real observado, sobrando assim então o campo magnético induzido pelas rochas de Io. Para este obteve-se um valor médio de 493,21 nT.

A Figura 10 traz uma amostra da tabela com as etapas de cálculo (os autores

podem disponibilizar as planilhas para aqueles que se interessarem).

SPACECRAFT EVENT TIME	CAMPO MAG. OBSERVADO (nT)	ALCANCE (R _i)	DILUIÇÃO GEOMÉTRICA (nT)	CAMPO INDUZIDO (nT)
1995-12-07T17:45:48.004	1384,78	5,89	917,5284465	467,2515535
1995-12-07T17:45:48.237	1380,58	5,89	917,5284465	463,0515535
1995-12-07T17:45:48.437	1382,85	5,89	917,5284465	465,3215535
1995-12-07T17:45:48.671	1381,49	5,89	917,5284465	463,9615535
1995-12-07T17:45:48.904	1378,13	5,89	917,5284465	460,6015535
1995-12-07T17:45:49.104	1378,17	5,89	917,5284465	460,6415535
1995-12-07T17:45:49.337	1374,28	5,89	917,5284465	456,7515535
1995-12-07T17:45:49.571	1375,43	5,89	917,5284465	457,9015535
1995-12-07T17:45:49.771	1373,38	5,89	917,5284465	455,8515535
1995-12-07T17:45:50.004	1374,91	5,89	917,5284465	457,3815535
1995-12-07T17:45:50.237	1373,37	5,89	917,5284465	455,8415535

Figura 10 - Amostra da tabela de cálculo do campo magnético induzido pelo método da diluição geométrica

Fonte: confeccionado pelo autor utilizando dados disponíveis em Kivelson et al. (1997).

4.2 Cálculo do campo magnético induzido: regressão não linear

No presente caso, notamos que o melhor modelo seria calcular uma regressão não linear dos dados para uma potência maior do que dois. Desta forma, gera-se uma equação para o campo magnético de acordo com o comportamento dos dados disponíveis, ajustando o modelo aos dados observados.

A regressão não linear primeiramente foi realizada com auxílio da extensão XLSTAT para o software de planilha eletrônica, porém, como os resultados não foram muito discrepantes do cálculo manual ($R^2= 0,95$ para o cálculo com o XLSTAT e $R^2= 0,98$ para o cálculo manual). Sendo assim, se preferiu manter o cálculo manual por ser executado mais rapidamente e por gerar valores únicos para cada leitura ao invés de um valor médio como o XLSTAT.

Para o cálculo manual da regressão, foram utilizados os valores do campo magnético observado, alcance em R_i respectivo e a potência desejada. Para as potências, foram utilizados dois valores, -2 por ser usual do inverso do quadrado da distância e -3 por ser compatível com a diluição geométrica de dipolos magnéticos. Com isto, foram calculados os coeficientes da equação do campo magnético induzido utilizando a equação:

$$y = bx^a$$

onde:

y = campo magnético dependente de x;

x = distância;

b = coeficientes;

a = potência de decaimento;

Foram obtidos a partir desta equação, isolando-se **b**, os coeficientes para as potências -2 e -3. Assim, ao se fazer a razão entre esta nova equação com potência conhecida, e a equação gerada automaticamente pela planilha eletrônica com a

linha de tendência, tem-se uma equação que deduz o campo magnético induzido em um dado ponto (Figura 9).

POTÊNCIA		COEFICIENTE		EQUAÇÃO	
a=	-2,854	b=	287824	y =	287824 x ^{-2,854}
a=	-2	b=	48865,772	y =	48865,772 x ⁻²
EQUAÇÃO RESULTANTE					
a=	-0,854	b=	5,8900942	y =	5,89009 x ^{-0,854}

POTÊNCIA		COEFICIENTE		EQUAÇÃO	
a=	-2,854	b=	287824	y =	287824 x ^{-2,854}
a=	-3	b=	287188,57	y =	287189 x ⁻³
EQUAÇÃO RESULTANTE					
a=	0,146	b=	1,0022126	y =	1,00221 x ^{0,146}

Figura 9 – Resultados do cálculo manual das equações do campo magnético induzido

Fonte: confeccionado pelo autor utilizando dados disponíveis em Kivelson et al. (1997).

Assim, o método da regressão não linear forneceu duas equações, nominalmente dois modelos, que descrevem o campo magnético induzido por Io a uma dada distância R_j . A média dos valores encontrados para o campo magnético induzido para a potência -2 foi de 1,29793 nT, enquanto que para a potência -3 foi de 1,29795 nT. A Figura 11 apresenta uma amostra da tabela com as etapas de cálculo.

SPACECRAFT EVENT TIME	CAMPO MAGNÉTICO OBSERVADO (nT)	ALCANCE (R_j)	COEFICIENTE [-3]	COEFICIENTE [-2]	CAMPO INDUZIDO [-2] (nT)	CAMPO INDUZIDO -3
1995-12-07T17:45:48.004	1384,78	5,89	282961,0555	48040,92624	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:48.237	1380,58	5,89	282102,8424	47895,21942	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:48.437	1382,85	5,89	282566,6862	47973,97049	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:48.671	1381,49	5,89	282288,7886	47926,78923	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:48.904	1378,13	5,89	281602,218	47810,22377	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:49.104	1378,17	5,89	281610,3915	47811,61146	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:49.337	1374,28	5,89	280815,5226	47676,65919	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:49.571	1375,43	5,89	281050,5096	47716,5551	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:49.771	1373,38	5,89	280631,6198	47645,4365	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:50.004	1374,91	5,89	280944,2546	47698,51521	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:50.237	1373,37	5,89	280629,5764	47645,08938	1,295518974	1,298364665
1995-12-07T17:45:50.437	1374,49	5,88	279430,3423	47522,16706	1,297400328	1,298042595
1995-12-07T17:45:50.671	1376,17	5,88	279771,882	47580,25205	1,297400328	1,298042595

Figura 11 - Amostra da tabela de cálculo do campo magnético induzido pelo método da regressão não linear.

Fonte: confeccionado pelo autor utilizando dados disponíveis em Kivelson et al. (1997).

5 | DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

O torus de plasma de Io apresenta uma influência limitada espacialmente, causando uma oscilação no decaimento do campo magnético de Júpiter apenas em sua extensão. Desta forma leituras bem próximas a superfície de Io, assim como aquelas fora do limite espacial do torus, apresentam valores bem mais próximos dos

reais esperados.

Como visto, o uso apenas da diluição geométrica para o cálculo do campo induzido por Io não se mostra o suficiente, necessitando de um expoente de decaimento maior que -2. Fisicamente este expoente maior sugere que o decaimento do campo magnético de Júpiter é mais lento nesta região.

Tal comportamento para o decaimento do campo magnético de Júpiter pode estar associado com a interação magnética que existe entre o planeta e suas luas, que preenchem a vizinhança de Júpiter com partículas carregadas. Não é descartado, que estes satélites possuam algum tipo de campo magnético induzido, o que faria com que o decaimento do campo magnético de Júpiter seja muito mais complexo.

REFERÊNCIAS

CONNERNEY, J. E. et al. **New models of Jupiter's magnetic field constrained by the Io flux tube footprint.** Journal of Geophysical Research: Space Physics, Wiley Online Library, v. 103, n. A6, p. 11929–11939, 1998.

DENTITH, M.; MUDGE, S. T. **Geophysics for the mineral exploration geoscientist.** [S.l.]: Cambridge University Press, 2014.

GURNETT, D. et al. **Evidence for a magnetosphere at Ganymede from plasma-wave observations by the Galileo spacecraft.** Nature, Nature Publishing Group, v. 384, n. 6609, p. 535, 1996.

KEPLER, S.; SARAIVA, M. **Astronomia e astrofísica.** Porto Alegre: Editora Livraria da Física, 2004.

KIVELSON, M. et al. **GALILEO ORBITER AT JUPITER CALIBRATED MAG HIGH RES V1.0.** 1997.

LOPES, R. M.; SPENCER, J. R. **Io after Galileo: a new view of Jupiter's volcanic moon.** [S.l.]: Springer Science and Business Media, 2007.

MAUK, B. et al. **Transient aurora on Jupiter from injections of magnetospheric electrons.** Nature, Nature Publishing Group, v. 415, n. 6875, p. 1003, 2002.

NASA. **Photo Journal.** 1997. Disponível na internet: <<https://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/?IDNumber=PIA00583>>.

NASA. **Photo Journal.** 2003 NASA/JPL/Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory: Disponível na internet: <<https://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA04433>>

REYNOLDS, J. M. **An introduction to applied and environmental geophysics.** [S.l.]: John Wiley and Sons, 2011.

Wikipedia, **Inverse square law**, 2008. Disponível na internet: <https://en.wikipedia.org/wiki/File:Inverse_square_law.svg>