

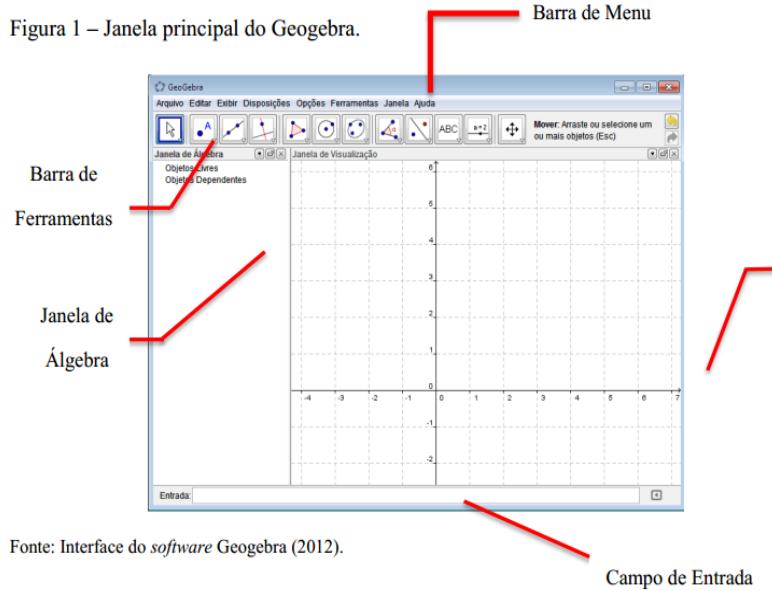
1 Introdução

A abordagem dos fractais no ensino da geometria é proposta tendo presente a insuficiência da geometria euclidiana na contemplação das diferentes formas que encontramos na natureza e sua crescente aplicabilidade nas mais diferentes áreas. Grande parte dos elementos naturais não pode ser representada por figuras costumeiramente estudadas como retângulos e quadrados entre outros. No entanto, a construção manual de muitos fractais pode ser uma atividade trabalhosa, exigindo tempo e precisão de medidas, processo que pode ser facilitado com a utilização de um recurso computacional.

Conhecendo o software geogebra

Na Figura 1 abaixo pode-se ver a interface do Geogebra.

Figura 1 – Janela principal do Geogebra.



Fonte: Interface do software Geogebra (2012).

Um dos diferenciais deste programa é o fato de se poder acessar as funções, tanto via botões na Barra de Ferramentas quanto pelo Campo de Entrada.

O endereço eletrônico deste software é www.geogebra.org;

A Barra de Ferramentas do Geogebra está dividida em 12 janelas como a que é apresentada na Figura 2.



Figura 2 – Janelas do Geogebra que servem para traçar retas, círculos, encontrar abscissas, medianas, etc.

O Campo de Entrada fica no rodapé da janela do Geogebra. Por meio dele é possível operar o programa usando comandos escritos, que desempenham praticamente as mesmas funções da Barra de Ferramenta. Dependendo do objetivo que se tem, este recurso pode apresentar algumas vantagens como, por exemplo, a precisão de um ponto ao digitarmos suas coordenadas, que com um clique no mouse pode não sair no local desejado.

A Janela da Álgebra, que geralmente aparece quando iniciado o Geogebra, pode ser ocultada a partir da Barra de Menu, em EXIBIR e marcando a opção JANELA DE ÁLGEBRA. Uma das funções desta Janela é exibir as informações algébricas dos objetos que estão na Janela de Visualização, sendo possível editar as suas respectivas propriedades. Para tanto, é preciso clicar com o botão direito do mouse sobre a informação algébrica do objeto e escolher a opção “PROPRIEDADES”, ou então, fazer essa edição com um duplo clique sobre a informação algébrica.

3 Objetivo

→ entender conceitos como auto-semelhança e geometria fractal.

→ propor uma abordagem alternativa da construção de fractais usando como principal ferramenta de apoio o software Geogebra de modo a propiciar o desenvolvimento de conteúdos geométricos e algébricos.

→ entender os conceitos sobre perímetro, comprimento e volume ao trabalhar com a confecção de cartões fractais;

→ solidificar o conhecimento sobre fractais.

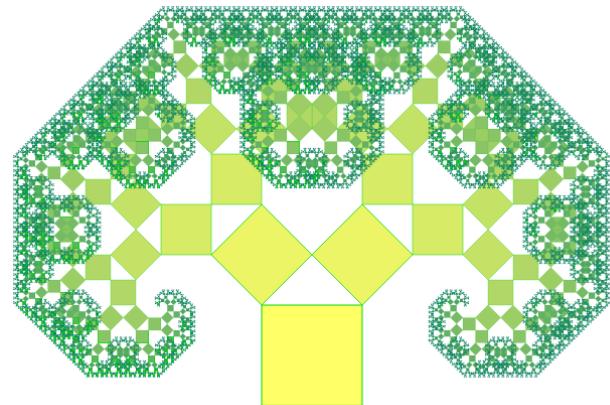
4 Material Utilizado

- Computadores com o *software Geogebra* instalado

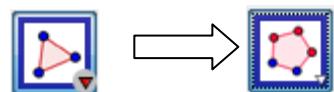
5 Procedimento Experimental

Árvore Pitagórica

A Árvore de Pitágoras ou Pitagórica é um fractal formado por quadrados, onde a cada trio de quadrados que se tocam há um ângulo reto, em uma configuração tradicionalmente usada para descrever o teorema de Pitágoras.

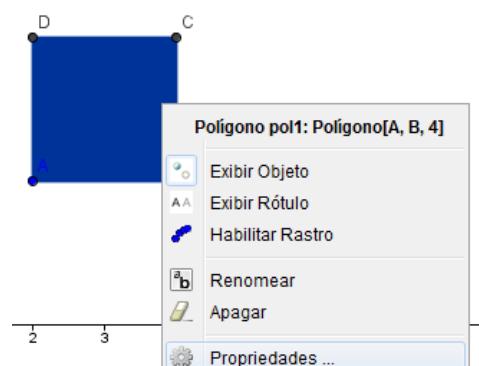


Para a construção de tal começaremos com um quadrado. Selecione a seta no canto inferior direito da ferramenta polígono e escolha polígono regular.



Após marque dois pontos na tela e, na janela que aparecer perguntando a quantidade de vértices, digite 4. Se o seu quadrado ficou torto não se preocupe, é possível posicioná-lo com precisão. Para isto basta dar um duplo clique no ponto e escrever a coordenada desejada para o ponto. Lembre-se que uma coordenada é denominada por (x,y).

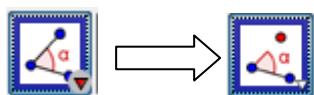
Para mudar a cor do quadrado, ou de qualquer outro polígono, seleciona-se o polígono com o botão direito e clique em propriedades. Depois pode alterar a cor na aba cor, bem como sua transparência (intensidade da cor).



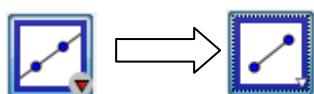
Agora temos que construir um triângulo que tenha pelo menos um ângulo de 90 (noventa) graus sobre

este quadrado. A forma mais simples é fazer com que dois vértices tenham 45 graus (a soma dos ângulos internos de um triângulo é de 180 graus).

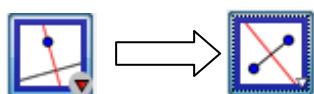
Então seleciona-se a ferramenta Ângulo com amplitude fixa que pode ser acessada pela seta no canto inferior da ferramenta ângulo.



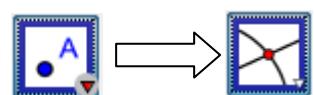
Selecionada a ferramenta, clique sobre o vértice C do quadrado e depois sobre o vértice D. Na janela que aparecer digite 45. Agora selecione a ferramenta Segmento que pode ser acessada pela seta no canto inferior da ferramenta Reta.



Agora clique no ponto D e em seguida no ponto C, para conectá-los. Selecione a ferramenta Mediatriz que pode ser acessada pela seta no canto inferior da ferramenta Reta perpendicular.



Clique sobre o ponto D e em seguida sobre o ponto C para marcar o ponto central entre estes dois pontos. Selecione, então, a ferramenta Intersecção de Dois Pontos que pode ser acessada pela seta no canto esquerdo da ferramenta Ponto.



E então selecione os segmentos de reta e f para marcar a interseção. Conecte os pontos C e E com a ferramenta Segmento e pronto, temos nosso triângulo. Vamos agora criar mais dois quadrados nos catetos do triângulo. Selecione a ferramenta Polígono Regular e clique sobre os pontos E e C, em seguida escolha 4 vértices. Faça o mesmo com os vértices D e E.

Pronto, temos a primeira interação da árvore pitagórica. Basta agora fazer o mesmo quantas vezes quiser o mesmo processo.

Agora calcule a área do fractal no nível 0 utilizando os recursos do GeoGebra na janela de álgebra e registre na tabela abaixo os resultados.

Quadrado	Área no nível 0
Polígono 1	
Polígono 2	
Polígono 3	
Somatório da área dos quadrados	

Faça isso para cada nível do fractal. Tente identificar alguma relação entre o somatório da área dos quadrados no nível 0 e o somatório da área dos quadrados dos outros níveis e registre qualquer observação feita.

A área do fractal varia aleatoriamente ou cresce obedecendo a um padrão? Busque com base na análise da tabela preenchida, a área do Padrão Fractal para o nível 3.

Busque uma forma de encontrar a área do fractal em qualquer nível, que podemos chamar de nível n, uma expressão algébrica geral, e registre-a abaixo.

5 Questões Guia

- (1) Tente construir um fractal com o *Geogebra* e registre suas observações.
- (2) Note a auto-semelhança dos objetos a cada iteração. Iterando um número finito de vezes, é possível notar alguma diferença entre uma ampliação de uma parte da figura e de toda a figura?
- (3) Qual é o processo para se obter um fractal ?

6 Referências Bibliográficas

[1]

[http://www.matematicadinamica.com/ficheiros/Tra
balho_grupo_arvore.pdf](http://www.matematicadinamica.com/ficheiros/Tra balho_grupo_arvore.pdf)

[2]

[http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissetac
oes/faria_rejane_me_rcla.pdf](http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissetac oes/faria_rejane_me_rcla.pdf)