UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA – UNIPAMPA
LICENCIATURA EM CIÊNCIAS EXATAS
PIBID MATEMÁTICA- 2011
ACADÊMICA ANA PAULA DE OLIVEIRA RAMOS

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Estudo da função polinomial do 2° grau

f: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax^2+bx+c$, com a, b e c reais e $a\neq 0$, onde estes são o coeficiente da função, denomina-se função do 2° grau ou quadrática.

O domínio da função quadrática geralmente é $\mathbb{R}$ ou um de seus subconjuntos.

Gráfico de uma função quadrática

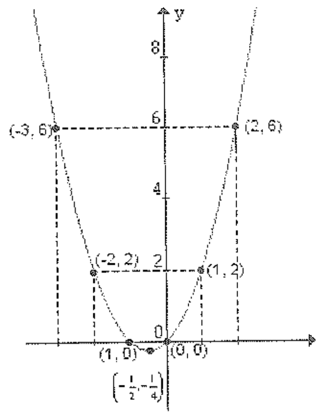
Colocamos no plano cartesiano, os valores atribuídos a x e as imagens correspondentes a y, formando assim os pontos obtidos, (x, y).

O gráfico de uma função quadrática é uma curva aberta chamada de parábola.

Exemplo:

$y = x^2 + x$

x	*y*
-3	6
-2	2
-1	0
-0,5	-0,25
0	0
1	2
2	6



Características do gráfico de uma função

Concavidade

Existem parábolas com concavidade para baixo ou para cima, isso depende se:

- $a>0$, a parábola tem a concavidade voltada para cima;
- $a< 0$, a parábola tem a concavidade voltada para baixo.

Zeros de uma função quadrática

Os zeros ou raízes de função f(x) são os valores do domínio para os quais f(x) =o.

Para a função quadrática, são as raízes da equação de 2° grau $ax^2+bx+c=0$.

Teremos de resolver a equação através da fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

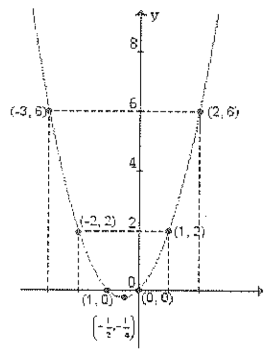
Analisando a função quadrática, podemos determinar as raízes:

$\Delta>0$, a função possui dois zeros reais distintos.
$\Delta=0$, a função possui um zero real duplo.
$\Delta<0$, a função não possui zeros reais.

Interpretação geométrica das raízes

As raízes de uma função são valores de x tais q f(x) =0. No plano cartesiano, são as coordenadas que possui ordenada nula, sendo as abscissas os pontos da parábola que intercepta o eixo x.

Exemplo:
$y = x^2 + x$
$x'=1$
$x''=0$



Sendo que a função possui dois zeros reais diferentes, a parábola intercepta dois pontos distintos.

Vértice da parábola e imagem da função quadrática

Para determinar as coordenadas x_v e y_v do vértice v, temos de lembrar que toda parábola possui um eixo de simetria que passa por esse ponto.

Exemplo:

Considerando a função $y = x^2 + x$, onde suas raízes são $x'=1$e $x''=0$, sendo suas coordenadas (1,0) e (0,0) são eqüidistantes (situados na mesma distância) do ponto (x_v, o), onde o eixo de simetria corta o eixo x e x_v é a média dos números 1 e 0.

$x_{v}= \frac{1+0}{2} = 0,5$

se $x_v = 0,5$, podemos calcular y_v:
$y_v = (0,5)^2 + 0,5 = 0,75$

Então V (0,5, 0,75).

Para calcularmos as coordenadas do vértice de uma parábola, existe outra maneira, além da demonstrada acima. Para isto aplicamos:

$x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$,

Algumas observações:

- Se a função possui raiz dupla, o seu gráfico corta o eixo x num único ponto, que evidentemente será seu vértice.
- Se a função não possui zeros reais, a parábola não corta o eixo x.
- A partir das coordenadas do vértice da parábola, podemos determinar o conjunto imagem da função associada a essa parábola.

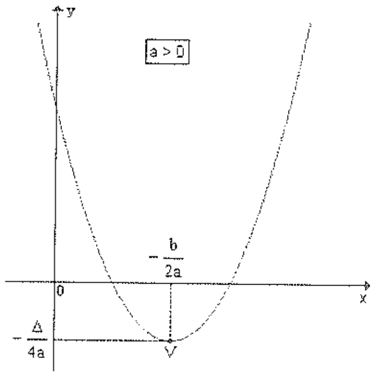
Valor mínimo ou valor máximo da função quadrática

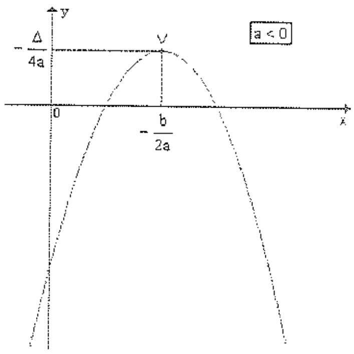
Dependendo da posição da parábola, concavidade para cima ou para baixo, a função pode ter um valor mínimo ou um valor máximo, onde estes correspondem à ordenada do vértice da parábola.

Quando $a > 0$, a parábola tem concavidade voltada para cima e um ponto de mínimo V; quando $a < 0$, a parábola tem concavidade voltada para baixo e um ponto de máximo V.

Em qualquer caso, as coordenadas de V são $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

A representação gráfica é dada da seguinte forma:





Crescimento e decrescimento de uma função quadrática

O vértice da parábola que representa uma função quadrática evidencia os intervalos onde a função é crescente ou decrescente.

f(x) é decrescente para $\{x \in \mathbb{R} | x \leq 1\}$;

f(x) é crescente para $\{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}$.

Imagem da função quadrática

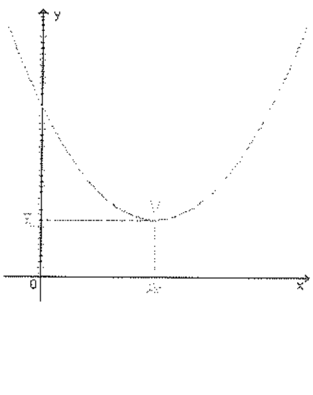
A imagem da função $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, é o conjunto dos valores que y pode assumir.

Havendo duas possibilidades para a criação deste conjunto:

Se $a > 0$:

$$Im = \left\{ y \in \mathbb{R} \middle| y \geq y_v = \frac{-\Delta}{4a} \right\}$$

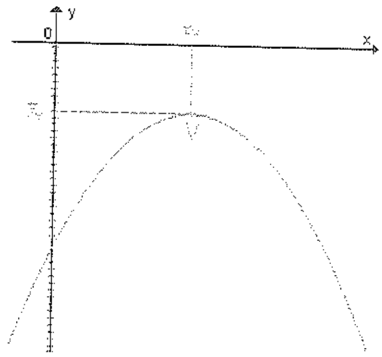
Onde o esboço do gráfico é o seguinte:



Se a < 0:

$$Im = \left\{ y \in \mathbb{R} \;\middle|\; y \leq y_v = \frac{-\Delta}{4a} \right\}$$

Onde o esboço do gráfico é o seguinte:



Conclusão

Para a construção de uma parábola, necessitamos saber:

- O valor do coeficiente **a** define a concavidade da parábola;
- Os zeros definem os pontos em que a parábola intercepta o eixo dos x;
- O vértice V $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ indica o ponto de mínimo (se a > 0), ou máximo (se a< 0);
- A reta que passa por V e é paralela ao eixo dos y é o eixo de simetria da parábola;
- Para x = 0, temos $y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$; então (0, c) é o ponto em que a parábola corta o eixo dos y.

REFERÊNCIAS

SOUZA, J.R. **Coleção Um novo olhar – matemática**. Ensino médio.Volume1.1ª edição.São Paulo:FTD, 2010.

GIONANNI; BONJORNO, J.R. R. **Matemática completa**. Ensino médio. 1ª série. 2ª edição. São Paulo:FTD, 2005.