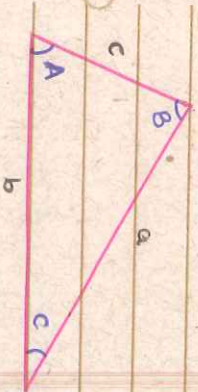


deixei do seno e do cosseno

Os problemas envolvendo triângulo são resolvidos através da comparação com triângulos retângulos. Mas na maioria das vezes encontramos triângulos acutângulos ou triângulos obtusângulos. Nesses casos necessitamos da auxílio da lei dos senos ou dos cossenos.

lei dos senos →

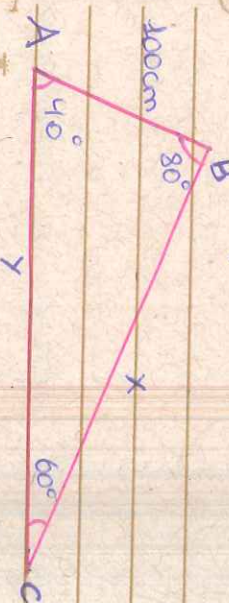
A lei dos senos estabelece relações entre as medidas dos lados com os senos dos ângulos opostos aos lados. Observe:



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Exemplo.1:

No triângulo a seguir, determine o valor dos segmentos X e Y.



Exo
Linha

Aplicamos a lei dos senos, temos:

$$\frac{x}{\sin 40^\circ} = \frac{100}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{y}{\sin 80^\circ} = \frac{100}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{x}{0,64} = \frac{100}{0,87}$$

$$\frac{y}{0,98} = \frac{100}{0,87}$$

$$0,87x = 64$$

$$0,17y = 98$$

$$x = \frac{64}{0,87}$$

$$y = \frac{98}{0,87}$$

$$x \approx 73,56$$

$$y \approx 112,64$$

$$\frac{100}{\sin 60^\circ} = \frac{x}{\sin 40^\circ} = \frac{y}{\sin 80^\circ}$$

Lei dos cossenos \rightarrow

Nos casos em que não podemos aplicar a lei dos senos, temos o recurso da lei dos cossenos.

Ela nos permite trabalhar com a medida de dois segmentos e a medida de um ângulo. Desse forma, se dado um triângulo ABC de lados medindo a, b, e c, temos:

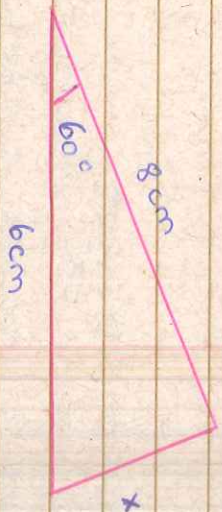
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

Exemplo 2:

Determine o valor do lado oposto ao ângulo de 60° . Observe figura a seguir:



$$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 36 + 64 - 96 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 100 - 48$$

$$x^2 = 52$$

$$x = \sqrt{52}$$

$$x = 2\sqrt{13}$$

Exemplo 3:

Um um triângulo, os lados de medidas $6\sqrt{3}$ cm e 8cm formam um ângulo de 30° .

Determine a medida do terceiro lado.

De acordo com a situação, o lado a ser determinado é oposto ao ângulo de 30° . Dessa forma, aplicamos a fórmula da lei dos cossenos da seguinte maneira:

$$x^2 = (6\sqrt{3})^2 + 8^2 - 2 \cdot 6\sqrt{3} \cdot 8 \cdot \cos 30^\circ$$

$$x^2 = 36 \cdot 3 + 64 - 2 \cdot 6\sqrt{3} \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x^2 = 108 + 64 - 96 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x^2 = 172 - 48 \cdot 3$$

$$x^2 = 172 - 144$$

$$x^2 = 28$$

$$x = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

Exo1
Linea

Adição e Subtração de Arcos.

Vamos pensar um pouco para o seno \Rightarrow

Para conseguir calcular o seno de 75° , poderíamos pegar os senos dos ângulos conhecidos e efetuar uma soma. Olhe para relação abaixo:

$$\text{sen}(a+b) = \text{sen } a \cdot \cos b + \text{sen } b \cdot \cos a$$

$$\text{sen}(30^\circ + 45^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

to para calcular o seno de 15° , basta usar a mesma relação. Porém só trocar o sinal.
Nota:

$$\text{sen}(a-b) = \text{sen } a \cdot \cos b - \text{sen } b \cdot \cos a$$

$$\text{sen}(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 30^\circ - \text{sen } 30^\circ \cdot \cos 45^\circ$$

$$\text{sen}(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Para o cosseno \Rightarrow

Para calcular o cosseno de 75° , é o mesmo raciocínio do seno. Porém as relações são diferentes.

Nota:

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

$$\cos(30^\circ + 45^\circ) = \cos 30^\circ \cdot \cos 45^\circ - \text{sen } 30^\circ \cdot \text{sen } 45^\circ$$

$$\cos(30^\circ + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

É o Linea

$$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Para o cosseno de 15° , mesmo raciocínio e tela
cpo. Invertendo apenas o sinal. Logo:

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin b \cdot \sin a$$

$$\cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ$$

$$\cos(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

Esc
Linha

Suelen Jedeiros Dias

EcoLinea