Sequência numérica

temos como exemplo a tabela abaixo:

Ano	nº de funcion.
1	52
2	58
3	60
4	61
5	67
6	65
7	69
8	72
9	76
10	78

* nº de funcionários da empresa nos seus dez primeiros anos de existência.

Domínio é $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$

É usual representar uma sequência numérica por meio de seu conj. imagem, colocando-o entre parênteses.

$(52, 58, 60, 61, 67, 65, 69, 72, 76, 78)$

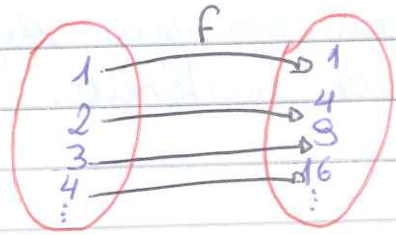
Em geral, sendo $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \dots$, números reais, a função $f: \mathbb{N}^* \to \mathbb{R}$ tal que $f(1) = a_1$, $f(2) = a_2$, $f(3) = a_3$, $\dots$, $f(n) = a_n$, $\dots$ é representada por $(a_1, a_2, a_3, \dots a_n, \dots)$

↳ Posição do elemento na sequência.

Formação dos elementos de uma sequência

Termo geral ou Lei de formação

$F: \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}$ (associando a cada nº natural não nulo o seu quadrado)



Podemos representá-la por $(1, 4, 9, 16, 25, \ldots)$ em que:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= 1 = 1^2 \\ a_2 &= 4 = 2^2 \\ a_3 &= 9 = 3^2 \\ a_4 &= 16 = 4^2 \end{aligned}\right\} \quad a_n = n^2$$

(lei de formação ou termo geral)

Lei de recorrência

Muitas vezes conhecemos o primeiro termo de uma sequência e uma lei que permite calcular cada termo a_n a partir de seus anteriores:

$a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_1$.

Quando isso acontece dizemos que a sequência é determinada por uma lei de recorrência

tilibra

Progressões aritméticas

É toda sequência de números na qual a diferença entre cada termo (a partir do segundo) e o termo anterior é constante. Essa diferença constante é chamada razão da progressão e é representada por r.

ex: $(-6, -1, 4, 9, 14, \ldots)$

P.A de razão = 5

$r = a_2 - a_1,$

$a_3 - a_2,$

$a_4 - a_3, \ldots$

Classificação

De acordo com a razão podemos classificar as P.A da seguinte forma:

$r > 0$ crescente

$r < 0$ decrescente

$r = 0$ constante

Termo geral da P.A

conhecendo apenas o 1º termo e a razão.

Seja P.A $(a_1, a_2, a_3, \ldots a_n, \ldots)$ de razão r. Temos

$a_2 - a_1 = r$ $\quad \boxed{a_2 = a_1 + r}$

$a_3 - a_2 = r$ $\quad a_3 = a_2 + r$ $\quad \boxed{a_3 = a_1 + 2r}$

$a_4 - a_3 = r$ $\quad a_4 = a_3 + r$ $\quad \boxed{a_4 = a_1 + 3r}$

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

⊳ Fórmula do termo geral da P.A

* Permite-nos conhecer qualquer termo da P.A. em função de a_1 e r.

Soma dos n primeiros termos de uma P.A

A soma dos n primeiros termos da P.A. $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ é dada por:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

De fato, se a sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$ é uma P.A. de razão r, podemos escrevê-la na forma:

$$\left(a_1, \underbrace{a_1 + r}_{a_2}, \underbrace{a_1 + 2r}_{a_3}, \dots \underbrace{a_n - 2r}_{a_{n-2}}, \underbrace{a_n - r}_{a_{n-1}}, a_n\right)$$

Vamos calcular a soma dos n primeiros termos dessa P.A, que indicaremos por S_n.

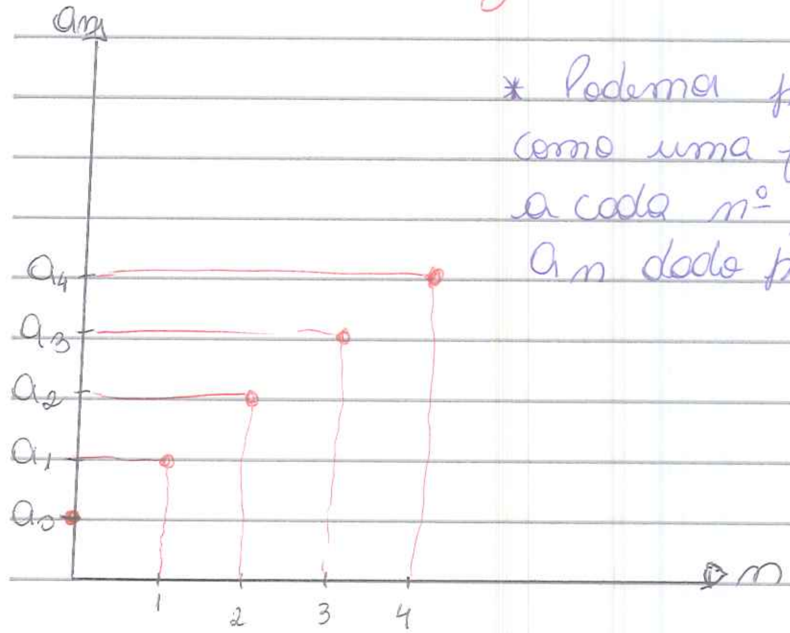
① $S_n = a_1 + (a_1 + \cancel{r}) + (a_1 + \cancel{2r}) + \dots + (a_n - \cancel{2r}) + (a_n - \cancel{r}) + a_n$

② $S_n = a_n + (a_n - \cancel{r}) + (a_n - \cancel{2r}) + \dots + (a_1 + \cancel{2r}) + (a_1 + \cancel{r}) + a_1$

$$2S_n = \underbrace{(a_1 + (a_n)) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n)}_{n \text{ vezes}}$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n \Rightarrow S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Interpretação geométrica de uma P.A



* Podemos pensar em uma P.A como uma função que associa a cada nº natural n o valor a_n dado por $a_n = a_0 + nr$.

Assim, podemos caracterizar uma P.A. observando que uma sequência (a_n) é uma P.A se, e somente se, os pontos do plano que têm coordenadas $(0, a_0)$, $(1, a_1)$, $(2, a_2)$, $(3, a_3)$, etc. estão em linha reta.