Sumário

1.OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS 2

1.1 Adição e Subtração de Números Racionais 2

1.2 Multiplicação e Divisão de Números Racionais 2

2.OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS 4

2.1 Adição e Subtração de Números Decimais 4

2.2 Multiplicação de Números Decimais 4

2.3 Divisão de Números Decimais 5

3.POTENCIAÇÃO 7

4.RADICIAÇÃO 10

5.EXPRESSÕES ARITMÉTICAS 13

6.EXPRESSÕES ALGÉBRICAS 16

7. PRODUTOS NOTÁVEIS 18

7.1 Quadrado da soma de dois termos 18

7.2 Quadrado da diferença de dois termos 19

7.3 Produto da soma pela diferença 19

7.4 Cubo da soma e da diferença de dois termos 20

8.FATORAÇÃO 20

8.1 Fator em evidencia 20

8.2 Fatoração por agrupamento 22

REFERÊNCIAS 23

1.OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS

Números racionais são todos os números que podem ser representados por uma razão (ou fração) entre dois números inteiros.

1.1 Adição e Subtração de Números Racionais

Exemplo 1

$$\left(\frac{17}{24}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{17}{24} - \frac{5}{6} = \frac{1.17}{24} - \frac{4.5}{24} = \frac{17-20}{24} = -\frac{3}{24} = -\frac{1}{8}$$

Exemplo 2

$$0{,}3 - \frac{4}{5} + \frac{1}{2} - 1{,}8 = \frac{3}{10} - \frac{4}{5} + \frac{1}{2} - \frac{18}{10} = \frac{1.3 - 2.4 + 5.1 - 1.18}{10} =$$

$$\frac{3-8+5-18}{10} = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5}$$

1.2 Multiplicação e Divisão de Números Racionais

Exemplo 1

$$\frac{8}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8 \times 4}{3 \times 3} = \frac{32}{9}$$

Exemplo 2

$$\frac{-5}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{-5 \times 4}{2 \times 3}$$

$$\frac{-20}{6} = -\frac{20}{6} = -\frac{10}{3}$$

Exemplo 3

$$\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{12} = 2$$

Exercícios

1) Resolver as seguintes operações com números racionais:

a. $\frac{15}{6} + \frac{7}{3} + \frac{5}{3} =$

b. $\frac{18}{5} - \frac{7}{8} + \frac{9}{4} =$

c. $\frac{2}{10} \times \frac{24}{12} =$

d. $\frac{3}{6}\left(\frac{5}{4} + \frac{13}{16}\right) =$

e. $\left(\frac{14}{3}\right) + \left(-\frac{33}{6}\right) =$

f. $\frac{54}{9} \div \frac{4}{6} =$

g. $\frac{19}{20} - \frac{7}{4} - \frac{10}{5} =$

$h.$ $\frac{2}{5}\left(\frac{14}{12} + \frac{2}{6}\right) - \frac{3}{4}\left(\frac{15}{9} \div \frac{1}{2}\right) =$

2.OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

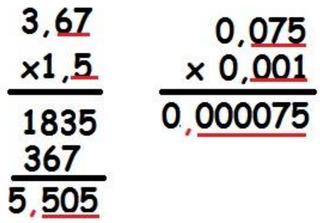
2.1 Adição e Subtração de Números Decimais

Pra realizar a adição e subtração de números decimais é importante organizar os números de modo que as unidades de mesma ordem se correspondam, organizando as vírgulas uma abaixo da outra.

$$\begin{array}{r} 1,256 \\ +31,750 \\ \hline 33,006 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,050 \\ +\ 1,325 \\ 12,900 \\ \hline 14,275 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 103,81 \\ -\ 25,99 \\ \hline 77,82 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,000 \\ -0,899 \\ \hline 0,101 \end{array}$$

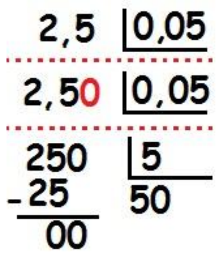
2.2 Multiplicação de Números Decimais

Para multiplicarmos um ou dois números com vírgula, efetuamos a multiplicação "esquecendo-se" da vírgula. Quando obtemos o produto, contam-se quantas casas depois da vírgula os dois números decimais possuíam juntos e marcam-se estas casas no produto. Por exemplo, o caso da multiplicação de 0,075 por 0,001. Ao fazermos a multiplicação normalmente, desconsiderando a vírgula, obtemos o resultado 75, mas o primeiro número tem três algarismos após a vírgula, e o segundo, três algarismos. Portanto, a resposta é 0,000075. Vejamos alguns exemplos:



2.3 Divisão de Números Decimais

Para realizar a divisão entre números decimais, é necessário que ambos tenham a mesma quantidade de números após a vírgula. Podemos acrescentar zeros ao fim do número até que consigamos igualar a quantidade de casas decimais. Feito isso, desconsideramos as vírgulas e realizamos a divisão.



Exercícios

1) Calcule as expressões:

a. $17{,}352 - 15{,}2 + 8{,}3 =$

b. $35{,}25 - (4{,}85 - 1{,}23 + 17{,}9) =$

c. $15 - (3{,}25 + 2{,}7 - 4{,}08) - 10 =$

d. $20{,}3 - [4{,}75 - (1{,}2 + 2{,}38)] + 5{,}1 =$

e. $2{,}08 : 0{,}8 =$

f. $1{,}2 : 0{,}24 =$

g. $9{,}81 : 0{,}9 =$

h. $7{,}4 : 0{,}6 =$

i. $5{,}4 \,.\, 2{,}7 =$

j. $0{,}063 \,.\, 0{,}09 =$

k. $0{,}25 \,.\, 0{,}15 =$

2) O preço à vista de um automóvel é R$ 21.335,00. O mesmo automóvel a prazo custa R$ 4.740,50 de entrada, mais 6 prestações de R$ 3.567,75. Qual a diferença entre o valor total da compra à vista e a prazo?

3) Certo número de caixas foi colocado em uma balança. Todas as caixas têm o mesmo peso: 1,5 quilogramas. Se a balança marcou 24 quilogramas, quantas caixas foram colocadas na balança?

4) Um número A é tal que expressa o resultado da divisão de 45 por 0,36. Qual é o número A?

3.POTENCIAÇÃO

Definição: Potenciação ou Exponenciação significa multiplicar um número real por ele mesmo “x” vezes, onde “x” é a potência (número real).

Algumas propriedades:

• Produto de potência de mesma base: sem utilizar essa propriedade resolveríamos uma multiplicação de potência de mesma base da seguinte forma.

Ex: $2^2.2^3 = 2.2.2.2.2=2^5=32$

• Expoente igual a 1: todo número elevado a 1 é igual ao próprio número.

Ex: $a^1=a3^1=3$

• Expoente igual a 0: todo número elevado a 0 é igual a 1, e 0^o é indeterminado.

Ex: $2^o=1$

• Multiplicação de potências de bases iguais: mantém a base e soma os expoentes.

Ex: $a^n .a^m = a^{n+m}$

• Divisão de potências de bases iguais: mantém a base e subtrai os expoentes:

Ex: $(a^n) / (a^m) = a^{n-m}$, sendo $a \neq 0$.

• Potência de potência: mantém a base e multiplica os expoentes.

Ex:$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

• Potência de expoente negativo: A ideia de inverso é utilizada para solucionar potências de expoente negativo, transformamos numerador em denominador, e vice-versa, logo o expoente torna-se positivo. Ex: $5^{-2}=1/5^2=1/25$

Exercícios

1) Calcule:

a. 4^{-2}=

b. 2^{3}=

c. $(5^{2})^{3}$=

d. $7^{º}$=

e. 10^{1}=

2) O valor da expressão $(-1)^{0} + (-6):(-2) + (-2)^{4}$ é:

a. 20
b. -12
c. $19{,}5$
d. 12
e. 10

3) Calcule $8^{5} - (-5)^{2} + 3^{1} + 4^{0} + 2^{-1}$.

4) (UFRGS) Qual é o valor da expressão abaixo:

$$\frac{(-5)^{2} - 4^{2} + (1/5)^{0}}{3^{(-2)} + 1}$$

a. -4
b. $1/9$
c. 1
d. $5/4$
e. 9

5) (PUC-SP) Qual é o valor da expressão:

$$C = \frac{10^{-3} x\ 10^{5}}{10x10^{4}}$$

a. 10
b. 1000
c. 10^{-2}
d. 10^{-3}

6) $(10^{-2})^3 \bullet 10^4 \bullet 10^{-5}$ é igual a:

a. 10
b. 10^{-1}
c. 100
d. 10^{-7}

7) Escreva V ou F, caso seja falso, corrija.

a. $7^3 \bullet 4^3 = 28^3$ (___)
b. $(2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2$ (___)
c. $(5 - 3)^2 = 5^2 - 3^2$ (___)
d. $(9^4)^6 = 3^{48}$ (___)
e. $0{,}25^{-2} = 16$(___)

8) (FUVEST) O valor de $(0{,}2)^3 + (0{,}16)^2$ é:

a. 0,0264
b. 0,0336
c. 0,1056
d. 0,2568
e. 0,6256

9) (Unicamp-1995) Calcule as seguintes potências e escreva em ordem crescente:

a. 3^3

b. $(-2)^3$

c. 3^{-2}

d. $(-2)^{-3}$

4.RADICIAÇÃO

Definição: A radiciação é a operação inversa da potenciação. É muito utilizada na obtenção de solução de equações e na simplificação de expressões aritméticas e algébricas.

Algumas Propriedades

- Para o radicando que tenha, como resultado de uma fatoração, expoente igual a seu índice, então este radicando é igual à raiz procurada $\sqrt[n]{a^n}$ = a, sendo que a $\in \mathbb{R}_+$, n $\in \mathbb{N}$>1.

Exemplo:

$\sqrt[4]{81} \rightarrow \sqrt[4]{3^4}$ = 3 $\qquad$ $\sqrt[2]{125} \rightarrow \sqrt[2]{5^3}$ = 5

- Podemos dividir o radicando e o índice por um mesmo número real, desde que este seja diferente de zero e maior que um, e divisor comum do radicando e do índice.

$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:c]{a^{m:c}}$, sendo que a ≠ 0, n,m e c $\in \mathbb{N}$ - {0,1}, c é divisor comum de n e m.

Exemplo

$\sqrt[4]{5^6} \rightarrow \sqrt[4:2]{5^{6:2}} = \sqrt[2]{5^3}$ ou $\sqrt{5^3}$ $\qquad$ $\sqrt[9]{7^3} \rightarrow \sqrt[9:3]{7^{3:3}} = \sqrt[3]{7^1}$ ou $\sqrt[3]{7}$

- Para resolvermos a raiz m-ésima de uma raiz n-ésima, multiplicamos os índices entre si mantendo o radical interno. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$ = $\sqrt[m \cdot n]{a}$, com a $\in \mathbb{R}_+$, m e n $\in \mathbb{N}$> 1.

Exemplo

$$\sqrt[3]{\sqrt{6}} \rightarrow \sqrt[3 \cdot 2]{6} = \sqrt[6]{6} \qquad \sqrt[4]{\sqrt[3]{24}} \rightarrow \sqrt[4 \cdot 3]{24} = \sqrt[12]{24}$$

- A raiz n-ésima de um produto é igual ao produto das raízes n-ésimas.

$\sqrt[n]{a \cdot b}$ = $\sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b}$, com a e b $\in \mathbb{R}_+$ e n $\in \mathbb{N}$> 1.

Exemplo

$$\sqrt[5]{5 \cdot 4} \rightarrow \sqrt[5]{5} \bullet \sqrt[5]{4} \qquad \sqrt[2]{0,5 \cdot 0,2} \rightarrow \sqrt[2]{0,5} \bullet \sqrt[2]{0,2}$$

- A raiz n-ésima de um quociente (divisão) de a por b é igual ao quociente entre as raízes n-ésimas. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, com a $\in \mathbb{R}_+$, b $\in \mathbb{R}^*_+$ e n $\in \mathbb{N}$> 1.

Exemplo

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3} \qquad \sqrt[4]{\frac{81}{256}} \rightarrow \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{256}} = \frac{3}{4} \qquad \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

Exercícios

1) Escreva simplificadamente:

a. $(\sqrt{5})^3$=

b. $\sqrt{\frac{1}{16}}$ =

c. $\frac{\sqrt[5]{13}}{\sqrt[5]{9}}$ =

2) Racionalize os denominadores:

a. $\frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

b. $\frac{3}{\sqrt{8}}$

c. $\frac{6}{\sqrt{145}}$

d. $\frac{8}{\sqrt[3]{27}}$

3) (UFRGS) Simplificando $\sqrt{\frac{\boldsymbol{a}}{\sqrt[3]{\boldsymbol{a}}}}$ encontramos

a. $\sqrt{a}$

b. $\sqrt[3]{a}$

c. $\sqrt[3]{a^2}$

d. $\sqrt[4]{a}$

e. $\sqrt[6]{a}$

4) A expressão $\sqrt{\mathbf{3}}$ + $\sqrt{\mathbf{12}}$ - $\sqrt{\mathbf{27}}$ + $\sqrt{\mathbf{867}}$, é igual a:

a. $17\sqrt{\mathbf{3}}$

b. $3\sqrt{\mathbf{95}}$

c. 0

d. $3\sqrt{\mathbf{17}}$

5) Racionalizar o denominador da fração $\frac{\mathbf{5}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$.

6) O valor de $\sqrt{\mathbf{8}+\sqrt{\mathbf{14}+\sqrt[3]{\mathbf{6}+\sqrt{\mathbf{4}}}}}$ é:

a. $2\sqrt{\mathbf{3}}$

b. $3\sqrt{\mathbf{2}}$

c. $\sqrt{\mathbf{6}}$

d. $2\sqrt{\mathbf{5}}$

e. $5\sqrt{\mathbf{2}}$

7) Calcule $\sqrt{\mathbf{12}}$ + $\sqrt{\mathbf{75}}$:

8) Efetue a multiplicação e se possível simplifique: $\sqrt{\mathbf{10}}$ x $\sqrt{\mathbf{5}}$

5.EXPRESSÕES ARITMÉTICAS

Expressões aritméticas são aquelas cujo resultado é do tipo numérico, quer seja inteiro ou real, dependendo dos operandos e operadores. Nas expressões deste tipo só é permitido o uso de operadores aritméticos e variáveis numéricas.

As operações devem ser efetuadas respeitando-se a seguinte ordem:

1ª) Potenciações e radiciações, se houver

2ª) Multiplicações e divisões, se houver

3ª) Adições e subtrações

Exemplo

$$10^2 : 5^2 + 5^1 \cdot 2^3 - \sqrt{36} =$$

Há expressões onde aparecem os sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves) e devem ser eliminados na seguinte ordem:

1º) parênteses ( )

2º) colchetes [ ]

3º) chaves { }

Respeitando, ainda, a prioridade das operações.

Exemplo

$$6^3 + 3 \cdot \left\{-5 - \left[(-5)^2 - \left(-2 - \sqrt{9}\right) \cdot 5\right] : 10\right\} =$$

Exercícios

1) Calcule o valor das expressões:

a. $\sqrt{25} \cdot \{(-7)^2 \cdot (-3) - [-39 + (-3) \cdot (-8)] - \sqrt{144}\}$

b. $8^4 - \left[50 - 3 + (10 \cdot 5 + 1)^2 - \left(\sqrt{25} - \sqrt{16}\right)^2\right]$

c. $(-16)^2 - \{(45 - 19) - [(18 - 3) + 3 \cdot (28 - 15)] - \sqrt{256}\}$

d. $32^2 - \{25 + [3^6 + 3 \cdot (4^3 - 2^3)] + \sqrt{81}\}$

e. $30 : 2 \cdot \left\{\left(8^2 - \sqrt{36}\right) + [(-2)^{10} - 3 \cdot (15^2 - 50)] - 17^2\right\}$

f. $\left(\sqrt[3]{2 \cdot 32}\right)^2 + \left\{13 + \left[\left(20 + \sqrt[3]{125}\right)^2 - (756 - 19^2)\right]\right\}$

2) Efetuadas as operações indicadas em

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{19}{7}\right) \div \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{6}\right) + 3,$$

concluímos que o número encontrado:

a. É menor do que 5

b. Está entre 2 e 3

c. Está entre 5 e 6

d. É maior do que 6

3) O resultado da expressão

$$3 \times \frac{9}{4} - \left\{ \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2 \right] \div \sqrt{\frac{4}{9}} \right\}$$

em sua forma mais simples é

a. $\frac{6}{37}$

b. $\frac{37}{12}$

c. $\frac{27}{4}$

d. $\frac{22}{6}$

6.EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

1) Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas:

a. $6x + (2x - 4) - 2 =$

b. $7y - 8 - (5y - 3) =$

c. $4x - (-3x + 9 - 2x) =$

d. $3x - (-2x + 5) - 8x + 9 =$

e. $4x - 3 + (2x + 1) =$

f. $(x + y) - (x + 2y) =$

g. $(3x - 2y) + (7x + y) =$

h. $-(8a + 4 - (3a + 2) =$

2) Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas

a. $5a + (3a - 2) - (10a - 8) =$

b. $6x + (5x - 7) - (20 + 3x) =$

c. $(x + y + z) + x - (3y + z) =$

d. $(m + 2n) - (r - 2n) - (n + r) =$

e. $-(6y + 4x) + (3y - 4x) - (-2x + 3y) =$

3) Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas

a. $6x^2 - [4x^2 + (3x - 5) + x] =$

b. $3x + \{ 2y - [5x - (y + x)]\} =$

c. $-3x + [x^2 - (4x^2 - x) + 5x] =$

d. $xy - [2x + (3xy - 4x) + 7x] =$

e. $8a - [(a + 2m) - (3a - 3m)] =$

f. $a - (b - c) + [2a + (3b + c)] =$

g. $-[x + (7 - x) - (5 + 2x)] =$

h. $\{9x - [4x - (x - y) - 5y] + y\} =$

i. $(3a + 2m) - [(a - 2m) - (6a + 2m)] =$

j. $7x^3 - \{ 3x^2 - x - [2x - \{5x^3 - 6x^2) - 4x]\} =$

k. $2y - \{3y + [4y - (y - 2x) + 3x] - 4x\} + 2x =$

l. $8y + \{4y - [6x - y - (4x - 3y) - y] - 2x\} =$

m. $4x - \{3x + [4x - 3y - (6x - 5y) - 3x] - 6y\} =$

n. $3x - \{3x - [3x - (3x - y) - y] - y\} - y =$

4) Reduza os termos semelhantes das expressões algébricas

a. $-2n-(n-8)+1=$

b. $5-(2A-5)+a=$

c. $3x+(-4-6x)+9=$

d. $a-[n+(a+3)]=$

e. $5+[x-(3-x)]=$

f. $x^2-[x-(5-x^2)]=$

g. $5x-y-[x-(x-y)]=$

7. PRODUTOS NOTÁVEIS

7.1 Quadrado da soma de dois termos

1) Efetue $(x+3)^2$; $(3x+5y)^2$; $(2x^3+\frac{y}{2})$

2) Simplificar a expressão $4x^2(x+2)-x(2x+3)^2$

3) Corrija as sentenças que são falsas:

a. $(x+8)^2=x^2+64$

b. $(3x+5)^2=(3x)^2+2.(3x).5+5^2=9x^2+30x+25$

c. $(x+3y)^2=x^2+3xy+(3y)^2=x^2+3xy+9y^2$

7.2 Quadrado da diferença de dois termos

1) Desenvolva os quadrados da diferença:

a. $(3a - 5)^2$=

b. $(3x - 2y)^2$=

c. $(x - \frac{1}{2})^2$=

d. $(3a^2 - 1)^2$=

2) Simplifique as expressões:

a. $(2x + 1)^2 + (x - 5)^2$

b. $x(x - 3)^2 - 4(x + \frac{1}{2})^2$

7.3 Produto da soma pela diferença

1) Calcule:

a. $(x + 11).(x - 11)$

b. $(a^2 - 5).(a^2 + 5)$

2) Sabendo que $(m + h) = 4$ e que $m^2 - h^2 = 80$, calcule $m - h$.

7.4 Cubo da soma e da diferença de dois termos

1) Desenvolva:

a. $(x+1)^3$
b. $(2a+3)^3$
c. $(1-x)^3$

2) Calcule a diferença entre o cubo de (4a-b)e o cubo de (4a+b).

8.FATORAÇÃO

Ato de transformas parcelas em produtos.

8.1 Fator em evidencia

Isola-se o fator comum a todas as parcelas.

Exemplos

a. $2x+2y+2$
b. $25ab^2-15a^3b$
c. $2x^2-35x=0$

Exercícios

1) Fatore os binômios:

a. $ab + ac$

b. $x^2 + 3x$

c. $a^2 + a$

d. $5x + 20$

e. $14a^2b + 21cb^3$

f. $15x^3 - 10x$

2) Fatore os polinômios a seguir:

a. $a^3 + a^2 + a$

b. $6x^2 + a^2 + a$

c. $\frac{a}{2} + \frac{a^2}{4} - \frac{a^3}{6}$

d. $\frac{m}{12} - \frac{5m^2}{6} + \frac{2m^3}{9}$

3) Fatore a expressão $x(y-2) - 7(y-2) + a(-2+y)$ colocando o fator $(y-2)$ em evidencia.

4) Resolva as equações:

a. $x^2 + 7x = 0$

b. $m^2 - 5m = 0$

c. $3y^2 - 18y = 0$

8.2 Fatoração por agrupamento

Exemplo 1

Considere a e b qualquer número real. Fatore por agrupamento o polinômio $ax + ay + bx + by$.

Exemplo 2

Fatore por agrupamento o polinômio $xy + 2x + 4y + 8$.

Exercícios

1) Sabendo que $3ª - b = 10$ e $a + c = 3$, calcular o valor da expressão $3a^2 + ac - ab - bc$.

2) Fatore, por agrupamento, os polinômios:

a. $5x - xy + 15 - 3y$
b. $2ax + 3a + 4bx + 6b$
c. $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$
d. $xy - x - y + 1$
e. $x^3 + x^2 + x + 1$
f. $2ax - x - 6a + 3$

REFERÊNCIAS

- BIANCHINI, Edwaldo. Mateática 8º ano. 7ª Edição. São Paulo: Moderna, 2011.
- http://ensinodematemtica.blogspot.com.br/2011/06/expressoes-numericas.html (Acessado em 10/08/2014)
- http://www.calculobasico.com.br/exercicios-de-expressoes-numericas-com-fracoes/ (Acessado em 10/08/2014)
- RUBINSTEIN, Cléa. Matemática para o curso de formação de professores de 1ª a 4ª série do ensino fundamental 2. Ed. Rev. - São Paulo : Moderna, 1997.
- http://www.infoescola.com/matematica/potenciacao-exponenciacao/ (Acessado em 10/08/2014)
- http://www.infoescola.com/matematica/radiciacao/ (Acessado em 10/08/2014)