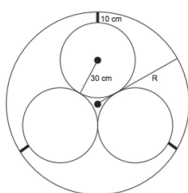


QUESTÕES DO ENEM – GEOMETRIA PLANA E GEOMETRIA ANALÍTICA

1) Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R . Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10 cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:

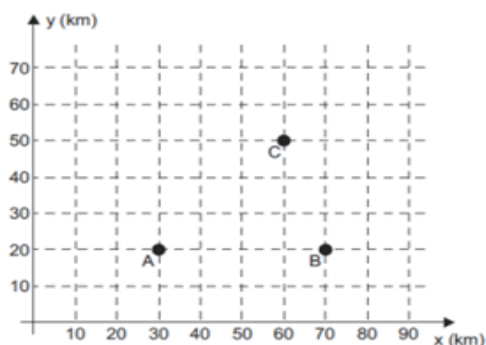


Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O valor de R , em centímetros, é igual a:

- a) 64,0.
- b) 65,5.
- c) 74,0.
- d) 81,0.
- e) 91,0.

2) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:

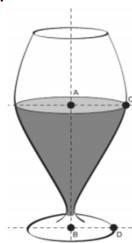


A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas.

O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas:

- a) (65; 35)
- b) (53; 30)
- c) (45; 35)
- d) (50; 20)
- e) (50; 30).

3) Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas com bases quadradas. Todos os copos desse restaurante têm o formato representado na figura:

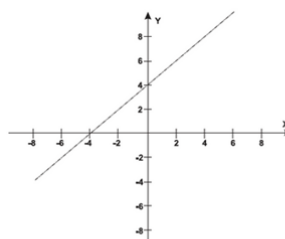


Considere que $AC = 5/7 BD$ e que I é a medida de um dos lados da base da bandeja.

Qual deve ser o menor valor da razão BD/I para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?

- a) 2
- b) $14/5$
- c) 4
- d) $24/5$
- e) $28/5$

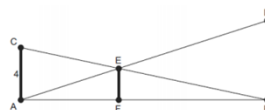
4) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5, 5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km. Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto.

- a) $(-5, 0)$.
- b) $(-3, 1)$.
- c) $(-2, 1)$.
- d) $(0, 4)$.
- e) $(2, 6)$.

5) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

- a) 1 m
- b) 2 m
- c) 2,4 m
- d) 3 m
- e) $2\sqrt{6}$ m

QUESTÕES DO ENEM – GEOMETRIA PLANA E GEOMETRIA ANALÍTICA

6) Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:

I – é a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$;

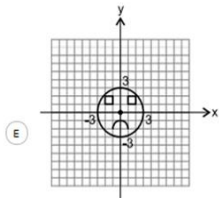
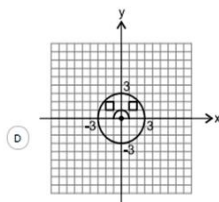
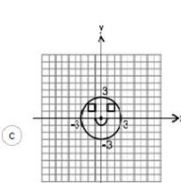
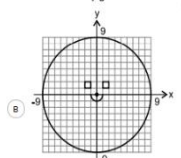
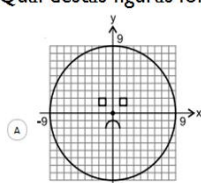
II – é a parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1 ;

III – é o quadrado formado pelos vértices $(-2, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, 2)$ e $(-2, 2)$;

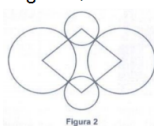
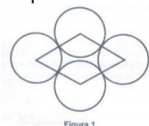
IV – é o quadrado formado pelos vértices $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$ e $(1, 2)$;

V – é o ponto $(0, 0)$.

Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?



7) O losango representado na Figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida.



Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrada pela Figura 2.

O perímetro do losango da Figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da Figura 1, teve um aumento de:

- a) 300%
- b) 200%
- c) 150%
- d) 100%
- e) 50%

8) Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.

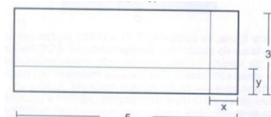


A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto.

Nessas condições, a área a ser calçada corresponde:

- a) à mesma área do triângulo AMC
- b) à mesma área do triângulo BNC
- c) à metade da área formada pelo triângulo ABC
- d) ao dobro da área do triângulo MNC
- e) ao triplo da área do triângulo MNC

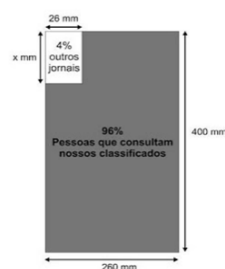
9) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais de forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é $(5 - x)(3 - y)$.



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:

- a) $2xy$
- b) $15 - 3x$
- c) $15 - 5y$
- d) $-5y - 3x$
- e) $5y + 3x - xy$

10) O jornal de certa cidade publicou em uma página inteira a seguinte divulgação de seu caderno de classificados:



Para que a propaganda seja fidedigna à porcentagem da área que aparece na divulgação, a medida do lado do retângulo que representa os 4%, deve ser de aproximadamente

- A) 1 mm.
- B) 10 mm.
- C) 17 mm.
- D) 160 mm.
- E) 167 mm.

QUESTÕES DO ENEM – GEOMETRIA PLANA E GEOMETRIA ANALÍTICA

11) Em exposições de artes plásticas, é usual que estátuas sejam expostas sobre plataformas giratórias. Uma medida de segurança é que a base da escultura esteja integralmente apoiada sobre a plataforma. Para que se providencie o equipamento adequado, no caso de uma base quadrada que será fixada sobre uma plataforma circular, o auxiliar técnico do evento deve estimar a medida R do raio adequado para a plataforma em termos da medida L do lado da base da estátua.

Qual relação entre R e L o auxiliar técnico deverá apresentar de modo que a exigência de segurança seja cumprida?

- a) $R \geq L\sqrt{2}$
- b) $R \geq 2L/\pi$
- c) $R \geq L/\sqrt{\pi}$
- d) $R \geq L/2$
- e) $R \geq L/(2\sqrt{2})$

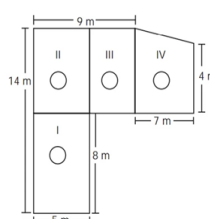
12) A loja Telas & Molduras cobra 20 reais por metro quadrado de tela, 15 reais por metro linear de moldura, mais uma taxa fixa de entrega de 10 reais.

Uma artista plástica precisa encomendar telas e molduras a essa loja, suficientes para 8 quadros retangulares (25 cm x 50 cm). Em seguida, fez uma segunda encomenda, mas agora para 8 quadros retangulares (50 cm x 100 cm). O valor da segunda encomenda será:

- a) o dobro do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
- b) maior do que o valor da primeira encomenda, mas não o dobro.
- c) a metade do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
- d) menor do que o valor da primeira encomenda, mas não a metade.
- e) igual ao valor da primeira encomenda, porque o custo de entrega será o mesmo.

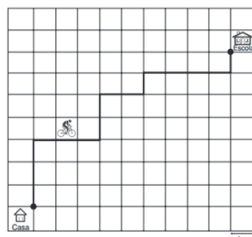
13) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m² de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m² de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).

Avaliando-se todas as informações, serão necessários:



- a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
- b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
- c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
- d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
- e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

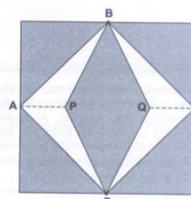
14) A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1 : 25 000, por um período de 5 dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

- a) 4
- b) 8
- c) 16
- d) 20
- e) 40

15) Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1m, conforme a figura a seguir:



Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem $\frac{1}{4}$ da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R\$ 30,00 o m², e outro para a parte mais clara (regiões ABPD e BCDQB), que custa R\$ 50,00 o m².

De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

- a) R\$ 22,50
- b) R\$ 35,00
- c) R\$ 40,00
- d) R\$ 42,50
- e) R\$ 45,00

16) Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

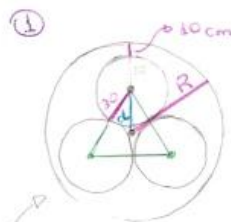
Terreno 1: 55 m por 45 m
Terreno 2: 55 m por 55 m
Terreno 3: 60 m por 30 m
Terreno 4: 70 m por 20 m
Terreno 5: 95 m por 85 m

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

RESOLUÇÃO QUESTÕES ENEM
GEOMETRIA PLANA / GEOMETRIA ANALÍTICA

(Clarice e Isabel)



Com os centros dos 3 tubos internos
forma um triângulo equilátero

$$r = 30 \text{ cm}$$

$$R = 30 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + d$$

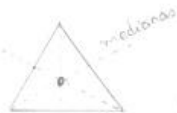
$$l = 2r$$

$$l = 2 \cdot 30 \rightarrow l = 60 \text{ cm}$$

d = distância do centro até um
dos vértices do triângulo equi-
lateral.

$$R = 10 + 30 + d$$

d precisa descobrir.

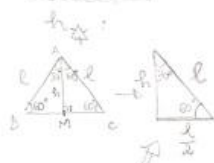


O ponto divide a mediana em 2 partes $\rightarrow$ a parte que

$$\text{mediana} = h_{\triangle} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}h\right) \text{ e } \frac{1}{3}h$$

tem o vértice e o
dobro da outra.

lembrando:



Pitágoras

$$l^2 = \left(\frac{2}{3}h\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$l^2 = \frac{4}{9}h^2 + \frac{l^2}{4}$$

$$l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{4h^2}{9} - \frac{l^2}{4}$$

$$l^2 = \frac{3}{4}h^2$$

$$h = \sqrt{\frac{3}{4}l^2}$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$d = \frac{2}{3}h$$

$$d = \frac{2}{3} \left(\frac{l\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{60\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d = 20\sqrt{3}$$

$$d = 34 \text{ cm}$$

Substituindo em:

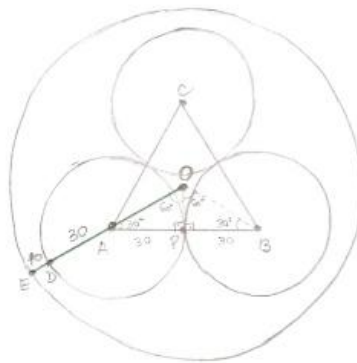
$$R = 10 + 30 + d$$

$$R = 10 + 30 + 34$$

$$R = 74 \text{ cm}$$

$\rightarrow$ Resposta "C"

Outra forma de resolver a questão 1: (mais fácil)



$$R = \overline{OE}$$

$$R = \overline{ED} + \overline{DA} + \overline{OA}$$



$\triangle OAP$: $\rightarrow$ precisamos descobrir a medida de $\overline{OA}$

$$\cos 2 = \frac{CA}{H} \rightarrow \cos 30^\circ = \frac{\overline{AP}}{\overline{OA}}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{30}{\overline{OA}}$$

$$\sqrt{3} \cdot \overline{OA} = 30 \cdot 2$$

$$\overline{OA} = \frac{60}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{60\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{OA} = 20\sqrt{3}$$

$$\overline{OA} = 34 \text{ cm}$$

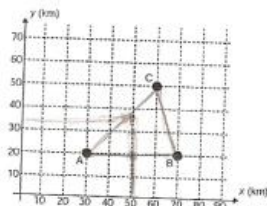
$$R = \overline{ED} + \overline{DA} + \overline{OA}$$

$$R = 10 + 30 + 34$$

$$R = 74 \text{ cm}$$

② - Triângulos (ângulos, bissetriz, mediatriz, altura, circuncentro) - Teorema de Pitágoras.

Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:



A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas.

O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas

- A (65; 35). B (53; 30). C (45; 35).
 D (50; 20). E (50; 30).

Resolução:

* A torre deve ser construída em um ponto equidistante dos pontos A, B e C.

$$\begin{cases} A(30, 20) \\ B(70, 20) \\ C(60, 50) \\ P(50, \end{cases}$$

De A a B conseguimos a coordenada x de P

$$\begin{array}{ccc} A & & B \\ | & & | \\ 30 & & 70 \\ & \downarrow & \\ & 50 & \end{array}$$

$$x_p = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{30 + 70}{2} = 50 \quad x_p = 50$$

* Como o ponto P também deve estar equidistante do ponto C, temos:

$$\begin{aligned} d_{PA} &= d_{PC} \\ d &= \sqrt{(x_p - x_A)^2 + (y_p - y_A)^2} = \sqrt{(x_p - x_C)^2 + (y_p - y_C)^2} \\ d &= \sqrt{(50 - 30)^2 + (y_p - 20)^2} = \sqrt{(50 - 60)^2 + (y_p - 50)^2} \end{aligned}$$

* Como os 2 lados estão elevados ao quadrado, eliminamos as raízes.

$$(20)^2 + (y_p^2 - 2y_p \cdot 20 + 400) = (-10)^2 + (y_p^2 - 2y_p \cdot 50 + 2500)$$

$$400 + y_p^2 - 40y_p + 400 = 100 + y_p^2 - 100y_p + 2500$$

$$y_p^2 - y_p^2 - 40y_p + 100y_p = 100 + 2500 - 400 - 400$$

$$60y_p = 2600 - 800$$

$$60y_p = 1800$$

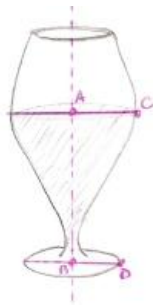
$$y_p = \frac{1800}{60}$$

$$y_p = 30$$

$$P(50, 30)$$

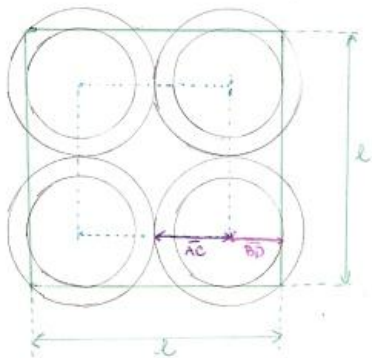
©

③



$$\overline{AC} = \frac{7}{5} \overline{BD}$$

l = medida de um dos lados da bandeja



* Para carregar 4 copos apenas as bases dos copos devem estar contidas na bandeja.

* Como o corpo dos copos são maiores que as bases, significa que estas não se tocam.

Nesse modo, cada um dos lados da bandeja deve conter:

$$l = 2\overline{AC} + 2\overline{BD}$$

$$l = 2 \cdot \frac{7}{5} \overline{BD} + 2\overline{BD}$$

$$l = \frac{14}{5} \overline{BD} + 2\overline{BD} = \frac{14+10}{5} \overline{BD}$$

$$l = \frac{24}{5} \overline{BD}$$

Resposta "D"

Ou:

Considerar $\overline{BD} = r$, logo $\overline{AC} = \frac{7}{5} \overline{BD} \rightarrow \overline{AC} = \frac{7}{5} r$.

$$\text{Como: } l = 2\overline{AC} + 2\overline{BD}$$

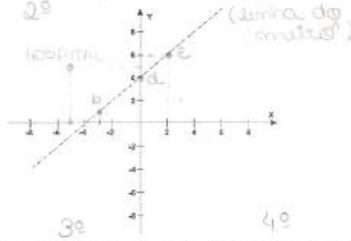
$$l = 2\left(\frac{7}{5} r\right) + 2r \rightarrow l = \frac{24}{5} r$$

$$\frac{l}{\overline{BD}} = \frac{\frac{24}{5} r}{r} = \frac{24}{5}$$

4

Equação da reta.

Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5, 5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

- ☒ A (-5, 0). ☒ D (0, 4).
☒ B (-3, 1). ☒ E (2, 6).
☒ C (-2, 1).

Resolução:

* Determinar quais dos pontos das cinco alternativas, pertencem à equação da reta $y = x + 4$

* Para que um ponto pertença à referida reta, é necessário que as coordenadas do ponto satisfaçam a equação.

~~A~~ $(-5, 0)$ $y = x + 4$
 x, y $0 = -5 + 4$
 $0 \neq -1$

outra forma:

$(-5, 0)$ $y = -5 + 4$
 $y \neq -1$
 $\neq$

b) $(-3, 1)$ $y = x + 4$
 $1 = -3 + 4$
 $1 = 1$

~~C~~ $(-2, 1)$ $y = x + 4$
 $1 = -2 + 4$
 $1 \neq 2$

d) $(0, 4)$ $y = x + 4$
 $4 = 0 + 4$
 $4 = 4$

e) $(2, 6)$ $y = x + 4$
 $6 = 2 + 4$
 $6 = 6$

* Observando suas coordenadas no gráfico conseguimos perceber se o ponto pertence a reta.

Os pontos que pertencem a reta: $(-3, 1)$, $(0, 4)$ e $(2, 6)$

* A comunidade solicitou que a distância da estação do metrô até o hospital em linha reta, não fosse maior que 5 km.

* calcular a distância de cada um desses pontos que pertencem a reta ao ponto da posição que está o hospital que é $P(-5, 5)$

Fórmula da distância

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$B(-3, 1) \quad \text{a} \quad P(-5, 5)$$

$$d = \sqrt{(-3 - (-5))^2 + (1 - 5)^2}$$

$$d = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2}$$

$$d = \sqrt{4 + 16}$$

$$d = \sqrt{20} \rightarrow (\sqrt{16} = 4 \quad \sqrt{20} = 4, \dots \quad \sqrt{25} = 5)$$

$$e \quad d = 4,47 \text{ Km menor que } 5 \text{ Km}$$

$$D(0, 4) \quad \text{a} \quad P(-5, 5)$$

$$d = \sqrt{(0 - (-5))^2 + (4 - 5)^2} \quad d = \sqrt{25 + 1}$$

$$d = \sqrt{26} \rightarrow (\sqrt{25} = 5 \quad \sqrt{26} = 5, \dots \quad \sqrt{36} = 6)$$

$$x \quad d = 5,09 \text{ Km} + \text{de } 5 \text{ Km}$$

$$E(2, 6) \quad \text{a} \quad P(-5, 5)$$

$$d = \sqrt{(2 - (-5))^2 + (6 - 5)^2}$$

$$d = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2}$$

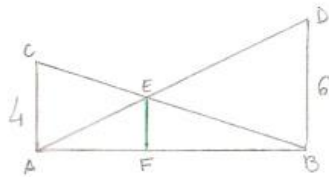
$$d = \sqrt{49 + 1}$$

$$d = \sqrt{50} \rightarrow (\text{se a } \sqrt{26} = 5, \dots \text{ a de } \sqrt{50} \text{ é}$$

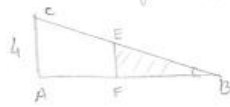
$$x \quad d = 7,07 \text{ Km bem maior)}$$

(B)

5



Temos 2 triângulos retângulos: $\begin{cases} FEB \\ ACB \end{cases}$



São semelhantes, pois apresentam ângulos congruentes entre si

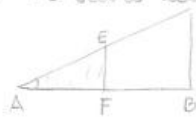
Analogia:

$$\frac{EF}{AC} = \frac{FB}{AB}$$

como $AC = 4 \rightarrow$

$$\frac{EF}{4} = \frac{FB}{AB}$$

No outro lado, temos os triângulos retângulos:



$\begin{cases} FEA \\ BDA \end{cases}$

que também são semelhantes (os seus ângulos são congruentes), assim:

$$\frac{EF}{DB} = \frac{FA}{AB}$$

como $DB = 6 \rightarrow$

$$\frac{EF}{6} = \frac{FA}{AB}$$

Somar as equações a partir das semelhanças:

$$\frac{EF}{4} + \frac{EF}{6} = \frac{FB}{AB} + \frac{FA}{AB} \rightarrow FB + FA = AB$$

$$\frac{3EF + 2EF}{12} = \frac{AB}{AB} \rightarrow 1$$

$$\frac{5EF}{12} = 1$$

$$5EF = 12$$

$$EF = \frac{12}{5}$$

$$EF = 2,4 \text{ m}$$

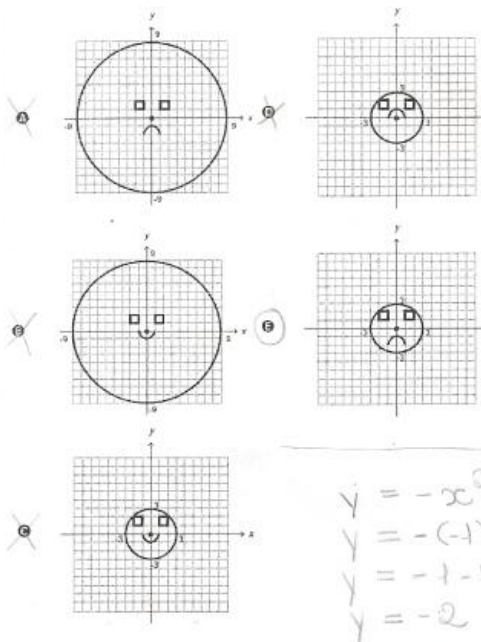
Resposta "C"

⑥ - Equação da circunferência -
Envolve gráficos do 2º grau e coordenadas cartesianas.

Durante uma aula de Matemática, o professor sugere aos alunos que seja fixado um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) e representa na lousa a descrição de cinco conjuntos algébricos, I, II, III, IV e V, como se segue:

- I — é a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$;
- II — é a parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1;
- III — é o quadrado formado pelos vértices (-2, 1), (-1, 1), (-1, 2) e (-2, 2);
- IV — é o quadrado formado pelos vértices (1, 1), (2, 1), (2, 2) e (1, 2);
- V — é o ponto (0, 0).

A seguir, o professor representa corretamente os cinco conjuntos sobre uma mesma malha quadriculada, composta de quadrados com lados medindo uma unidade de comprimento, cada, obtendo uma figura. Qual destas figuras foi desenhada pelo professor?



$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 1 \\ y &= -(-1)^2 - 1 \\ y &= -1 - 1 \\ y &= -2 \quad x = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 1 \\ y &= -(1)^2 - 1 \\ y &= -1 - 1 \\ y &= -2 \quad x = 1 \end{aligned}$$

* Ficamos com as alternativas A ou E.

* Para qualquer uma das alternativas o $x = 0$.

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 1 \\ y &= -0^2 - 1 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

I — é a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$
 $x^2 + y^2 = x^2$ x é um mº elevado
 $x^2 + y^2 = 9$ Δ os quadrados de 3
 $x = 3$

V (0, -1)

Razo: a distância do centro a um ponto qualquer. (E)

Revolução

* Começando de baixo para cima:

V — é o ponto (0, 0)

IV — é o quadrado formado pelos vértices: (-1, 1), (2, 1), (2, 2), (-1, 2)

III — é o quadrado formado pelos vértices: (-2, 1), (-1, 1), (-1, 2), (-2, 2)

II — é a parábola de equação $y = -x^2 - 1$, com x variando de -1 a 1

* $y = -x^2 - 1$ eq. da parábola

tem a parábola está no abertura para o y p/ baixo

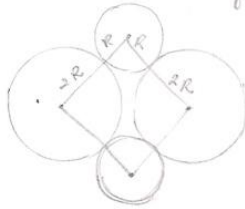
* x variando de -1 a 1

7

Perímetro Fig. 1:

$$Per_1 = (2R) \times 4 = 8R.$$

Perímetro Fig. 2:



$$Per_2 = (2R + R) \times 4 = 3R \times 4 = 12R.$$

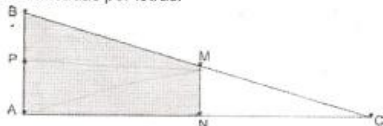
Aumento de $4R$

$$\frac{4R}{8R} = 0,5 \times 100 \rightarrow 50\%$$

Resposta "E"

08 - Triângulo retângulo (mediatriz e área).

Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.

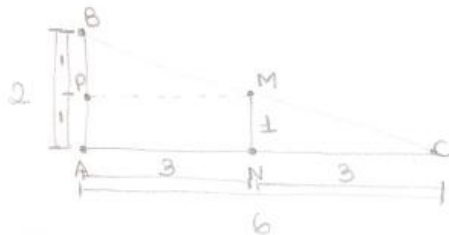


A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto.

Nessas condições, a área a ser calçada corresponde

- ☐ A à mesma área do triângulo AMC.
- ☐ B à mesma área do triângulo BNC.
- ☐ C à metade da área formada pelo triângulo ABC.
- ☐ D ao dobro da área do triângulo MNC.
- ☒ E ao triplo da área do triângulo MNC.

Resolução:



* Atribuir valores aos pontos médios (qualquer valor)

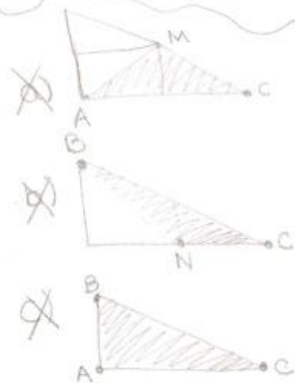
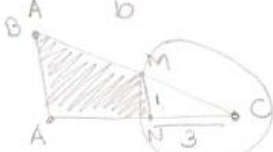
Calcular a área dos triângulos

$$A = \text{base} \times h (\text{altura})$$

$$T_{ABC} = \frac{6 \times 2}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ m}^2$$

$$T_{MNC} = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ m}^2$$

$$6 - 1,5 = 4,5 \text{ m}^2$$



$$1,5 \times 2 = 3 \text{ m}^2$$

$$1,5 + 1,5 = 3 \text{ m}^2 \quad \times$$

$$(E) 1,5 \times 3 = 4,5 \text{ m}^2$$

9

Área do forro $\rightarrow$ Retangular $\Rightarrow A = b \times h$

$$A = 5 \times 3 = 15 \text{ m}^2 \text{ (20 m}^2)$$

Após a lavagem, a área é:

$$A = (5-x)(3-y)$$

$$A = 15 - 5y - 3x + xy$$

o que restou
o que perdeu

Assim, a área perdida, após a lavagem é:

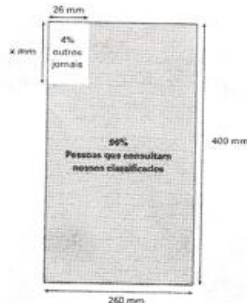
$$A_{\text{perdida}} = 15 - (15 - 5y - 3x + xy)$$

$$A_{\text{perdida}} = 5y + 3x - xy$$

Resposta "E"

10. - Retângulo (área) - Envolve porcentagem.

O jornal de certa cidade publicou em uma página inteira a seguinte divulgação de seu caderno de classificados.



Para que a propaganda seja fidedigna à porcentagem da área que aparece na divulgação, a medida do lado do retângulo que representa os 4%, deve ser de aproximadamente

- ☐ A 1 mm. ☐ B 160 mm.
☐ C 10 mm. ☐ D 167 mm.
☐ E 17 mm.

Revolução:

Área do Retângulo

$$A = b \times h$$

$$A = 260 \text{ mm} \times 400 \text{ mm}$$

$$A = 104.000 \text{ mm}^2$$

(área de toda a página)

$$\begin{array}{rcl} 100\% & \text{---} & 104.000 \text{ mm}^2 \\ 4\% & \text{---} & x \text{ mm}^2 \end{array}$$

$$100x = 104.000 \times 4$$

$$100x = 416.000$$

$$x = \frac{416.000}{100}$$

$$x = 4.160$$

$$x = 4.160 \text{ mm}^2$$

$$\hookrightarrow 4\%$$

* Medida do lado do retângulo que representa os 4%.

$$A'_{\text{rea}} = b \times h$$

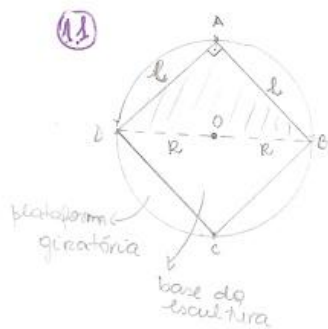
$$4.160 = 26 \times x$$

$$\frac{4.160}{26} = x$$

$$x = 160$$

$$x = 160 \text{ mm}$$

☒ D



No triângulo ABD, temos:

$$(2R)^2 = l^2 + l^2$$

$$4R^2 = 2l^2$$

$$R^2 = \frac{2l^2}{4} = \frac{l^2}{2}$$

$$R = \sqrt{\frac{l^2}{2}}$$

$$R = \frac{l}{\sqrt{2}}$$

R deve ser maior ou igual a $\frac{l}{\sqrt{2}}$

$$\boxed{R \geq \frac{l}{\sqrt{2}}} \quad \text{Resposta "A"}$$

Ou:



$$r^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$r^2 = \frac{l^2}{4} + \frac{l^2}{4} = \frac{l^2 + l^2}{4} = \frac{2l^2}{4}$$

$$r^2 = \frac{l^2}{2} \rightarrow r = \sqrt{\frac{l^2}{2}}$$

$$r = \frac{l}{\sqrt{2}} \quad \longleftrightarrow \quad R \geq r = \frac{l}{\sqrt{2}}$$

12) Retângulo (área e perímetro) - Envolve conversão de unidades.

A loja Telas & Molduras cobra 20 reais por metro quadrado de tela, 15 reais por metro linear de moldura, mais uma taxa fixa de entrega de 10 reais. Uma artista plástica precisa encomendar telas e molduras a essa loja, suficientes para 8 quadros retangulares (25 cm x 50 cm). Em seguida, fez uma segunda encomenda, mas agora para 8 quadros retangulares (50 cm x 100 cm). O valor da segunda encomenda será

- A o dobro do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
- B maior do que o valor da primeira encomenda, mas não o dobro.
- C a metade do valor da primeira encomenda, porque a altura e a largura dos quadros dobraram.
- D menor do que o valor da primeira encomenda, mas não a metade.
- E igual ao valor da primeira encomenda, porque o custo de entrega será o mesmo.

Resolução:

1ª encomenda

8 quadros (25 cm x 50 cm)



* Calcular a área do Retângulo

$$A = b \times h$$

$$A = 50 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$$

$$A = 1.250 \text{ cm}^2$$

$$A = 1.250 \text{ cm}^2 \times 8 = 10.000 \text{ cm}^2$$

$\downarrow$ (1 quadro) $\downarrow$ (8 quadros)

$$A_8 = 10.000 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 \text{ — } 10.000 \text{ cm}^2$$

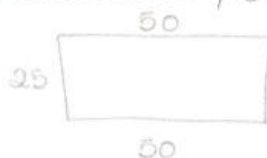
$$x \text{ — } 10.000 \text{ cm}^2$$

$$10.000x = 10.000$$

$$x = 1 \text{ m}^2$$

* Cobrado R\$ 20,00 por m^2 $1 \text{ m}^2 = \boxed{\text{R\$ } 20,00}$

* Calcular, a medida da moldura



$$\text{Moldura} = 50 \times 2 + 25 \times 2$$

$$100 + 50 = 150 \text{ cm}$$

↳ cada quadro

$$M_8 = 150 \times 8 = 1.200 \text{ cm}$$

↳ (moldura de 8 quadros)

$$1 \text{ m} \text{ — } 100 \text{ cm}$$

$$x \text{ — } 1.200 \text{ cm}$$

$$100x = 1.200$$

$$x = \frac{1.200}{100} \quad x = 12 \text{ m}$$

* Cobrado R\$ 15,00 por m

$$12\text{ m} \times 15 = \boxed{\text{R\$ } 180,00}$$

1ª encomenda:

$$\text{R\$ } 20,00 + \text{R\$ } 180,00 + \text{R\$ } 10,00 = \boxed{\text{R\$ } 210,00}$$

↓
tela

↓
malduxas

↓
mteiga

2ª encomenda:

8 quadros (50 cm x 100 cm)

* Calcular a área $A = b \times h$

$$A = 100\text{ cm} \times 50\text{ cm} = 5.000\text{ cm}^2$$

↳ 1 quadro

$$5.000 \times 8 = 40.000\text{ cm}^2$$

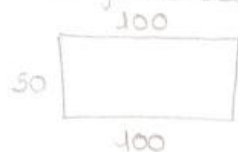
↳ 8 quadros

$$\begin{array}{rcl} 1\text{ m}^2 & \text{---} & 10.000\text{ cm}^2 \\ x & \text{---} & 40.000\text{ cm}^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 10.000x = 40.000 \\ x = \frac{40.000}{10.000} \\ x = 4\text{ m}^2 \end{array}$$

* R\$ 20,00 por m^2 de tela

$$4\text{ m}^2 \times 20 = \boxed{\text{R\$ } 80,00}$$

* Calcular a medida da malduxa:



$$\text{Malduxa} = 50 \cdot 2 + 100 \cdot 2$$

$$100 + 200 = 300\text{ cm}$$

$$300 \times 8 = 2.400\text{ cm}$$

↳ 8 quadros

↳ 1 quadro

$$\begin{array}{lcl} 1 \text{ m} & \text{---} & 100 \text{ cm} \\ x & \text{---} & 2.400 \text{ cm} \end{array}$$

$$100x = 2.400$$

$$x = \frac{2.400}{100}$$

$$x = 24 \text{ m}$$

* cada m de malhura custa R\$ 15,00

$$24 \times 15 = \boxed{\text{R\$ } 360,00}$$

↳ malhura de 8 quadros

2ª encerrando:

$$\text{R\$ } 80,00 + \text{R\$ } 360,00 + \text{R\$ } 10,00 = \boxed{\text{R\$ } 450,00}$$

↓
telas

↓
malhuras

↓
montagem

1ª encerrando: R\$ 210,00

2ª encerrando: R\$ 450,00

- 13) Modelo A > 35 m²
Modelo B > 45 m²

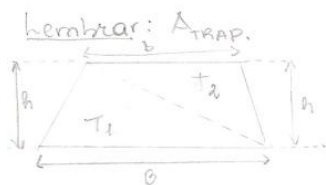
Calcular as áreas de todos os ambientes:

$$A_1 \Rightarrow \text{retângulo} \Rightarrow A_1 = B \times h = 5 \times 8 = \boxed{40 \text{ m}^2}$$

$$A_2 \Rightarrow \text{retângulo} \Rightarrow A_2 = 5 \times 6 = \boxed{30 \text{ m}^2}$$

$$A_3 \Rightarrow \text{retângulo} \Rightarrow A_3 = 4 \times 6 = \boxed{24 \text{ m}^2}$$

$$A_4 \Rightarrow \text{trapézio} \Rightarrow A_4 = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(6+4)7}{2} = \frac{70}{2} = \boxed{35 \text{ m}^2}$$



$$T_1 = \frac{B \cdot h}{2} ; T_2 = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = \frac{Bh + bh}{2}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{(B+b)h}{2} \leftarrow A_{\text{TRAP.}}$$

Assim:

$$A_1 \Rightarrow \text{modelo B}$$

$$A_2 \Rightarrow \text{modelo A}$$

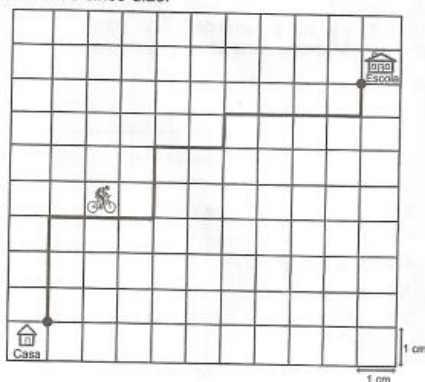
$$A_3 \Rightarrow \text{modelo A}$$

$$A_4 \Rightarrow \text{modelo B}$$

Resposta: "C"

14

A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1 : 25 000, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

- A 4
- B 8
- C 16
- D 20
- ☒ E 40

Resolução:

* A escala é de 1 : 25 000

$$1 \text{ cm} \rightarrow 25\,000 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \\ x = 25\,000 \text{ cm} \end{array}$$

$$100x = 25\,000$$

$$x = \frac{25\,000}{100}$$

$$x = 250 \text{ m}$$

$$1 \text{ cm} \rightarrow 250 \text{ m}$$

* Ele percorre 16 quadradinhos para ir a escola e mais 16 para voltar para casa:

$$16 + 16 = 32 \text{ cm}$$

$$\text{Em 5 dias: } 32 \times 5 = 160 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ cm} = 250 \text{ m} \\ 160 \text{ cm} = x \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 250 \cdot 160 \\ x = 40\,000 \text{ m} \end{array}$$

* Pergunta quantos km ele percorre:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m} \\ x = 40\,000 \text{ m} \end{array}$$

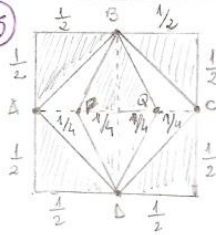
$$1\,000x = 40\,000$$

$$x = \frac{40\,000}{1\,000}$$

$$x = 40 \text{ km}$$

(E)

15



A, B, C e D $\rightarrow$ pontos médios

$$\overline{AP} \times \overline{QC} = \frac{1}{4} \cdot l$$

Área escura $\left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ triângulos } \left\{ \begin{array}{l} B = 1/2 \\ h = 1/2 \end{array} \right. \\ 4 \text{ triângulos } \left\{ \begin{array}{l} B = 1/4 \\ h = 1/2 \end{array} \right. \end{array} \right.$

$$\frac{B \times h}{2}$$

$$A_{ESC} = 4 \left(\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{2} \right) + 4 \left(\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{2} \right) = 4 \left(\frac{1}{4} \right) + 4 \left(\frac{1}{8} \right) = 4 \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \right) + 4 \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \right)$$

$$A_{ESC} = 4 \left(\frac{1}{8} \right) + 4 \left(\frac{1}{16} \right) = \frac{4}{8} + \frac{4}{16} = \frac{8+4}{16} = \frac{12}{16} \Rightarrow A_{ESC} = \frac{3}{4}$$

ÁREA CLARA $\rightarrow$ 4 Triângulos $\left\{ \begin{array}{l} B = 1/4 \\ h = 1/2 \end{array} \right.$

$$A_{CLARA} = 4 \left(\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{2} \right) = 4 \left(\frac{1}{8} \right) = 4 \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \right) = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{4}{16}$$

$$A_{CLARA} = \frac{1}{4}$$

$$A_{ESC} = \frac{3}{4} \times R\$ 30,00 \rightarrow \frac{3}{4} \cdot 30 = \frac{90}{4} = R\$ 22,50$$

$$A_{CL} = \frac{1}{4} \times R\$ 50,00 \rightarrow \frac{1}{4} \cdot 50 = R\$ 12,50$$

$$\begin{array}{r} 22,50 \\ - 12,50 \\ \hline \end{array}$$

$$R\$ 35,00$$

gasto total

resposta "B"

16) Praça $\rightarrow$ área retangular $\rightarrow$ Restrição $\Rightarrow$ Perímetro = 180 m
no máx.

Calcular o perímetro de cada terreno:

$$T1) \text{ Per} = 2(55) + 2(45) = 2(55+45) \Rightarrow T_1 = 200\text{m (Não)}$$

$$T2) \text{ Per} = 2(55+55) = 2(110) \Rightarrow T_2 = 220\text{m (Não)}$$

$$\text{m} T3) \text{ Per} = 2(60+30) = 2 \cdot 90 \Rightarrow T_3 = 180\text{m (SIM)}$$

$$\text{m} T4) \text{ Per} = 2(70+20) = 2 \cdot 90 \Rightarrow T_4 = 180\text{m (SIM)}$$

$$T5) \text{ Per} = 2(95+35) = 2 \cdot 130 \Rightarrow T_5 = 260\text{m (NÃO)}$$

Os terrenos 3 e 4 atendem a restrição quanto ao perímetro.
Verificar qual deles tem maior área:

$$A_{T3} = B \times h = 60 \times 30 \Rightarrow A_{T3} = 1800\text{ m}^2$$

$$A_{T4} = B \times h = 70 \times 20 \Rightarrow A_{T4} = 1400\text{ m}^2$$

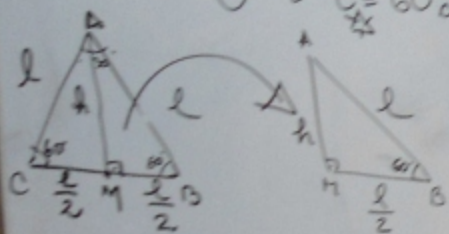
Assim, o terreno a ser escolhido é o terceiro (T3)

Resposta "C"

$$R = 10 + 30 + d$$

$$l = 2r \Rightarrow l_{\frac{30}{2}} = 60 \text{ cm} \quad R = 74 \text{ cm}$$

$$h_{\frac{30}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{3}$$

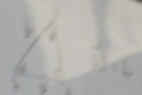


$$l^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + h^2$$

$$d = \frac{2h}{3} \rightarrow d = \frac{2 \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2}}{3}$$

$$d = \frac{2}{3} \cdot \frac{60\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d = 20\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$





El más pequeño punto de la imagen que contiene por sí mismo
información, así llamados de unidades de imagen, tiene a
correspondencia con la información. Esta transformación se llama
convención de señal analógica para la señal digital binaria, mucho
rápido entre estos dos sistemas con una serie sencilla. Buscando
por estos beneficios y otros muchos, una convención de señal
puede construir una nueva forma de transmisión, que entre otros
se llama A, B o C, y mantiene estos valores. Así, las imágenes
de estos tres representados en tres columnas.

A serie de tres que están en los
apartados de tres columnas.
C está adaptado para la transmisión
de los tres correspondientes en punto de
punto de vista.

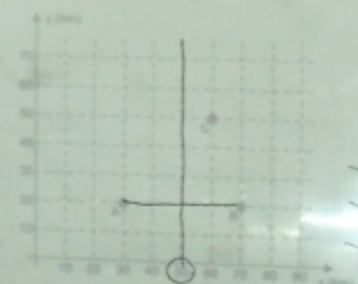
	A	B	C
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0
4	0	1	0
5	1	0	0
6	0	0	1
7	1	1	1
8	0	1	1
9	1	0	1
10	1	1	0
11	0	0	1
12	1	1	1
13	0	1	0
14	1	0	0
15	0	0	0

$$\begin{cases} A(30, 20) \\ B(70, 20) \\ C(60, 50) \end{cases}$$

$$P(50, \quad x_p = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{30 + 70}{2} = 50$$

$$d_{PA} = d_{PC}$$

2) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma revolução, em termos de qualidade e interatividade com o telespectador. Essa transformação, a conversão do sinal analógico para o sinal digital, ainda não contam com essa nova tecnologia para levar esses benefícios a três cidades, uma delas pretende construir uma nova torre de transmissão. As antenas A, B e C, já existentes nessas cidades, estão representadas no plano cartesiano.



A torre deve estar equidistante das três cidades. O local adequado para a construção dessa torre corresponde às coordenadas:

- a) (65; 35)
- b) (57; 30)
- c) (15; 35)
- d) (50; 20)
- e) (50; 30)

