



GEOMETRIA ESPACIAL: MAPEAMENTO DAS PRODUÇÕES BRASILEIRAS RELACIONADAS AO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Dienifer da Luz Ferner
Universidade Federal do Pampa
dieniferlferner@gmail.com

Maria Arlita da Silveira Soares
Universidade Federal do Pampa
mariasoaresh@unipampa.edu.br

Leugim Corteze Romio
Universidade Federal do Pampa
leugimromio@unipampa.edu.br

Eixo Temático: E3 – Pesquisa em Educação Matemática

Modalidade: Comunicação Científica

Resumo

Esta pesquisa tem por objetivo mapear e analisar as produções elaboradas por pesquisadores brasileiros publicadas em periódicos da área da Educação Matemática que apresentam os termos: geometria espacial, pensamento geométrico e volume. Foram adotados os pressupostos da pesquisa qualitativa de acordo com os procedimentos de uma análise documental. Nesta pesquisa, as fontes de produção de dados foram os artigos mapeados em periódicos brasileiros da área da Educação Matemática cujos dados para acesso estão expostos no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e os textos estão disponíveis para acesso online. A análise dos dados permitiu concluir que há uma ênfase ao conteúdo volume. Em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico, este recebeu pouco destaque, visto que a teoria de Van Hiele foi utilizada em apenas 2 publicações. Nestas pesquisas foram explorados o nível da visualização (primeiro texto) e os quatro primeiros níveis (segunda pesquisa). Entende-se que para o desenvolvimento do pensamento geométrico todos os níveis deveriam ser abordados. Quanto as transformações cognitivas, constatou-se que as conversões abordadas foram do registro figural para o algébrico e deste para o numérico e o principal tratamento trabalhado foi o algébrico/numérico.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Pensamento Geométrico. Mapeamento.

1 Introdução

Considera-se importante realizar uma análise acerca das pesquisas relacionadas a temas da Educação Matemática, pois esta é uma maneira de “fazer uma síntese dos dados

encontrados até aqueles momento em investigações a respeito do mesmo tema, para verificar as tendências ou fazer correções de rumo em seus trabalhos” (CURY, 2013, p.15).

Esta pesquisa apresenta uma análise de publicações acadêmicas brasileiras em periódicos da área de Educação Matemática que estão relacionadas, de alguma forma, aos termos “geometria espacial”, “pensamento geométrico” e “volume”, pois considera-se importante mapear e analisar os trabalhos acerca da Geometria Espacial no que tange o tratamento dos aspectos do pensamento geométrico.

Esta pesquisa teve início em um projeto de Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Curso de Matemática – Licenciatura, tendo como tema “*O ensino de Geometria Espacial proposto no currículo prescrito (nacional e regional) e no currículo planejado acerca do desenvolvimento do pensamento geométrico*”. Este surgiu a partir da minha (primeiro autor) participação no grupo de pesquisa matE²¹ e no PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, em que são desenvolvidas leituras de pesquisas acerca da Educação Matemática, atividades de monitoria e interaulas²; que permitiram refletir e questionar, em particular, o conteúdo de Geometria Espacial abordado em sala de aula com uma turma de 3º ano do Ensino Médio, que acompanhei durante o período de um ano, sendo este conteúdo tratado com ênfase em fórmulas e exercícios, em geral, realizados de forma mecânica.

Com base no exposto, este trabalho tem por objetivo mapear e analisar as produções elaboradas por pesquisadores brasileiros publicadas em periódicos da área da Educação Matemática que apresentam os termos: geometria espacial, pensamento geométrico e volume. Na sequência são apresentados o referencial teórico (com ênfase nas concepções acerca do pensamento geométrico), a análise dos dados e as considerações finais.

2 Pensamento geométrico: alguns entendimentos

A compreensão de inúmeras atividades do dia a dia requer que as pessoas façam questionamentos, por exemplo: qual o melhor formato de uma embalagem, considerando o

¹ Educação e Educação Matemática cujo objetivo é problematizar dimensões subjacentes às temáticas currículo, trabalho docente, políticas públicas, gestão educacional e "formação" de professores.

² Espaço-tempo de produção do conhecimento no contraturno escolar, o qual estabelece intermediações conceituais dos conteúdos trabalhados na escola e universidade e re/interpreta dimensões de currículo, da formação de professores e de processos de identificação nos contextos sócioeducativos. O termo imprime a característica interdisciplinar por denotar relações possíveis com outras áreas do conhecimento num espaço-tempo que reconhece diferenças no processo de ensino e aprendizagem. A conotação inerente ao termo interaula não minimiza a produção da “aula formal”, mas indica que um espaço-tempo de estudos e atividades no contraturno escolar pode construir-se de modo significativo e comprometido com a educação, cultura e sociedade. (RELATÓRIO DO PIBID - SUPROJETO MATEMÁTICA, 2015).

material disponível para a construção e o objeto a ser guardado. Para responder estas e outras questões, geralmente, é preciso mobilizar diferentes tipos de raciocínios, a saber: pensamento indutivo; raciocínio lógico-dedutivo; pensamento não determinístico³, em particular, visão geométrico-espacial (BRASIL, 2014).

Em relação à visão geométrico-espacial, esta consiste de um aprendizado significativo da geometria e de suas aplicações. Segundo o Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio (BRASIL, 2014, p.11) podemos caracterizar esse pensamento

[...] a partir da construção de representações mentais que possibilitam, por exemplo, reconhecer características de figuras geométricas [...], interpretar relações entre objetos no espaço e estimar áreas e volumes sem medição direta; antecipar resultados de transformações de figuras planas e objetos espaciais [...]; produzir e interpretar representações planas de objetos espaciais, plantas baixas de construções, mapas de diversos tipos, ou maquetes.

Este pensamento propicia aos estudantes a relação entre objetos e movimentos no espaço físico, permitindo que façam relações entre o tridimensional e o bidimensional. Além das contribuições já citadas, a visão geométrico-espacial “é fundamental em várias situações do cotidiano, nas ciências, nas artes e em diferentes profissões” (BRASIL, 2014, p.94).

Ao tratar do ensino da Geometria, o Referencial Curricular do Estado do Rio Grande do Sul - RC/RS (2009) destaca o desenvolvimento do pensamento geométrico. Segundo esta proposta curricular (currículo prescrito) este pensamento está:

[...] ligado ao *desenvolvimento de abstrações e representações do espaço*, é uma poderosa via de *generalização da própria álgebra* e, ainda, está em estreita ligação com o desenvolvimento do pensamento combinatório, estatístico-probabilístico, na medida em que esquemas, tabelas e gráficos de diferentes tipos são representações, tanto do tratamento da informação, como das funções que expressam relações especiais, que modelam fenômenos da ciência, da tecnologia e da sociedade. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 38, grifo nosso)

Nesta perspectiva, o desenvolvimento do pensamento geométrico contribui no entendimento de outras áreas do conhecimento matemático, bem como, permite a visualização de conceitos aritméticos e algébricos.

O RC/RS (2009) sugere que os conceitos/conteúdos relacionados ao pensamento geométrico sejam trabalhados em todas as séries (anos) finais do Ensino Fundamental (EF) e durante o Ensino Médio (EM). Indicam que o trabalho com os conceitos geométricos deveria iniciar pela Geometria Espacial, visto que os objetos do mundo “real” são tridimensionais, e, por intermédio desta, trabalhar os conceitos da Geometria Plana, em razão de que esta requer

³ Maiores detalhes sobre os diferentes tipos de pensamento ver Caderno V do Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio, disponível em: <http://pactoensinomedio.mec.gov.br/images/pdf/cadernos/web_caderno_2_5.pdf>.

procedimentos de abstração e generalização. Também sugerem que a formalização (processos dedutivos) desses conceitos/conteúdos, em geral, seja realizada no 3º ano do EM.

Quanto aos processos dedutivos nas diferentes áreas da Matemática, o Referencial Curricular do Paraná – RC/PR (2008, p. 57) entende que:

[...] a valorização de definições, as abordagens de enunciados e as demonstrações de seus resultados [conceitos/conteúdos] são inerentes ao conhecimento geométrico. No entanto, tais práticas devem favorecer a compreensão do objeto e não reduzir-se apenas às demonstrações geométricas em seus aspectos formais.

Para tanto, existem muitas possibilidades de experiências escolares relacionadas a validação de fórmulas, por exemplo, o cálculo de áreas (por meio da composição e decomposição de figuras geométricas) e volumes (por meio do princípio de Cavalieri, manipulação de figuras sólidas construídas, por exemplo, no GeoGebra⁴) de figuras geométricas, que possibilitam discussões e proporcionam aos estudantes a capacidade de argumentação (BRASIL, 2015).

Os estudos relacionados ao desenvolvimento do pensamento geométrico obtiveram maior destaque com as pesquisas do casal Van Hiele. Contudo, a atenção internacional ao modelo de Van Hiele foi dada somente a partir da década de 70, quando Izaak Wirszup (1976) e Hans Freudenthal (1973), começaram a falar e escrever sobre o modelo (LINDQUIST e SHULTE, 1994). Este modelo foi organizado em cinco níveis de compreensão, a saber:

- a) Visualização: as figuras geométricas são reconhecidas por sua aparência física, não por suas propriedades e os estudantes conseguem aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzi-las.
- b) Análise: consiste na observação e experimentação, é uma análise dos conceitos geométricos que permite aos estudantes perceber/compreender as características das figuras.
- c) Dedução informal: proporciona ao estudante estabelecer inter-relações de propriedades, deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras.
- d) Dedução formal: possibilita perceber as inter-relações e o papel dos axiomas, postulados, definições, teoremas e demonstrações e entender, também, a demonstração de mais de uma maneira, condições necessárias e suficientes.
- e) Rigor: consiste em trabalhar em vários sistemas axiomáticos, a geometria de forma abstrata e estudar geometrias não-euclidianas (LINDQUIST e SHULTE, 1994).

No quadro 1 são apresentados maiores detalhes sobre os níveis de Van Hiele por meio da produção de Lindquist e Shulte (1994).

⁴ Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software livre de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática tanto para a Educação Básica quanto para o Ensino Superior.

Quadro 1: Níveis de Van Hiele

Níveis	Capacidades desenvolvidas para cada nível	Proporcionar aos alunos oportunidades para:	Pergunta: “Que tipo de figura é esta?”  <u>Como você sabe?”</u>
Visualização	Reconhecem-se formas geométricas com base na sua aparência física como um todo.	- manipular, colorir, dobrar e construir figuras geométricas; - identificar uma figura ou uma relação geométrica; - criar figuras; - descrever figuras geométricas e construções usando a linguagem adequada; - trabalhar com problemas que podem ser resolvidos manejando figuras, medindo e contando.	“Parece um retângulo!” ou “Porque parece uma porta”.
Análise Dedução Informal	A forma recua e emergem as propriedades das figuras.	- Medir, colorir, dobrar modelar e ladrilhar a fim de identificar propriedades de figuras e outras relações geométricas; - descrever uma classe de figuras por suas propriedades; - comparar figuras segundo suas propriedades características; - classificar e reclassificar figuras por atributos isolados; - identificar e desenhar uma figura, dada uma descrição oral ou escrita de suas propriedades; - identificar uma figura a partir de pistas visuais; - deduzir empiricamente “regras” e generalizações; - identificar propriedades que possam ser usadas para caracterizar ou comparar diferentes classes de figuras; - descobrir propriedades de classes de objetos não familiares; - encontrar e usar vocabulário e símbolos apropriados; - resolver problemas geométricos que requeiram o conhecimento das propriedades das figuras, relações geométricas ou abordagens perspicazes.	“Quatro lados, fechados, dois lados compridos, dois lados curtos, lados opostos paralelos, quatro ângulos retos...”
	Começa a se formar uma rede de relações.	- estudar as relações desenvolvidas no nível 1 [Análise], buscando inclusões e implicações; - identificar conjuntos mínimos de propriedades para descrever uma figura; - desenvolver e usar definições; - acompanhar argumentos informais; - apresentar argumentos informais (usando diagramas, figuras recortadas, diagramas de árvores); - acompanhar argumentos dedutivos, eventualmente fornecendo alguns	“É um paralelogramo com quatro ângulos retos” (O aluno procura dar um número mínimo de propriedades. Se indagado, indicaria que sabe que é redundante, neste exemplo, dizer que os lados opostos são congruentes).

		“passos omitidos”; - tentar fornecer mais do que uma abordagem ou explicação; - trabalhar e discutir situações que focalizem uma afirmação e sua recíproca; - resolver problemas em que as propriedades das figuras e as inter-relações são importantes.	
Dedução Formal	Compreende-se a natureza da dedução...	- identificar aquilo que é dado e o que deve ser provado num problema; - identificar informações implícitas numa figura ou numa dada informação; - demonstrar compreensão do significado de <i>conceito primitivo</i> (<i>termo não definido</i>), <i>postulado</i>, <i>teorema</i>, <i>definição</i>, etc; - demonstrar compreensão de condições necessárias e suficientes; - provar rigorosamente as relações desenvolvidas informalmente no nível 2 [dedução informal]; - provar relações não familiares; - comparar demonstrações diferentes de um mesmo teorema – por exemplo, teorema de Pitágoras; - Usar várias técnicas de demonstração – por exemplo, sintética, por transformações, por coordenadas, por vetores; - identificar estratégias gerais de demonstração; - refletir sobre o raciocínio geométrico.	“Isso pode ser provado se eu sei que a figura é um paralelogramo e que um dos ângulos internos é reto.”(O aluno procura demonstrar o fato dedutivamente).

Fonte: Adaptação de Lindquist e Shulte (1994, p. 8-18).

Percebe-se a relevância dos níveis de Van Hiele na análise de situações para o ensino de conceitos geométricos, em especial, conceitos da Geometria Espacial. Contudo, ao tratar de aprendizagem matemática é relevante considerar os pressupostos teóricos de Duval (2003, 2011), pois esta teoria pode contribuir na compreensão do objeto matemático por meio da coordenação dos diferentes tipos de representações.

Os diferentes tipos de registros semióticos utilizados em Matemática, de acordo com Duval (2011, p.118), são: a) registros discursivos: consistem em uma linearidade fundamentada na sucessão, que abrange as línguas (designação de objetos, enunciação e raciocínio), as representações auxiliares transitórias e as escritas simbólicas; b) registros não discursivos: compreendem o entendimento concomitante de uma organização bidimensional, que contém a produção a mão livre, a conservação interna das relações topológicas características das partes do objeto (icônica), a configuração geométrica (construção

instrumental, divisão e reconfiguração merológicas⁵, desconstrução dimensional das formas) e os gráficos cartesianos (operação de zoom, interpolação, mudança de eixos).

O que é mais relevante matematicamente, quando falamos em registros, são as transformações que podem ser realizadas a partir de uma representação semiótica. Essas transformações podem ser de dois tipos, a saber: tratamento, que consiste em uma transformação interna a um registro; e conversão, que é uma transformação que faz passar de um registro para outro, propondo assim a coordenação de dois ou mais registros (DUVAL, 2011).

A coordenação de diferentes registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis (DUVAL, 2012, p.270). Assim, a compreensão do objeto matemático esta relacionada a capacidade de mobilizar, ao menos, dois diferentes registros de representação. Diante deste contexto, vimos a necessidade de relacionar as teorias dos Registros de Representação Semiótica e de Van Hiele, entendendo que estas favorecem o desenvolvimento do pensamento geométrico.

3 Pressupostos metodológicos

A escolha teórico-metodológica adotada para este projeto é de uma pesquisa qualitativa. Conforme Silveira e Córdova (2009, p.31) “não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc”. Contudo, isto não significa que os dados não possam ser quantificados.

O tipo de pesquisa, quanto aos procedimentos, é de uma análise documental. Conforme Fiorentini e Lorenzato (2006, p.71) este é um “estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos”.

⁵ A divisão mereológica é definida por Duval (2011) como a “[...] divisão do todo em partes justapostas ou sobrepostas é realizada para reconstruir com as partes obtidas, uma figura visualmente muito diferente da figura de partida, denominando-a de reconfiguração. Sendo este um tratamento que consiste na partição de uma figura em subfiguras. Em comparação, realiza-se com as mesmas uma eventual remontagem constituindo-se outra figura de contorno global diferente” (ASSUMPÇÃO, 2015, p.52).

Para Lüdke e André (apud SCHNEIDER et al., 2014, p.7) esta análise é uma “técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema”.

Nesta pesquisa, as fontes de produção de dados foram os artigos mapeados em periódicos brasileiros da área da Educação Matemática cujos dados para acesso estão expostos no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e os textos estão disponíveis para acesso online.

Considerando as referências teórico-metodológicas, alguns critérios foram elencados para analisar os artigos, a saber: ano de publicação; palavras-chave; participantes (se há ou não estudantes/professores envolvidos no trabalho); fontes de produção de dados; conteúdos abordados; teóricos/pesquisadores citados; uso do termo “pensamento geométrico”.

4 Discussão dos resultados

Inicialmente, realizou-se uma busca nos *sites* dos periódicos brasileiros da área da Educação Matemática expostos no *site* da SBEM. Sendo encontrados um total de 15 periódicos referentes a esta área, a saber: Boletim Grupo de Pesquisa em Educação Matemática – GEPEM; Educação Matemática Pesquisa; Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Rio Grande do Sul; Zetetiké – Revista de Educação Matemática; Caminhos da Educação Matemática; Modelagem na Educação Matemática; Boletim de Educação Matemática – Bolema; Perspectivas da Educação Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul; Perspectivas da Educação Matemática – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul; Revista Paranaense de Educação Matemática; Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat; Revista de Matemática, Ensino e Cultura; Acta Scientiae – Revista de Ensino de Ciências e Matemática; Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana; e, Revista Educação Matemática Pesquisa, do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática. Deste total, utilizando os descritores *Geometria Espacial*, *pensamento geométrico* e *volume*⁶, foram identificados 19 artigos (Quadro 2).

⁶ Este contempla, geralmente, fórmulas/argumentação/demonstração os quais nosso projeto esta relacionado.

Quadro 2: Distribuição de artigos por periódico

<i>Revista</i>	<i>Artigos por revista</i>
Acta Scientiae – Revista de Ensino de Ciências e Matemática	1
Boletim de Educação Matemática – Bolema	1
Boletim Grupo de Pesquisa em Educação Matemática – GEPEM	5
Educação Matemática Pesquisa	8
Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat	1
Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Rio Grande do Sul	1
Zetetiké – Revista de Educação Matemática	2

Os dados do quadro 2 indicam que o periódico “Educação Matemática Pesquisa” publicou o maior número de artigos cujos títulos apresentam os descritores desta pesquisa.

Para as análises realizadas na sequência recorreu-se a 11 dos 19 artigos mapeados, pois 6 dos 8 artigos deixados fora da análise não tivemos acesso ao seu conteúdo, uma vez que os periódicos não disponibilizavam os artigos das primeiras publicações, 1 refere-se a história, optou-se por não analisá-lo pois esta pesquisa está mais voltada para os aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem e 1 foi publicado em dois periódicos com títulos diferentes, mas com mesmo conteúdo. O período de busca das publicações abrangeu desde 1976 (primeiro artigo identificado) até dezembro de 2015 (data atual) (Tabela 1).

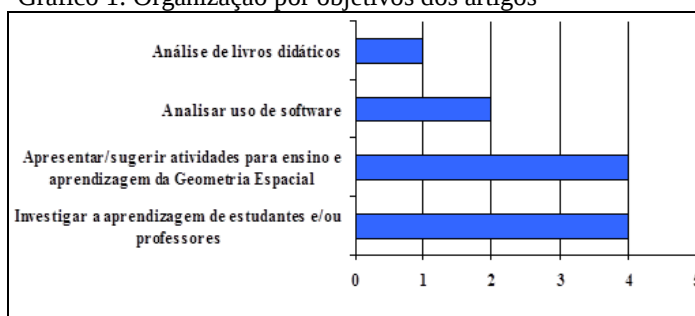
Tabela 1: Organização por ano de publicação dos artigos

<i>Ano</i>	<i>Número de trabalhos publicados</i>
1976 – 1995	1
1996 – 2005	2
2006 – 2015	8
<i>Total</i>	11

A partir desses dados, percebe-se o aumento, no decorrer dos anos, no interesse por pesquisar sobre Geometria Espacial, pensamento geométrico e volume. Talvez porque as propostas curriculares internacionais e nacionais tenham dado uma ênfase para essa área da Matemática ao proporem a organização dos conceitos/conteúdos em blocos e a conexão entre eles. Entende-se que mapear os trabalhos pode auxiliar nas revisões de literatura em novas pesquisas acerca da Geometria Espacial.

Ao analisar os objetivos elencados em cada publicação separou-se em diferentes categorias, sendo estas: investigar a aprendizagem de estudantes e/ou professores; apresentar/sugerir atividades para ensino e aprendizagem da Geometria Espacial; analisar o uso de software; e, analisar livros didáticos. A distribuição das categorias de objetivos estão apresentadas no Gráfico 1.

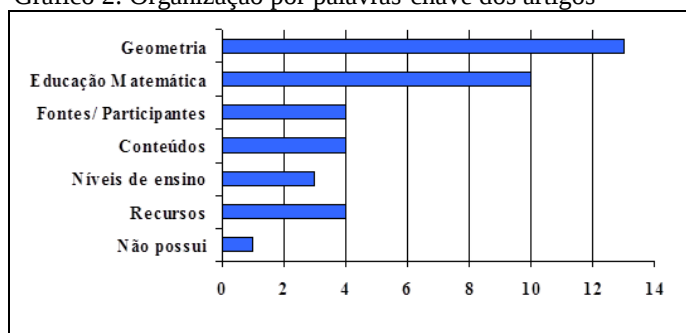
Gráfico 1: Organização por objetivos dos artigos



Com base nos dados apontados acima constata-se maior ênfase dada às atividades relacionadas ao ensino e aprendizagem da Geometria Espacial e à investigação sobre a aprendizagem de estudantes e/ou professores. Pode-se observar (Gráfico 1) que a análise de livros didáticos está sendo pouco realizada em relação ao tema proposto. Cabe destacar a importância de analisar livros didáticos, pois estes expressam o significado e os conteúdos propostos no documentos elaborados pelo Ministério da Educação. Sendo, para os estudantes, uma referência aos conhecimentos socialmente relevantes e, para os professores, uma fonte auxiliar na elaboração e gestão de suas aulas (SACRISTÁN, 2013).

Em relação a análise das palavras-chave adotadas pelos autores das pesquisas mapeadas, foram identificadas um total de 38, apenas um dos artigos não as possuía. Os descritores utilizados em nosso mapeamento constituem 21,1% do total das palavras-chave. Estas foram bastante distintas, por este motivo, optou-se por separá-las em categorias (Gráfico 2), a saber: Geometria; Educação Matemática; Fontes/Participantes; Conteúdos; Níveis de ensino; Recursos.

Gráfico 2: Organização por palavras-chave dos artigos



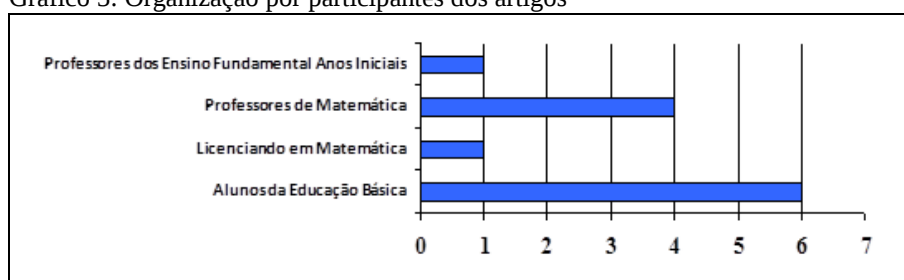
Verifica-se (Gráfico 2) que as palavras-chave mais utilizadas nos artigos mapeados estão relacionadas a Geometria, nesta categoria fazem parte a Geometria Espacial e o pensamento geométrico, focos de nosso estudo, entre outros. Sendo que, do total de pesquisas mapeadas, 72,7% tratam de algum conteúdo/conceito de Geometria Espacial.

Nos trabalhos analisados constatou-se que os participantes escolhidos pelos pesquisadores são de diferenciados níveis de ensino (Gráfico 3). Apenas uma não esta

contabilizada nesta etapa da análise, pois utilizou com fonte de dados livros didáticos. Cabe destacar que há um número maior do que as pesquisas mapeadas, pois algumas utilizaram mais de uma categoria de participantes.

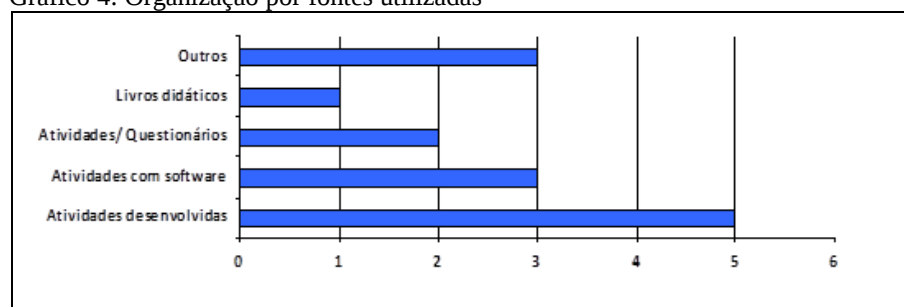
O gráfico 3 permite afirmar que a Educação Básica é o nível de ensino mais investigado pelos pesquisadores. Além disso, percebe-se que as pesquisas com acadêmicos do Ensino Superior ainda é reduzida, sendo este nível de ensino de extrema importância, pois proporcionará fundamentação teórica para formação de professores que atuarão com as gerações mais novas de estudantes.

Gráfico 3: Organização por participantes dos artigos



As fontes utilizadas para produção de dados escolhidas pelos autores dos 11 artigos mapeados, estão classificadas em 4 categorias, a saber: atividades desenvolvidas; atividades com software; atividades/questionários; e, outros. Esta última categoria abrange itens que foram utilizados apenas uma vez, a saber, entrevistas, gravações e diário da pesquisadora. O Gráfico 4 apresenta a distribuição das fontes utilizadas. Cabe destacar que, há um número maior de fontes em relação ao de pesquisas mapeadas, pois algumas utilizaram mais de uma fonte para a produção de seus dados.

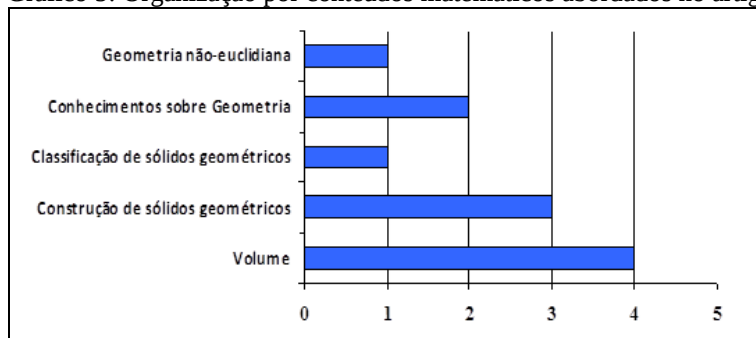
Gráfico 4: Organização por fontes utilizadas



Ao realizar a análise sobre as fontes para produção de dados, pôde-se verificar os conteúdos matemáticos abordados. Por identificar distintos conteúdos matemáticos na análise, além de melhor organização e entendimento estes foram categorizados conforme descrição presente no Gráfico 5. A partir desta análise verifica-se que o conteúdo volume é o mais enfatizado nas publicações mapeadas. Contudo, há diferentes análises realizadas perante este

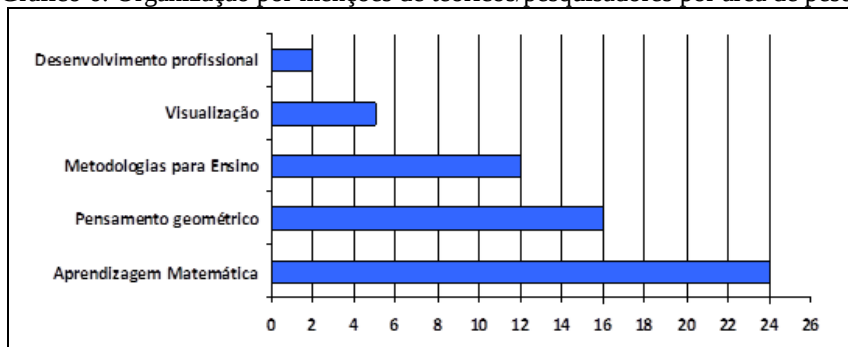
conteúdo, a saber: análise relacionada ao volume como uma grandeza trabalhada a partir de situações de comparação com alunos de 3º ano do Ensino Médio; análise do volume de cilindros por meio da resolução de problemas com professores em formação inicial; análise de como os adultos calculam o volume de sólidos constituídos por pequenos cubos; e, análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do Ensino Médio baseado em uma teoria.

Gráfico 5: Organização por conteúdos matemáticos abordados no artigo



Para realizar a análise dos teóricos/pesquisadores utilizados na elaboração dos artigos mapeados optou-se por separá-los em categorias de acordo com as áreas de pesquisa (Gráfico 6). Isto porque há uma ampla distinção entre as referências utilizadas. Cabe destacar que, a busca foi realizada apenas no referencial teórico de cada pesquisa.

Gráfico 6: Organização por menções de teóricos/pesquisadores por área de pesquisa



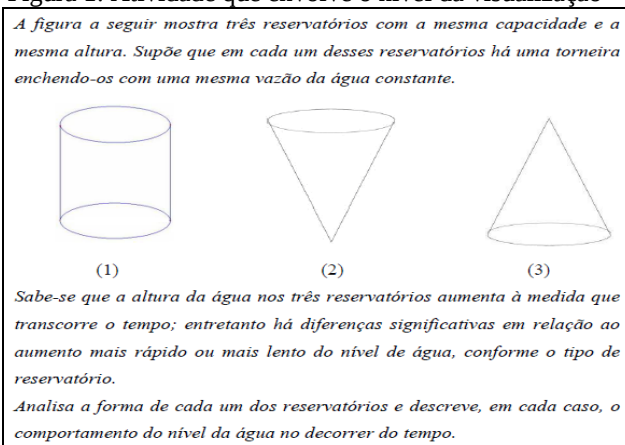
Encontrou-se um total de 59 menções a teóricos/pesquisadores, a partir do Gráfico 6 pode-se verificar que estas, em sua maioria, estão relacionadas a aprendizagem matemática. Também verificou-se que 27,1% do total está relacionado ao pensamento geométrico, foco deste trabalho.

Com base nesses resultados, buscou-se verificar o uso do termo “pensamento geométrico” nas publicações mapeadas. Dos 11 artigos analisados 3 utilizam este termo. Sendo que, 2 falam sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico utilizando o modelo

de Van Hiele e 1 utiliza outras referências (FISCHBEIN, 1993; PAIS, 1996; GUTIÉRREZ, 1996; NACARATO, 2005).

Os trabalhos que utilizam o modelo de Van Hiele para tratar do pensamento geométrico buscam apresentar/sugerir atividades para ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. Estas atividades foram elaboradas a partir dos níveis de Van Hiele, sendo explorados do nível visualização ao nível dedução informal, dando-se ênfase ao primeiro nível (Figura 1). Já a pesquisa que utiliza de outras referências tem como objetivo investigar a aprendizagem de professores a cerca do pensamento geométrico a partir de questionários, encontros, entrevistas, entre outros, baseados no uso adequado de termos geométricos, visualização e representação, e compreensão de conceitos. Esta pesquisa verificou que os professores demonstram conhecimento de propriedades de figuras e/ou de orientação espacial, porém não utilizam termos apropriados, os quais são de extrema importância para a compreensão dos estudantes. Em relação aos demais itens analisados nesta pesquisa observou-se o desenvolvimento de tais habilidades e a compreensão de novos conceitos.

Figura 1: Atividade que envolve o nível da visualização



Fonte: Excerto desta pesquisa

Em relação as transformações cognitivas de registros de representação mais utilizadas, observou-se que há um total de 10 que trabalham com elaboração/desenvolvimento de atividades. Entretanto, nem todas apresentam as atividades desenvolvidas, somente são expostos os resultados, deste modo não fizeram parte da análise. Assim foram contabilizadas um total de 28 atividades das quais 4 exigem respostas de cunho pessoal⁷. Constatou-se que há um percentual de 75% que exigem conversão, sendo, em sua maioria, do registro figural, para o algébrico e deste para o numérico. Os tratamentos matemáticos necessários para as atividades analisadas, em sua maioria, são do registro algébrico/numérico.

⁷ Não contabilizadas na análise.

5 Considerações Finais

Diante da análise realizada constatou-se, a partir dos descritores escolhidos, um total de 19 pesquisas mapeadas, sendo analisados 11 textos. Destaca-se que a maioria trata do conteúdo volume.

Em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico, este recebeu pouco destaque. A teoria de Van Hiele foi utilizada em apenas 2 publicações, em uma delas foi explorado apenas o nível da visualização e em outra foram explorados os quatro primeiros níveis. Compreende-se que os níveis de Van Hiele podem ser melhor explorados nas pesquisas, visto que ele contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

As principais conversões identificadas nos trabalhos foram do registro figural para o algébrico e deste para o numérico. Entende-se, que é necessário trabalhar outros sentidos de conversão visto que os registros são, sempre, parciais em relação ao objeto matemático. Quanto aos tratamentos, verificou-se que o principal tratamento trabalhado foi o algébrico/numérico.

Diante desse contexto, acredita-se que esta pesquisa pode contribuir no desenvolvimento de outras investigações acerca do ensino e aprendizagem da geometria, em particular, da Geometria Espacial, porque indica diversos aspectos dos estudos já realizados e publicados em periódicos da área da Educação Matemática.

6 Referências

ASSUMPÇÃO, P. G. S. **Perímetro e área de polígonos: abordagem através de um ambiente dinâmico sob o olhar das representações semióticas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física). Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria – RS, 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2015.

_____. **Formação de professores do ensino médio**, Etapa II - Caderno V: Matemática / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica; [autores: Ana Paula Jahn... et al.]. – Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014.

BICUDO, M. A. V. **Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa**. REVEMAT – Florianópolis-SC, v. 9, Ed. Temática (junho), p. 07-20, 2014.

CURY, H. N. **Erros, dificuldades e obstáculos em produções escritas de alunos e professores.** In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, B. L.; CARVALHO, A.F.T. *Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior.* Campinas, SP: Papirus, 2013.

DUVAL, R. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.* Campinas, SP: Papirus, 2003. p.11-33.

_____, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Tradução: Méricles Thadeu Moretti. *Revemat*: Florianópolis, v. 07, n. 2, 2012.

_____, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas.** Org.: Tânia M. M. Campos. 1º Ed. São Paulo: PROEM, 2011.

FIORENTINI, D. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Org.: Dario Fiorentini, Sérgio Lorenzato. Campinas-SP: Autores Associados, 2006.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria.** Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática.** Secretaria de Estado da Educação. Curitiba: 2008.

PIBID. **Relatório Parcial do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência.** CAPES, 2015.

RIO GRANDE DO SUL. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática /** Secretaria de Estado da Educação. Porto Alegre, SE/DP, 2009.

SACRISTÁN, J. G. (org.). **Saberes e Incertezas sobre o Currículo.** Tradução Alexandre Salvaterra. Porto Alegre: Penso, 2013. 542 p.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. **A pesquisa científica.** In: Métodos de pesquisa. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

SCHNEIDER, E. M., et al, **O uso de modalidades didáticas no contexto do PIBID e o ensino por investigação.** Anais do X ANAPED SUL, Florianópolis, 2014.