



EQUAÇÃO DA CIRCUNFERÊNCIA: ANÁLISE DE COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Dienifer da Luz Ferner
Universidade Federal do Pampa – Unipampa/Campus Itaqui
dieniferlferner@gmail.com

Verônica Pereira Stivanin
Universidade Federal do Pampa – Unipampa/Campus Itaqui
veronicastivanin.pibid@gmail.com

Maria Arlita da Silveira Soares
Universidade Federal do Pampa – Unipampa/Campus Caçapava do Sul
arlitasoares@gmail.com

Eixo Temático: E3 – Pesquisa em Educação Matemática

Modalidade: Comunicação Científica

Resumo

Este trabalho tem por objetivo investigar em quais espaços-tempo a equação da circunferência é apresentada nas coleções de livros didáticos mapeadas, bem como, quais transformações cognitivas são propostas, quais contextos são escolhidos na elaboração das atividades e se softwares são utilizados, caso sim, de que forma. Para tanto, fundamenta-se em perspectivas teóricas de Duval e nas Orientações Curriculares Nacionais, de modo a subsidiar os escritos e dimensões analíticas. Adotamos, também, pressupostos da pesquisa qualitativa, tendo como fonte de produção de dados três livros didáticos escolhidos pelas escolas estaduais de Ensino Médio de um município da Fronteira Oeste do Rio Grande do Sul. A análise dos dados permitiu concluir que o espaço-tempo dedicado ao estudo da circunferência restringe-se a uma unidade no capítulo de G.A., assim, não havendo conexões com os demais conceitos/conteúdos desse campo, por exemplo, distância entre dois pontos e estudo das cônicas. Em relação aos exercícios, tanto resolvidos quanto propostos, constatou-se um alto percentual para o contexto da própria Matemática. No que tange as transformações apresentadas nos exercícios, as conversões da língua natural para a representação algébrica e numérica foram as mais propostas. Quanto a utilização de softwares, verificou-se que apenas um livro propõe atividades que potencializam o uso desses recursos tecnológicos.

Palavras chave: Geometria Analítica. Equação da Circunferência. Livro Didático.

1 Introdução

Os conceitos da Geometria Analítica (G.A.) estão presentes em várias áreas das ciências tais como: medicina, engenharias, astronomia, tecnologia (por exemplo, *Global Positioning System* (GPS) e radares de aeroportos e aviões). Assim, a aquisição desses conceitos por estudantes da Educação Básica torna-se imprescindível. As contribuições dos elementos de Euclides para a Geometria foram muito importantes para os avanços deste estudo, pois, a partir de seus instrumentos com apenas uma régua e um compasso pode-se construir formas intrincadas com essas ferramentas. Em relação a circunferência, seus estudos foram aprofundados com as idéias de Fermat e Descartes, quando a partir de uma circunferência qualquer se buscou sua equação e assim, interligando a geometria e a álgebra.

No entanto, dados de avaliações de larga escala, por exemplo, Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo- SARESP, indicam que os estudantes apresentam várias dificuldades ao resolverem atividades envolvendo conceitos de G.A.. Por exemplo, em uma atividade que solicitava a identificação da equação de uma circunferência de centro na origem, desenhada no plano cartesiano, somente 22,2% dos estudantes e apenas 13,3% identificaram a equação de uma circunferência dadas as coordenadas cartesianas dos pontos que são as extremidades de um diâmetro (SÃO PAULO, 2011).

Dessa forma, evidencia-se que alguns estudantes não relacionam os conceitos já estudados em anos anteriores, por exemplo, para determinar a equação de uma circunferência, conhecidos centro e raio, basta utilizar o Teorema de Pitágoras. A capacidade de estabelecer conexões entre conceitos matemáticos é essencial, pois um conceito nunca é isolado, mas possui relações com outros, das mais simples as mais complexas.

Para verificar como as relações entre os conceitos matemáticos, em especial, os relacionados a G.A. estão sendo propostas na prática pedagógica pode-se recorrer à análise de livros didáticos. Isto porque o livro didático é um dos recursos mais utilizado por professores na elaboração dos planejamentos. Neste sentido, o grupo de pesquisa matE² (Educação e Educação Matemática cujo objetivo é problematizar dimensões subjacentes às temáticas currículo, trabalho docente, políticas públicas, gestão educacional e "formação" de professores) tem dedicado seus estudos a análise de livros didáticos com o intuito de auxiliar professores, especialmente, da Educação Básica, que participam desse grupo e das atividades do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência -PIBID, a elaborarem critérios para realização dessa análise, principalmente, para os conteúdos específicos, bem como, chamar atenção para possíveis lacunas, diferentes encaminhamentos, entre outros.

Neste artigo, apresenta-se a análise de três coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio utilizados pelos professores participantes do grupo de pesquisa com o

intuito de investigar em quais espaços-tempo a equação da circunferência é apresentada, bem como, quais transformações cognitivas são propostas, quais contextos são escolhidos na elaboração das atividades e se softwares são utilizados, caso sim, de que forma.

2 Geometria Analítica e Registros de Representação Semiótica: o estudo da equação da Circunferência

As ideias da G.A. foram compiladas por René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat (1601?-1665) no século XVII com a criação de um sistema de coordenadas e o estabelecimento da correspondência entre os pontos do plano e os pares ordenados de números reais, proporcionando uma relação entre curvas do plano e equações com duas variáveis de modo que cada curva do plano está ligada a uma equação bem definida. Sendo assim, a investigação geométrica pode ser garantida por meio da investigação algébrica correspondente (EVES, 2011). Em outras palavras, a G.A. permite a relação entre a geometria e a álgebra.

Conforme já afirmamos os conceitos da G.A. são ferramentas para a resolução de problemas oriundos de diversas áreas do conhecimento e desenvolvimento do pensamento matemático, em particular, o pensamento geométrico. Em relação a este pensamento, segundo o Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio (BRASIL, 2014, p.11), o seu desenvolvimento pode caracterizar-se

[...] a partir da construção de representações mentais que possibilitam, por exemplo, reconhecer características de figuras geométricas [...], interpretar relações entre objetos no espaço e estimar áreas e volumes sem medição direta; antecipar resultados de transformações de figuras planas e objetos espaciais [...]; produzir e interpretar representações planas de objetos espaciais, plantas baixas de construções, mapas de diversos tipos, ou maquetes.

Esta visão geométrico-espacial possibilita que os estudantes relacionem os espaços tridimensional e bidimensional, por meio da relação entre objetos e movimentos no espaço físico. Estas relações podem ser estabelecidas por meio dos conceitos da G.A.

As propostas curriculares, por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+) (BRASIL, 2002, p.124) indicam que o trabalho com a G.A. “pode ser centrado em estabelecer a correspondência entre as funções polinomiais e seus gráficos e a resolução de problemas que exigem o estudo da posição relativa de pontos, retas, circunferências e parábolas”. Sugere, também, conteúdos e habilidades para o estudo da G.A., dentre elas: interpretar e resolver problemas geométricos; “associar situações e problemas geométricos as suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa”

(BRASIL, 2002, p. 125). Entretanto, dados empíricos revelam que, geralmente, esse tema é abordado, somente, no 3º ano do Ensino Médio sem estabelecer relações com o conceito de função.

As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM) (BRASIL, 2006) apontam que para ocorrer uma articulação significativa entre objetos geométricos e algébricos, por parte do estudante, o docente precisa abordar as duas vias: “o entendimento de figuras geométricas, via equações, e o entendimento de equações, via figuras geométricas” (p. 77). Porém, a compreensão do significado de uma equação e do seu conjunto solução, exige um trabalho específico para que, em seguida, seja iniciado o estudo das equações da reta e da circunferência. É importante salientar que, tanto nos PCN+ quanto nas OCNEM não identifica-se sugestões para o trabalho com a equação da circunferência antes do estudo da equação da reta. Destaca-se este aspecto, pois iniciar o estudo dos conceitos da G.A. por meio equação da circunferência traz maiores contribuições para o estudante, uma vez que permite a articulação com o teorema de Pitágoras, já estudado no Ensino Fundamental.

O documento orientador acerca de uma política curricular para a Educação Básica¹, Base Nacional Comum Curricular (BNCC), evidencia que o estudo dos conceitos da G.A. potencializa a articulação entre Álgebra, Geometria e Funções. Sublinha, também, a aplicação desses conceitos na “modelagem de fenômenos na ciência [...] ou na confecção de artefatos tecnológicos” (BRASIL, 2014, p. 111). Para tanto, é preciso a realização de um trabalho investigativo, envolvendo articulação entre os conceitos matemáticos. Por exemplo, no estudo da equação da circunferência o docente pode propor aos estudantes um trabalho investigativo que requer a releitura de obras de artes (nas quais esta equação é evidenciada) ou um trabalho relacionado ao dimensionamento para a colocação de irrigadores em plantações, entre outros.

Estas orientações destacam a necessidade de explorar, no estudo dos conceitos da G.A., as várias representações matemáticas e suas transformações. Uma das teorias que trata da variedade de representações matemáticas é a dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida pelo psicólogo francês Raymound Duval. Nesta teoria, o autor defende que as dificuldades de aprendizagem encontradas por estudantes, na compreensão da Matemática, não estão relacionadas aos conceitos, mas sim a variedade de representações semióticas utilizadas e a necessidade de coordenar essas várias representações (DUVAL, 2003).

De acordo com Duval (2011), os diferentes tipos de registros semióticos utilizados em Matemática são: Registros Discursivos que consistem em uma linearidade fundamentada na

¹ Denominado “Por uma política curricular para a educação básica: contribuição ao debate da base nacional comum a partir do direito à aprendizagem e ao desenvolvimento”.

sucessão, que abrange as línguas (designação de objetos, enunciação e raciocínio), as representações auxiliares transitórias e as escritas simbólicas; por exemplo, tabelas; e Registros Não Discursivos que compreendem o entendimento concomitante de uma organização bidimensional, que contém produção a mão livre, conservação interna das relações topológicas características das partes do objeto (ICÔNICA), configuração geométrica (construção instrumental, divisão e reconfiguração mereológicas², desconstrução dimensional das formas) e gráficos cartesianos (operação de zoom, interpolação, mudança de eixos).

No que tange as transformações cognitivas, tem-se: os tratamentos que são mudanças de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo, transformar a equação reduzida da circunferência na equação geral por meio do tratamento algébrico; e, as conversões que são transformações de representações as quais consistem na mudança de registro, conservando os mesmos objetos denotados, por exemplo, passar a escrita algébrica da equação da circunferência à sua representação gráfica e vice-versa. Duval (2012) defende que a mobilização de vários registros de representação semiótica contribui, principalmente, para uma apreensão conceitual de objetos, sendo necessário que este seja reconhecido em suas diferentes representações e não confundido com ela.

Para explorar o sentido geométrico dos parâmetros da equação da circunferência, de modo que os estudantes atribuam sentidos e não apenas decorem regras, é importante a utilização de softwares de Matemática Dinâmica, por exemplo, o GeoGebra. O uso de softwares desta natureza possibilita, conforme sublinha Gravina (1996), a oportunidade do estudante construir o conceito matemático por meio de um processo interativo, realizado a partir das etapas: experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas, argumentar e deduzir. Além disso, potencializa a visualização das diferentes representações matemáticas de um mesmo objeto, simultaneamente.

No que se refere a visualização, Duval (2011, p.86) reconhece que:

As figuras geométricas se distinguem de todas as outras representações visuais pelo fato de que existem sempre várias maneiras de reconhecer as formas ou as unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer umas exclui a possibilidade de reconhecer outras.

Para tanto, é necessário olhar de forma diferenciada as figuras geométricas, ou seja, identificar a dimensão das unidades figurais. Assim, ver geometricamente uma figura

² A divisão mereológica é definida por Duval (2011) como a “[...] divisão do todo em partes justapostas ou sobrepostas é realizada para reconstruir com as partes obtidas, uma figura visualmente muito diferente da figura de partida, denominando-a de reconfiguração. Sendo este um tratamento que consiste na partição de uma figura em subfiguras. Em comparação, realiza-se com as mesmas uma eventual remontagem constituindo-se outra figura de contorno global diferente” (ASSUMPÇÃO, 2015, p.52).

significa “operar uma desconstrução dimensional das formas que reconhecemos imediatamente em outras formas que não enxergamos à primeira vista, e isso sem que nada mude na figura fixada no monitor ou construída papel” (DUVAL, 2011, p. 87). Esta desconstrução dimensional das formas é essencial na conversão do registro geométrico para o algébrico, uma das capacidades exigidas pela G.A.

Nesta perspectiva, entende-se que a equação da circunferência pode e deve ser deduzida e não simplesmente apresentada aos estudantes, para que se torne significativa, principalmente, quanto ao sentido geométrico de seus parâmetros. Além disso, Borba e Penteado (2010) evidenciam que a utilização de recursos tecnológicos nos ambientes de ensino de Matemática faz com que os estudantes construam seus modos de pensar e adquiram conhecimento que são típicos do ambiente informático e, desse modo, são adequados à aprendizagem de conteúdos e/ou à compreensão de conceitos matemáticos.

A ideia supracitada converge com os pressupostos das representações semióticas uma vez que, segundo Duval (2003), o conhecimento matemático é adquirido quando o estudante consegue organizar as relações entre as variáveis envolvidas, assim como a completa apreensão de qualquer dessas organizações a partir da visualização.

Diante desses entendimentos a cerca do ensino e aprendizagem da G.A., mais especificamente da equação da circunferência, abordaremos no item a seguir de que forma foram analisados os livros didáticos.

3 Escolhas teórico-metodológicas

Para esta investigação as escolhas teórico-metodológicas fundamentam-se na pesquisa qualitativa. Optou-se para investigar o objeto a partir dos pressupostos da análise documental. Segundo FIORENTINI (2007, p.103):

[...] o exame de documento pode ser uma técnica útil de investigação se o pesquisador conseguir construir categorias de análise, constituídas pelos itens principais, mais frequentes e diferentes que surgem nos dados. As categorias, no entanto, devem refletir os propósitos da pesquisa.

Para analisar as fontes foram elaborados os seguintes procedimentos: a) mapear as coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio escolhidas por escolas estaduais de um município da fronteira oeste do Rio Grande do Sul; b) definidas as coleções, analisar parcialmente as coleções, principalmente, sobre as características gerais das obras descritas pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD (BRASIL, 2011); c) em seguida, elencar os critérios de análise.

No município, em que a pesquisa foi desenvolvida, há três escolas que possuem Ensino Médio. Em visita a elas verificou-se que utilizam livros didáticos diferentes, havendo três coleções distintas a serem analisadas. Sendo que, analisamos, somente, o volume correspondente ao 3º ano (denominado volume 3) de cada uma, pois os conceitos relacionados a G.A. estão, em sua maioria, presentes nele, e os denominamos de L1, L2 e L3. Isso porque nossa pesquisa não tem por objetivo comparar as obras, e sim analisar as tendências apresentadas pelos autores das coleções. Considerando as referências teóricas, no quadro 1 estão expostos os critérios que foram utilizados na análise dos dados.

Quadro 1: Critérios de análise

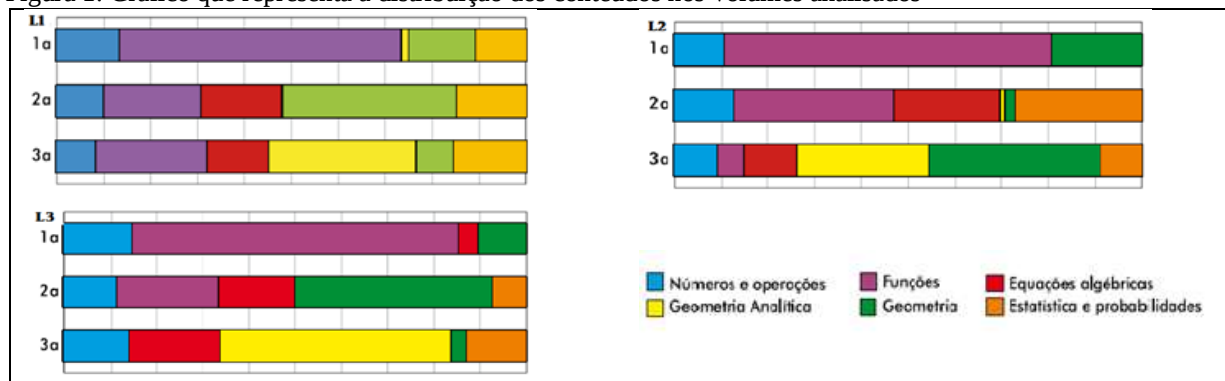
Critérios	Descrição
Espaço-tempo da Equação da Circunferência no Volume 3 e suas relações com outros conceitos	Localização do estudo da equação da circunferência no volume 3 e no capítulo de G.A. Identificação das relações estabelecidas entre a equação da circunferência e a distância entre dois pontos.
Contextualização	Utilização de diferentes contextos (cotidiano(C), outras áreas do conhecimento (OAC) e própria matemática (PM)) nas atividades.
Transformações Cognitivas	Identificação das atividades de tratamento e conversão.
Softwares	Utilização de softwares de Matemática Dinâmica no estudo da equação da circunferência.

A seguir é apresentada a análise das coleções de livros didáticos.

4 Análise das Coleções de Livros Didáticos do Ensino Médio

Antes de realizar a análise do capítulo/unidade da “Equação da Circunferência” dos volumes selecionados, optou-se por verificar como são abordados e distribuídos os conteúdos das 3 coleções, conforme dados do PNLD/2012 (BRASIL, 2011).

Figura 1: Gráfico que representa a distribuição dos conteúdos nos volumes analisados



Fonte: Adaptado do PNLD/2012 (BRASIL, 2011)

A figura 1 indica que as coleções abordam os conceitos da G.A. somente no volume do 3º ano, o que pode limitar as relações existentes entre os conceitos de G.A. e outros conceitos já estudados, por exemplo, funções. Também, verificou-se como são propostas as atividades para a aprendizagem dos conceitos matemáticos nas 3 coleções de livros didáticos, descritas no quadro 2.

Quadro 2: Caracterização dos exercícios propostos nas obras analisadas

AS ATIVIDADES	L1	L2	L3
Exercícios na abertura de capítulos para levantar conhecimentos prévios ou motivar o estudo.			
Exercícios para apresentar novos conteúdos, entremeados a listas de exercícios propostos.			
Exercícios inovadores e desafiadores.			
Exercícios envolvendo questões da sociedade moderna, bem contextualizados e desafiadores.			
Exercícios que incentivam o uso de diferentes estratégias de resolução.			
Exercícios que valorizam a verificação de processos e validação de respostas.			
Atividades que estimulam a interação dos alunos e o trabalho em grupo.			
Exercícios de revisão de tópicos de diversos capítulos ou unidades que, portanto, exigem a escolha de conteúdo e estratégia.			
Exercícios de aplicação, análogos aos exemplos usados na apresentação do conteúdo.			
Exercícios entremeados aos tópicos que subdividem a apresentação dos conteúdos.			
Exercícios de treino de procedimentos e simples aplicações de fórmulas.			
Exercícios de vestibulares, concursos e ENEM.			

Legenda: Excesso Sempre Às vezes Raro Não observado

Fonte: Adaptado de Brasil (2011).

Pode-se constatar (Quadro 2) que L1 apresenta “sempre” atividades contextualizadas e desafiadoras, valoriza: os conhecimentos prévios; a mobilização de diferentes estratégias; a relação entre os conteúdos; o trabalho em grupo e fazer Matemática, atendendo todos os itens que devem caracterizar os exercícios conforme o PNLD/2012.

L2, apresenta “sempre” atividades contextualizadas e desafiadoras, destaca: os conhecimentos prévios; o trabalho em grupo; exercícios que envolvem os diferentes tópicos e mecanização dos processos. Neste livro à excesso de exercícios oriundos de vestibulares, concursos e ENEM, sendo raros exercícios que incentivem o uso de diferentes estratégias de resolução. Na categoria “às vezes”, os exercícios apresentam novos conteúdos, relacionados a listas de exercícios propostos, sendo eles, inovadores e desafiadores, que valorizam a verificação de processos e validação de respostas e de aplicação e análogos aos exemplos usados na apresentação do conteúdo.

Já L3, apresenta “sempre” atividades contextualizadas e desafiadoras. Constata-se uma contradição, pois no próprio documento há a afirmação que a coleção raramente apresenta exercícios inovadores e desafiadores, que possibilitam diferentes estratégias de resolução e

trabalho em grupo e não observa-se exercícios para apresentar novos conteúdos, relacionados a listas de exercícios propostos que valorizam a verificação de processos e validação de respostas e de revisão de tópicos de diversos capítulos ou unidades que, portanto, exigem a escolha de conteúdo e estratégia.

Acreditamos que dentre os três livros analisados, o L1 apresenta exercícios mais articulados e que satisfazem todos os itens apontados no PNLD como importantes e que contribuem para o ensino-aprendizagem dos estudantes.

Após constatar as avaliações apresentadas no PNLD/2012, organizou-se o quadro 3, destacando o número de páginas (somente do volume 3) dedicadas ao estudo da G.A. e a equação da circunferência de cada coleção.

Quadro 3: Indicadores dos Livros Didáticos

	L1	L2	L3
Nº de páginas do volume 3	352	376	200
Nº de capítulos do volume 3	12	9	9
Nº de páginas sobre G.A no volume 3	108	107	95
Nº de páginas sobre o estudo da circunferência no volume 3	33	25	14

Os dados do quadro 3 indicam que as páginas de L1 dedicadas ao estudo dos conceitos relacionados a G.A. correspondem a 30,68% do total dos conceitos/conteúdos abordados neste livro. Analisando os índices dos demais conceitos/conteúdos abordados, verifica-se que essa porcentagem representa a maioria. No que tange ao estudo da circunferência, constatou-se que em relação ao capítulo de G.A. as páginas dedicadas representam 30,55% desse capítulo, sendo superada apenas pelo estudo da reta.

L2 apresenta 28,46% das páginas dedicadas ao estudo dos conceitos relacionados a G.A. do total dos conceitos/conteúdos abordados nesse livro. Analisando os índices dos demais conceitos/conteúdos abordados, verifica-se que essa porcentagem não representa a maioria. No que tange ao estudo da circunferência, constatou-se que em relação ao capítulo de G.A. as páginas dedicadas representam 23,36% desse capítulo, sendo superado por todos os outros capítulos.

Em L3, as páginas dedicadas ao estudo dos conceitos relacionados a G.A. representam 47,5% do total dos conceitos/conteúdos abordados nesse livro. Analisando os índices dos demais conceitos/conteúdos abordados, verifica-se que essa porcentagem representa a maioria. Quanto ao estudo da circunferência, constatou-se que 14,74% em relação ao capítulo de G.A. são páginas dedicadas a esse capítulo, sendo superado pelos capítulos relacionados a equação da reta e por outro que aborda sobre elipse, hipérbole e parábola.

As primeiras ideias apresentadas no capítulo de G.A. (estudo analítico do ponto, estudo analítico da reta), em L1, não exploram nenhuma atividade envolvendo a equação da circunferência. Assim, o espaço-tempo dedicado ao estudo da circunferência restringe-se a um capítulo. em L1 parte-se da definição de circunferência para expor a equação reduzida da circunferência e na sequência é apresentada a equação geral, citando que as duas equações são iguais, sem abordar o método de completar quadrados.

O manual do professor não apresenta nenhuma sugestão de como se pode abordar/apresentar o estudo da circunferência, descrevendo, apenas, cada um dos itens apresentados na unidade e citando o que se espera que os estudantes desenvolvam a partir do estudo.

Na unidade 4 de L1, *Estudo analítico da circunferência*, há no total 12 exercícios resolvidos e 52 exercícios propostos, dentre estes há 1 exercício de cunho pessoal³. Os exercícios estão distribuídos em 7 conteúdos⁴ (elencados no quadro 4), geralmente, com poucas relações entre os conceitos tratados nestes itens. Por exemplo, não há relação entre os itens “Posição relativa de um ponto e uma circunferência” e “Posição relativa entre reta e circunferência”, os quais podem ser relacionados a partir da relação: dados dois pontos verificar a reta e a circunferência que contém ambos ao mesmo tempo.

Os dados relacionados as transformações cognitivas e a contextualização, propostas em L1, foram organizados no quadro 4.

Quadro 4: Exercícios analisados em L1

Exercícios	Transformações Cognitivas	Contexto		
		C ⁵	PM ⁶	OAC ₇
<i>Equação da circunferência</i>	Tratamento	0	11	0
	Conversão	0	6	1
<i>Posições relativas entre um ponto e uma circunferência</i>	Tratamento	0	3	0
	Conversão	0	6	0
<i>Posições relativas entre reta e circunferência</i>	Tratamento	0	6	0
	Conversão	0	5	0
<i>Posição relativa entre duas circunferências</i>	Tratamento	0	7	0
	Conversão	0	0	0
<i>Reconhecimento da equação de uma circunferência</i>	Tratamento	0	3	0
	Conversão	0	0	0
<i>Tangência entre reta e circunferência</i>	Tratamento	0	11	0
	Conversão	0	3	1
Total		0	61	2

³ Não contabilizados no Quadro 4.

⁴ Para tratar desses conteúdos L1 apresenta itens como: *Ler para resolver*; *Invente você*; *No computador*; *Na Calculadora*.

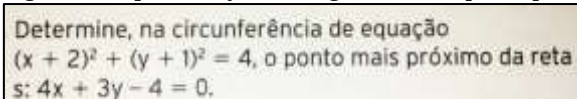
⁵ Cotidiano

⁶ Própria matemática

⁷ Outra área do conhecimento

Com o auxílio do quadro 4 pode-se afirmar que, a maioria dos tratamentos matemáticos expostos nos exercícios é algébrico, sendo 92,6% do total. As conversões exigidas nos exercícios, em sua maioria, são da representação da língua natural para representação numérica, referente a 41,9% do total. Vale destacar que a representação da língua natural é utilizada, geralmente, para enunciar o exercício, isto é, não é preciso identificar as variáveis visuais pertinentes nessa representação (conforme figura 2).

Figura 2: Representação da língua natural apenas pra enunciar o exercício



Determine, na circunferência de equação $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$, o ponto mais próximo da reta $s: 4x + 3y - 4 = 0$.

Fonte: Livro L1

Os dados do quadro 4 revelam que há ênfase para o contexto “própria matemática” (96,8% das atividades). No que tange as transformações cognitivas constata-se que a ênfase é dada aos tratamentos matemáticos (algébricos), contidos no contexto mais enfatizado, “própria matemática”, alcançando um percentual de 65,6%.

Os exercícios categorizados como OAC referem-se a postos policiais localizados em um mapa apresentado para o estudante, trazendo na sequência questionamentos relacionados a equação da circunferência. Para resolvê-los o estudante precisa realizar a conversão da língua natural para algébrica, tendo como intermediária a representação figural. Outro exercício classificado nesse critério refere-se a uma pista de atletismo, na qual foi dado o centro de duas circunferências, seus pontos de tangência e uma equação da reta que passa por dois pontos, solicitando aos estudantes que determinem o comprimento total da pista. Para tal, é necessário realizar a conversão da língua natural para a numérica, podendo mobilizar como representações intermediárias as representações figural e algébrica.

Em L2 as primeiras ideias apresentadas no capítulo de G.A. (ponto e reta) não exploram nenhuma atividade envolvendo a equação da circunferência. Analisando-o, percebe-se que o autor apresenta um mapeamento do conteúdo que será abordado no capítulo 6 (circunferência) e expõe objetivos específicos que nortearão o desenvolvimento do conteúdo. A assessoria pedagógica apresenta um texto explicando ao professor porque o tema irrigação de lavouras foi escolhido como problemática para introduzir o conceito de circunferência. Apresenta, também, exercícios resolvidos do capítulo e propõe como proceder à explicação dos mesmos. Ainda, na assessoria pedagógica é apresentado um item sobre símbolos, fórmulas e definições, que aborda a equação reduzida do círculo e a equação geral.

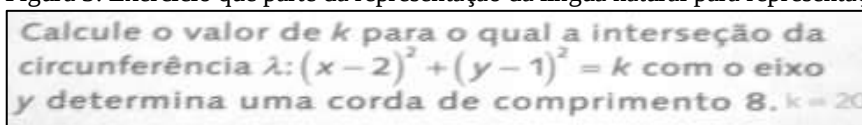
No capítulo 6, *A circunferência*, há 16 exercícios resolvidos e 61 exercícios propostos, dentre esses há 5 exercícios de cunho pessoal⁸. Os exercícios estão distribuídos em 5 conteúdos⁹. Estes itens e exercícios foram analisados, conforme sua distribuição dentro do capítulo/unidade (Quadro 5).

Quadro 5: Exercícios analisados do L2

Exercícios	Transformações Cognitivas	Contexto		
		C	PM	OAC
<i>Equação da circunferência</i>	Tratamento	0	9	0
	Conversão	0	8	1
<i>Posições relativas entre ponto e circunferência</i>	Tratamento	0	8	0
	Conversão	0	7	0
<i>Posições relativas entre reta e circunferência</i>	Tratamento	0	13	0
	Conversão	0	13	0
<i>Posição relativa entre duas circunferências</i>	Tratamento	0	11	0
	Conversão	0	2	0
Total		0	71	1

A maioria dos tratamentos matemáticos exigidos nos exercícios analisados no quadro 5 é algébrico, sendo 73,1% do total, e as conversões, em sua maioria, são da representação da língua natural para representação numérica, referente a 64,5% do total (conforme figura 3).

Figura 3: Exercício que parte da representação da língua natural para representação numérica



Fonte: Livro L2

Assim como em L1, a representação de partida da maioria dos exercícios é a língua natural, mas utilizada apenas para enunciar o exercício e há ênfase para o contexto “própria matemática” em um percentual de 93,3%. No que tange as transformações cognitivas constata-se que a ênfase é dada para as conversões expressas no contexto mais enfatizado, “própria matemática”, alcançando um percentual de 66,6%. O exercício considerado como de outra área do conhecimento apresenta um texto sobre a *Era nuclear*, mas o problema a ser resolvido recai no contexto da “própria matemática”.

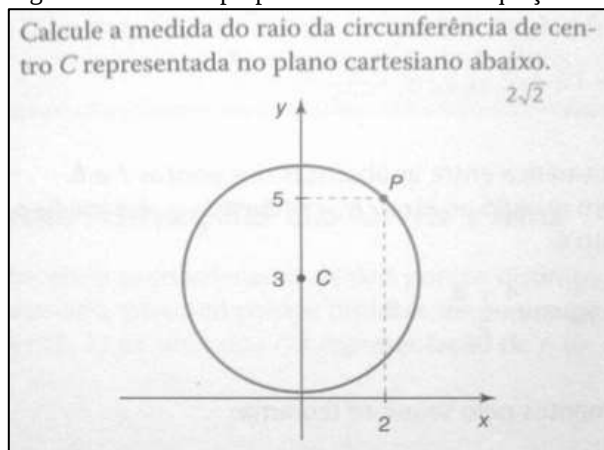
O capítulo de G.A. (ponto e reta; forma da equação da reta, paralelismo e perpendicularidade; complementos sobre o estudo da reta) de L3 explora, em 1 dos exercícios

⁸ Não contabilizados no Quadro 5.

⁹ Para tratar esses conceitos apresentam as seguintes seções: *Conversando*; *Saiba mais*; *Conectando ideias e Prepare-se*.

propostos, a equação da circunferência, no item *distância entre dois pontos* (conforme figura 4).

Figura 4: Exercício proposto relacionado a equação da circunferência



Fonte: Livro L3

Ao tratar da posição relativa entre reta e circunferência, o autor sugere a utilização da fórmula distância entre ponto e reta. No entanto, geralmente os professores não deduzem essa fórmula, logo, o estudante apenas decora. Mas, esses conceitos de G.A. podem ser abordados a partir da retomada do conteúdo de sistemas lineares. Este livro no capítulo 5, *Equações da circunferência*, possui no total 14 exercícios resolvidos e 29 exercícios propostos distribuídos em 4 conteúdos¹⁰ (expostos no quadro 6). Os exercícios foram analisados, conforme sua distribuição dentro do capítulo/unidade (Quadro 6).

Quadro 6: Exercícios analisados do L3

Exercícios	Transformações Cognitivas	Contexto		
		C	PM	OAC
<i>Equação reduzida de uma circunferência</i>	Tratamento	0	6	0
	Conversão	0	9	1
<i>Equação geral (ou normal) de uma circunferência</i>	Tratamento	0	7	0
	Conversão	0	4	0
<i>Posições relativas entre um ponto e uma circunferência</i>	Tratamento	0	2	0
	Conversão	0	2	0
<i>Posições relativas entre uma reta e uma circunferência</i>	Tratamento	0	9	0
	Conversão	0	3	0
Total		0	42	1

A maioria dos tratamentos matemáticos requeridos nos exercícios analisados no quadro 4 é algébrico, sendo 83,3% do total, e as conversões exigidas nos exercícios, em sua

¹⁰ O L3 apresenta também itens como: *Roteiro de trabalho*, propõe atividades no qual os estudantes trabalhem em grupo; *Matemática sem fronteiras*, propõe um problema sobre o custo da produção de uma fábrica, no qual o estudante mobiliza somente o tratamento algébrico para responder as atividades e *Exercícios complementares*.

maioria, são da representação da língua natural para representação numérica, referente a 52,6% do total. É importante destacar que, assim como nos demais livros, a representação de partida é a língua natural, mas apenas para enunciar o exercício.

Pode-se perceber que há ênfase para o contexto “própria matemática” em um percentual de 88,6%. Quanto as transformações cognitivas, constata-se que a ênfase é dada para as conversões contidas no contexto mais enfatizado, “própria matemática”, alcançando um percentual de 77,3%. O exercício categorizado como OAC refere-se ao movimento de uma ponte levadiça, em seu enunciado apresenta a equação da circunferência que representa metade da ponte que se movimenta em um ângulo de 60° e pede que seja calculada a altura máxima que o extremo da metade da ponte pode atingir, para tanto o estudante precisa realizar uma conversão da língua natural para a numérica, tendo com intermediária a representação algébrica.

Apenas uma das coleções analisadas, L2, no capítulo/unidade relacionado ao estudo da circunferência é apresentada uma sugestão sobre o *software Winplot* como ferramenta de estudo, trazendo 2 situações-problema envolvendo o programa e explorando as representações geométricas. Entende-se que a falta de proposta para a utilização de softwares pode prejudicar a aprendizagem dos estudantes porque estes recursos potencializam o trabalho com as várias representações matemáticas.

5 Considerações Finais

Verificou-se que o capítulo relacionado a equação da circunferência dos livros didáticos analisados não contempla a maioria dos aspectos apresentados pelo PNLD/2012, expostos no quadro 2.

A análise dos dados permitiu concluir que o espaço-tempo dedicado ao estudo da circunferência restringe-se a uma unidade no capítulo de G.A., assim, não há conexões com os demais conceitos/conteúdos desse campo, por exemplo, distância entre dois pontos e estudo das cônicas.

Em relação aos exercícios, tanto resolvidos quanto propostos, constatou-se um alto percentual para o contexto “própria matemática”. No que tange as transformações apresentadas nos exercícios, as conversões da língua natural para a representação algébrica e numérica foram as mais propostas.

Quanto a utilização de softwares, verificou-se que apenas um livro propõe atividades que potencializam o uso destes recursos tecnológicos. Considerando os limites deste artigo,

estamos organizando outros trabalhos sobre o estudo da equação da circunferência propostos em livros didáticos, em especial, no que tange a sua relação com o cone.

6 Referências

ASSUMPÇÃO, P. G. S. **Perímetro e área de polígonos: abordagem através de um ambiente dinâmico sob o olhar das representações semióticas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física). Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria – RS, 2015.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4 ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2010.

BRASIL. **Guia de livros Didáticos: PNLD 2012: Matemática/Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.**

_____. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Secretaria da Educação Básica: Brasília, 2006.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2015.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Secretaria da Educação: Brasília, 2002.

DUVAL, R. **Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em Matemática registros de representação semiótica*. São Paulo: Papirus, 2003.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática** / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria**. IN: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, 1996.

RIO GRANDE DO SUL. **Referencial Curricular do Rio Grande do Sul**. Matemática. RS, 2010.

SÃO PAULO, **Relatório Pedagógico- SARESP- Matemática**. São Paulo: Fundação Vunesp, 2011.