

ESTUDO DE SEQUÊNCIA APRESENTADO EM ATIVIDADES DE UM LIVRO DIDÁTICO¹

Alessandra Lucero Silva

*Universidade Federal do Pampa- Unipampa/Campus Itaqui
alessandralucero@hotmail.com*

Maria Arlita da Silveira Soares

*Universidade Federal do Pampa- Unipampa/Campus Itaqui
arlitasoares@gmail.com*

Cátia Maria Nehring

*Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
catia@unijui.edu.br*

Resumo:

Esta pesquisa tem por objetivo analisar a proposição do estudo das sequências a partir de um Livro Didático, aprovado pelo PNLD/2015. Para tanto, buscamos fundamentação teórica nas ideias de Ponte, Walle e nas Orientações Curriculares. Adotamos os pressupostos da pesquisa qualitativa, tendo como fonte de produção de dados o volume 1 de uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio, escolhido por professores da Educação Básica que participam do grupo de pesquisa matE². A análise dos dados permitiu concluir que o Livro Didático analisado limita-se ao estudo do conceito de Progressões em detrimento as Sequências e há ênfase na representação numérica da sequência em detrimento a representação figural e gráfica. As sequências exigem principalmente a conversão entre registros algébricos e numéricos e consequentemente aborda principalmente a dimensão algébrica funcional restringindo o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico; Padrão; Sequência; Livro Didático.

1. Introdução

O desenvolvimento do pensamento algébrico tem sido um tema amplamente problematizado na Educação Matemática, pois possibilita a interpretação e a resolução de problemas referentes à própria matemática ou a outros campos da ciência (PONTE, 2009). Este pensamento revela-se quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas por meio de linguagens cada vez mais formais e estas generalizações podem ocorrer em qualquer conceito matemático trabalhado desde os primeiros anos de escolaridade (KAPUT apud PONTE, 2009).

¹ Destaca-se, também, que o presente artigo vincula-se ao grupo de pesquisa matE²- Educação e Educação Matemática/CNPq e ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), sendo a produção de sua escrita elaborada mediante questionamentos, pesquisas e estudos realizados no PIBID/subprojeto Matemática e no grupo de pesquisa.

Pesquisadores e documentos curriculares (ONUCHIC; 2009; PONTE, 2009) sugerem para potencializar o desenvolvimento do pensamento algébrico o estudo de padrões. Conforme Devlin (apud VALE et al., 2007):

Foi só nos últimos vinte anos, mais ou menos, que surgiu a definição de matemática que é hoje consensual entre a maioria dos matemáticos: a matemática é a ciência dos padrões. O que o matemático faz é examinar “padrões” abstractos – padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc. Estes padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Podem surgir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das actividades mais ocultas da mente humana.

A Matemática, como ciência de objetos abstratos, baseia-se em demonstrações, provas, lógica, sistematizações, princípios e argumentos, garantindo, assim, um dos seus principais aspectos: os padrões. O mundo está cheio de padrão e ordem, seja na natureza, na ciência, na música (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009). É difícil encontrar uma área da matemática que não envolva, de algum modo, processos de generalização e formalização. De fato, estes processos estão no “coração” da matemática como a ciência de padrão e ordem (WALLE, 2009).

Orton (1999 apud VALE et al., 2008), em uma pesquisa, referente à análise das orientações curriculares de Portugal, afirma que os padrões podem permitir a construção de uma imagem mais positiva da Matemática; o estabelecimento de relações com a matemática e o mundo; a capacidade de seleção e ordenação de informações; conexões entre os diferentes temas, sejam da Matemática ou de outro ramo proporcionando contextos interessantes de aprendizagem.

Vale et al. (2008), destacam a natureza multifacetada do conceito de padrão e a dificuldade de caracterizá-lo, portanto, utilizam não somente o termo padrão, mas outros que podem estar associados a ele nas atividades propostas por professores, por exemplo: regularidade, sequência, sucessão, repetição, lei de formação, regra, ordem, generalização, fórmula, variável, invariante, configuração, disposição, ritmo, motivo, friso, pavimentação.

Vale destacar que para realizar esta pesquisa analisamos um tipo especial de padrão, ou seja, as sequências. Segundo Van de Walle (2009), as sequências são padrões crescentes, ou seja, envolvem uma progressão a cada passo. A partir destes padrões os estudantes podem ir além de simplesmente expandir as sequências, podem procurar

generalizações², ou seja, a lei de formação da sequência que pode ser abordada como função.

No que tange ao ensino de sequências os PCN+ mencionam que:

[...] é preciso garantir uma abordagem conectada à idéia de função, na qual as relações com diferentes funções possam ser analisadas. [...] Essas idéias foram e são essenciais para o desenvolvimento da ciência, especialmente porque permitem explorar regularidades. O ensino desta unidade deve se ater à lei de formação dessas seqüências e a mostrar aos alunos quais propriedades decorrem delas. Associar às seqüências seus gráficos e relacionar os conceitos de seqüência crescente ou decrescente aos correspondentes gráficos permite ao aluno compreender melhor as idéias envolvidas, ao mesmo tempo que dá a ele a possibilidade de acompanhar o comportamento de uma seqüência sem precisar decorar informações. (BRASIL, 2002, p.121)

De acordo com Silva e Pires (2013), o conteúdo funções também pode ser explorado a partir do estudo de padrões, pois uma função relaciona dois conjuntos que seguem uma lei de formação e esta lei estabelece diferentes padrões que constituem um importante objeto de estudo. Os pesquisadores afirmam que explorar sequências somente a partir de Progressões limita o estudo a apenas duas regras de formação de sequências (razão adicionada e razão multiplicada), ou seja, limita a dois casos, Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG), respectivamente. É importante ressaltar que, as Progressões possibilitam a abordagem a partir de padrões matemáticos, embora não possibilite a análise de padrões dentro de padrões.

Acreditamos que o estudo de sequências pode e deve explorar as várias representações semióticas, a saber: gráfica, algébrica (lei de formação), tabular e pictórica (figural), entre outras. É importante esclarecer que a conversão entre os diferentes registros nos quais as sequências são representadas deve ser explorada. Para embasar nossa hipótese, buscamos fundamentação teórica na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida pelo francês Raymond Duval (2003). Para ele, a coordenação e a conversão das diferentes representações semióticas favorecem o desenvolvimento do pensamento matemático.

A conversão refere-se a mudança de registro, ou seja, uma mudança externa, e é importante, pois cada registro, sistema semiótico, revela um aspecto do conceito estudado, além disso, cada registro apresenta suas peculiaridades. Assim, as representações são parciais em relação ao que ela representa. Já o tratamento, ou operações dos registros, pode

² No entendimento de Herbert e Brown (2000 apud FARIA, MALTEMPI, 2012) há três fases na investigação de um padrão. A 1ª fase é a *procura do padrão*, ou seja, procurar a unidade que se repete ou a relação de dependência de termos com seu respectivo termo anterior. A 2ª fase refere-se ao *reconhecimento do padrão* por meio de diferentes representações matemáticas, por exemplo, registrar os diferentes níveis na representação tabular. Em relação a 3ª etapa, esta é atingida quando é feita a *generalização dos padrões*.

ser caracterizado como uma mudança interna a partir de cada registro semiótico. Considerando um padrão quadrático, por exemplo, o tratamento de seu registro algébrico refere-se as suas representações algébricas canônicas, fatorada e desenvolvida (DUVAL, 2003).

Duval (2003) afirma que há certo enclausuramento de registros de representação, porque, geralmente, propõem-se atividades que requerem apenas a mobilização de uma representação. Na Álgebra verifica-se essa afirmação quando a maioria dos estudantes só vê esse campo da Matemática como o uso de letras no lugar de números desconhecidos, isto é, incógnitas. Talvez porque a dimensão da Álgebra mais abordada, em especial, nos anos finais do Ensino Fundamental é a equação. Para que a Álgebra não se reduza a ideia de equação (letras no lugar de números desconhecidos, como afirmam alguns alunos), os Parâmetros Curriculares Nacionais, Ponte (2009) e Usiskin (1995) sugerem a abordagem, durante a Educação Básica, de quatro dimensões, a saber: a) *Equação*: o simbolismo representa uma incógnita, valor desconhecido específico; b) *Função*: é estabelecida uma relação de dependência entre variáveis; c) *Estrutural*: há uma representação abstrata da variável, pois neste contexto não é incógnita nem uma função, mas sim uma estrutura; d) *Aritmética Generalizada*: permite extrair propriedades (por exemplo, comutativa), generalizar modelos e descrever relações. Cabe destacar que na pesquisa realizada enfatizou-se as dimensões equação e funcional.

Acreditamos que desenvolver o pensamento algébrico por meio de um trabalho intencional com sequências figurais e numéricas desde os anos iniciais de escolarização propicia aos estudantes melhor compreensão dos conteúdos posteriores, como funções, para que possam estabelecer relações, por exemplo, de associar uma PG com Função Exponencial e associar PA com Função Afim e Função Quadrática³. Diante desse contexto, o presente artigo apresenta a proposição do estudo das sequências a partir de um Livro Didático, aprovado pelo PNLD/2015. Para tanto, busca identificar como são abordadas as dimensões algébricas (função e equação) e os procedimentos de tratamentos e conversões.

2. Procedimentos metodológicos

Para este estudo adotamos os pressupostos da pesquisa qualitativa. Para tanto, buscamos analisar detalhadamente o volume 1 de uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio, aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático –

³ Uma Progressão Aritmética de segunda ordem é uma progressão $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$ de ordem r , em que as diferenças $(f(x_2) - f(x_1), f(x_3) - f(x_2), f(x_4) - f(x_3), \dots, f(x_n) - f(x_{n-1}))$, definidas pela função $R \rightarrow R$ quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, formam uma nova PA de ordem $2ar^2$.

PNLD/2015 (BRASIL, 2014), no que tange a proposta didática⁴ para o ensino do conceito de sequência. Entendemos que as pesquisas que buscam analisar livros didáticos são relevantes, pois podem verificar se esses recursos estão explorando os conteúdos de acordo com o que propõem as pesquisas na área da Educação Matemática e os documentos nacionais e regionais. Além disso, podem identificar possíveis mudanças nos currículos escolares. Isso porque o livro didático é um dos recursos mais utilizados pelos professores na elaboração dos seus planejamentos.

Para que o estudo fosse desenvolvido realizamos os seguintes procedimentos:

1- Escolhemos uma coleção de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovada pelo PNLD/2015. Optamos por esta coleção em função da escolha realizada pelos professores de Matemática da escola na qual realizamos os trabalhos vinculados ao grupo de pesquisa matE², bem como, as atividades de iniciação a docência por meio do PIBID.

A coleção selecionada é composta por três livros didáticos (1º, 2º e 3º volume), organizados em unidades e capítulos. Em cada capítulo apresenta as seguintes seções: “*Atividades Resolvidas*”, que são atividades que buscam complementar o conteúdo abordado por meio de situações-problema e desenvolver habilidades e estratégias para a resolução das demais atividades de outras seções. Apresenta, também, a seção “*Atividades*” que são atividades relacionadas ao conteúdo estudado e dispostas em nível gradual de complexidade⁵. Além disso, há a seção “*Explorando o tema*”, que apresenta textos sobre história da Matemática e assuntos interligando a Matemática e outras áreas do conhecimento, “*Refletindo sobre o capítulo*”, que reúne questionamentos com intuito de explicitar os principais conteúdos abordados no capítulo e “*Atividades Complementares*”, cujas atividades buscam retomar o conteúdo abordado no capítulo. Há, também, seções no final de cada Livro Didático da coleção, a saber: “*Acessando tecnologias*”, que apresentam sites e programas de computador que auxiliam na visualização e verificação de propriedades e resolução de problemas e “*Ampliando seus conhecimentos*”, há sugestões de livros, sites e softwares. Cabe destacar que nas “*Atividades*” e “*Atividades Complementares*”, há as subseções *Desafio*, na qual as atividades abordam conceitos matemáticos, geralmente, não abordados no capítulo, *Calculadora*, apresentando procedimentos para o uso do recurso tecnológico, e as atividades *Contexto*, estas

⁴ Entendemos por proposta didática as escolhas (teóricas e metodológicas) feitas pelo(s) autor(es) de livros didáticos na apresentação dos conceitos matemáticos.

⁵ Este termo é utilizado pelo autor do livro analisado. No livro percebe-se que as atividades que são consideradas com um nível maior de dificuldades são aquelas que envolvem um número maior de representações matemáticas, bem como, a mobilização de vários conceitos.

apresentam informações adicionais que possibilitam ao estudante estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

2- Realizamos uma análise parcial com intuito de verificar em quais livros da coleção o conceito de sequências era abordado. Percebemos que dos três livros didáticos da coleção, o volume 1 da coleção de Livros Didáticos do Ensino Médio possuía uma unidade específica para esse conceito, bem como, apresentava atividades envolvendo-o em outras unidades. Isso ocorre porque nesse volume estão presentes os conteúdos correspondentes aos conteúdos do 1º ano, no qual está previsto o estudo do conceito de função e das Progressões Aritmética e Geométrica. Vale destacar que analisamos o livro didático na versão organizada para o professor que contém o livro do aluno e o manual do professor.

3- Definido o livro da coleção, elencamos categorias de análise. Estas categorias tiveram como base o referencial teórico elaborado, principalmente, a ideia de que para desenvolver o pensamento algébrico torna-se importante trabalhar com padrões, em especial, sequências.

Considerando a base teórica, optamos pelas seguintes categorias de análise: a) Tipos de sequências (figural e/ou numérica e/ou gráfica; finita ou infinita); b) Transformações Cognitivas (Conversão e Tratamento); c) Dimensões da Álgebra; d) Atividades exigem a definição da lei de formação (representação algébrica) da sequência; e) Relações entre Função Afim e Quadrática e Progressão Aritmética, bem como Função Exponencial e Progressão Geométrica; f) Sequências relacionadas a outros conteúdos que não apenas Progressão; g) Representação gráfica (domínio discreto).

Para tanto, organizamos um quadro elaborado no *Microsoft Excel for Windows®*, que apresenta a localização no livro da atividade categorizada (capítulo, número da atividade, página) e as categorias de análise (tipos de sequências; lei de formação; transformações de representação; dimensão da Álgebra). É interessante, também, explicar que mapeamos as sequências encontradas nas atividades, assim, em uma mesma atividade, por exemplo, podem ser categorizadas três sequências, portanto, o número de sequências mapeadas em um capítulo pode ser maior que o número de atividades apresentadas no capítulo.

Para esta pesquisa, optamos por não analisar as “*Atividades Resolvidas*”, visto que nestas as estratégias de resolução, as conversões e os tratamentos estão explícitos, além disso, geralmente, o grupo de professores participante do grupo de pesquisa, as utiliza como exemplos. Já ao analisarmos as atividades que os estudantes devem resolver, podemos apontar outras possibilidades de encaminhamentos nem sempre percebidas pelos

professores e sugeridas pelo autor do livro didático no manual do professor. Além disso, não categorizamos atividades que envolvem a descoberta da razão, a classificação da sequência (crescente, decrescente e constante), interpolação de meios, soma de PA e PG, pois nosso foco de pesquisa relaciona-se, em especial, com as três fases na investigação de um padrão, a saber: *procura do padrão, reconhecimento do padrão e generalização dos padrões*. Esclarecemos, também, que não estabelecemos como categoria de análise a contextualização das atividades, ou seja, não identificamos se o contexto era oriundo da própria matemática, de outras áreas do conhecimento ou das práticas sociais.

A seguir, apresentaremos a análise dos dados considerando os seguintes focos de análise: Tipo de Sequências; Dimensão da Álgebra e Transformação de Registros (Conversão e Tratamento).

3. Análise dos dados

O volume 1 do livro didático, foco da análise, está organizado em quatro unidades e nove capítulos. Conforme o PNLD/2015 a coleção expõe os tópicos normalmente abordados no Ensino Médio, como: *Números, Funções, Equações Algébricas, Geometria, Geometria Analítica e Estatística e Probabilidade*. O conceito de função é abordado com maior ênfase no volume 1. No volume 2 o estudo de função restringe-se as funções trigonométricas e no volume 3 esse conceito não é mencionado, na análise realizada pelo PNLD/2015.

Ao tratar do conceito de função, o PNLD/2015 afirma que as “sequências são, acertadamente, definidas como funções e as progressões aritméticas e geométricas bem são relacionadas com as funções afim, quadrática e exponencial” (BRASIL, 2014, p. 70), no volume 1. O documento afirma que o estudo de sequências é um dos pontos fortes dessa coleção. A análise detalhada de como o estudo de sequências é proposto no volume 1 tornou-se um critério de análise, pois, como já foi mencionado anteriormente, um modo para introduzir o conceito de variável e de função pode ser por meio da noção de sequências.

No Quadro 1 é apresentada a análise quantitativa das atividades do volume 1, conforme as categorias mencionadas nos procedimentos metodológicos.

Quadro 1: Atividades de sequências categorizadas⁶

⁶ Legenda do Quadro 1: Num.: Refere-se à sequência numérica; Fig.: Refere-se à sequência figural; Gra.: Refere-se à sequência gráfica; Fin.: Refere-se à sequência finita; Inf.: Refere-se à sequência infinita; T: Refere-se à tratamento; C: Refere-se à Conversão; F: Refere-se à Dimensão funcional; E: Refere-se à dimensão equação; F/E: Refere-se à dimensão funcional e equação.

Cap.	At. An.	Nº At. Cat.	Tipo de Sequência					Trans. Representaçã o		Dimensão Algébrica		
			Representação			Nº Elemen.						
			Num.	Fig.	Gra.	Fin.	Inf.	T	C	F	E	F/E
I	76	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
II	79	2	1	1	0	1	1	1	1	0	0	2
III	65	3	0	3	0	1	2	0	3	1	0	2
IV	88	2	1	1	0	1	1	0	2	0	0	2
V	83	6	2	4	0	1	5	1	5	3	0	3
VI	73	3	1	2	0	1	2	3	0	0	0	3
VII	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VIII	157	99	83	10	6	53	46	24	75	52	21	24
IX	87	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	751	116	88	22	6	58	58	29	87	56	21	37

Foram identificadas 116 sequências, de um total de 751 atividades propostas no volume 1, ou seja, 15,45% das atividades envolvem o conceito de sequência. Considerando o número de conteúdos abordados nesse volume, pode-se afirmar que o livro didático propõe um número considerável de atividades envolvendo sequências. É importante destacar que duas sequências analisadas não foram categorizadas quanto à dimensão algébrica, pois uma atividade propunha ao estudante que dispusesse em ordem alfabética, isto é, sequência lexicográfica, os estados brasileiros localizados na região Norte e a outra atividade propunha que o estudante comparasse duas sequências, exigindo uma resposta em língua natural. Identifica-se, também, no manual do professor destaque para o estudo de sequências numéricas quando o autor apresenta as competências e habilidades para o volume 1, por exemplo, *desenvolver sequências numéricas utilizando raciocínio lógico; identificar regularidades em uma sequência de valores numéricos; associar situações do cotidiano a padrões que podem gerar uma progressão.*

Embora o percentual de 15,45% de sequências presentes na totalidade do livro seja expressivo, as sequências categorizadas concentram-se no capítulo VIII, ou seja, no capítulo denominado Progressões. Em relação a este capítulo, o autor primeiramente define sequências e logo após são propostas 13 atividades, das quais categorizamos 22 sequências e, no decorrer do capítulo, quando o autor define progressões, categorizamos 77 sequências.

Em relação a categoria *Tipos*, constata-se que prevalece a representação numérica da sequência, cerca de 75,8%, em detrimento das outras representações, tais como figural (18,9%) e gráfica (5,17%). Quanto ao número de elementos da sequência há um equilíbrio na abordagem, visto que 50% são sequências finitas e 50% infinitas.

No que tange às transformações de representações, 75% das sequências categorizadas exigem a conversão de registros. As conversões mais exigidas entre as sequências categorizadas foram as conversões do registro numérico para registro algébrico

para registro numérico, correspondendo ao percentual de 31%, conversão do registro algébrico para o numérico e vice-versa. As conversões menos exigidas foram as que envolvem o registro língua natural, por exemplo: registro língua natural para registro numérico para registro gráfico, registro figural para registro algébrico para registro língua natural. Em relação ao registro gráfico com domínio discreto é provável que pudesse ser mais explorado visto que foram categorizadas 6 sequências que exigiam conversões envolvendo o registro gráfico. O expressivo percentual do total de sequências que exigem conversões nos revela que realizar as atividades do livro didático pode contribuir significativamente para o aprendizado. Das sequências categorizadas, 25% exigem, para a resolução das atividades propostas, apenas tratamentos numéricos ou na língua natural.

Quanto às Dimensões da Álgebra, as sequências categorizadas abordam principalmente a dimensão funcional em decorrência, talvez, do livro didático explorar sequências que exigem a conversão do registro numérico para registro algébrico ou de alguma forma proponha ao estudante a descoberta da lei de formação da sequência. A dimensão equação é abordada quando o livro didático propõe sequências que exigem a conversão do registro algébrico para o registro numérico ou proponha, por exemplo, a busca de um número específico (incógnita) de um nível de uma sequência e aborda a dimensão função e equação quando explora a conversão do registro numérico para registro algébrico para o registro numérico.

As leis de formação das sequências categorizadas, em sua grande maioria, são leis que caracterizam funções afim, quadrática e exponencial. Também foram categorizadas sequências em que sua lei de formação refere-se a um padrão lexicográfico, à lei de Fibonacci, e à inversa da função quadrática.

O livro didático analisado enfatiza a relação existente entre PA e função afim e quadrática e a relação entre PG e função exponencial, para tanto, há um subtítulo com explanação teórica e logo após *Atividades Resolvidas* e *Atividades*. Além das sequências serem relacionadas às Progressões, são relacionadas à Matemática Financeira, por meio de explanação teórica e *Atividade Resolvida*.

2. Considerações

De acordo com os resultados apresentados na Análise dos Dados, em relação às transformações de registros, constatamos que as sequências categorizadas exigem, principalmente, a conversão do registro numérico para registro algébrico para o registro numérico. Quanto à dimensão algébrica verificou-se que a dimensão funcional é a mais

ênfatisada. Destacamos também que há a necessidade do Livro Didático analisado explorar outros registros de representação das sequências, tais como tabular e gráfica.

Além disso, a partir da análise dos dados, destaca-se que as atividades de sequências estão relacionadas especialmente à PA e PG, em detrimento da sequência a partir de um padrão, pois as Progressões são apenas um tipo de padrão (razão constante adicionada e razão constante multiplicada), limitando, assim, o desenvolvimento do pensamento algébrico. Conscientes do limite dessa pesquisa, já estamos organizando outras produções sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio do estudo sistematizado de padrões, em especial, o padrão fractal.

3. Referências

BRASIL, **Ministério da Educação e do Desporto**, PNLD, Brasília 2014.

BRASIL, Secretaria da Educação; **Parâmetros Curriculares Nacionais**, Mec.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P., **As Ideias da Álgebra**; editora Atual; São Paulo. 1995.

FARIA, R. W. S., MALTEMPI, M. V., **Manipulação e Análise de Padrões Fractais no Processo de Generalização de Conteúdos Matemáticos por Meio do Software GeoGebra**; ano; 2012.

GERHARDT, T. E., SILVEIRA, D.T., **Métodos de Pesquisa**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Edição 1; 2009.

PONTE, J. P. et al; **Álgebra no Ensino Básico**; Ministério da Educação; 2009.

SILVA, M. A., PIRES, C. M. C. **As riquezas nos currículos da Matemática do Ensino Médio: em busca de critério para seleção e organização de conteúdos**. Unicamp v. 21. n. 39; 2013.

VALE, I. PALHARES, P. CABRITA, I. BORRALHO, A. **Os Padrões de Ensino e Aprendizagem da Álgebra**, 2007.

VALE, I., et al, **Padrões no currículo da matemática: presente e futuro**, FCT, 2008.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias de Alcântara (Org.).

Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Formação de professores urgentes na licenciatura em matemática. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.). **Educação Matemática no Ensino Superior**: pesquisas e debates. Recife: SBEM, 2009. p. 169 - 187.