Sumário

OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS

Acrescentando as frações não aparentes positivas e negativas ao conjunto dos inteiros ($\mathbb{Z}$), obtêm-se o **conjunto dos números racionais**($\mathbb{Q}$).

Exemplos:

$$\mathbf{-2, \quad -\frac{3}{2}, \quad -1, \quad -\frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{4}, \quad 0, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{4}, \quad 1, \quad \frac{5}{3}, \quad 2}$$

Adição e Subtração com Números Racionais

<u>Primeiro Caso:</u> Denominadores iguais. Neste caso, basta somar ou subtrair seus numeradores e conservar os denominadores.

Exemplos:

$$\frac{7}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7+4}{5}=\frac{11}{5}$$

$$\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{5-1}{6}=\frac{4}{6}$$

Observação: Mas como $\frac{4}{6}$ não está na sua forma irredutível. Então, simplifica-se, ou seja, dividimos o numerador e o denominador simultaneamente pelo mesmo número natural, no caso o número 2:

$$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

<u>Segundo Caso:</u> Denominadores diferentes, fazer o Mínimo Múltiplo Comum entre os denominadores (M.M.C), o resultado será o novo denominador das frações envolvidas. Representa-se todas as frações com o mesmo denominador, logo dividiremos o novo denominador obtido pelo cálculo do M.M.C e multiplicamos pelo numerador da fração para encontrar o novo numerador.

Exemplo:

$$\frac{13}{15}+\frac{1}{2}$$

Primeiro passo é calcular o M.M.C, que no caso é 30. Agora, arma-se o cálculo:

$$\frac{13}{15}+\frac{1}{2}=\frac{[(30\div 15)\times 13]}{30}+\frac{[(30\div 2)\times 1]}{30}=\frac{26+15}{30}=\frac{41}{30}$$

Multiplicação e Divisão com Números Racionais

<u>Primeiro caso</u>: Na multiplicação dos números fracionários, devemos multiplicar os numeradores pelos numeradores e os denominadores pelos denominadores.

Exemplo:

$$\frac{10}{5} \times \frac{8}{9} = \frac{10 \times 8}{5 \times 9} = \frac{80}{45}$$

<u>Segundo caso:</u> Na divisão dos números fracionários o quociente de dois números Racionais é obtido multiplicando- se o dividendo pelo elemento inverso do divisor, ou seja conservaremos a primeira fração e inverteremos a segunda e logo após multiplicaremos.

Exemplo:

$$\frac{3}{2} \div \frac{5}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$4 \div \frac{7}{2} = 4 \times \frac{2}{7} = \frac{8}{7}$$

Exercícios

1) Resolva as seguintes operações com números racionais:

a. $\frac{15}{6} + \frac{7}{3} + \frac{5}{3} =$

c. $\frac{2}{10}$ x $\frac{24}{12}$

b. $\frac{1}{2} + \frac{5}{4} - \frac{10}{8} =$

d. $\frac{3}{6}(\frac{5}{4} + \frac{13}{16}) =$

e. $(\frac{14}{3}) + (-\frac{33}{6}) =$

f. $\frac{59}{9} \div \frac{4}{6} =$

g. $\frac{19}{20} - \frac{7}{4} - \frac{10}{5} =$

h. $\frac{2}{5}(\frac{14}{12} + \frac{2}{6}) - \frac{3}{4}(\frac{15}{9} \div \frac{1}{2})$

2) Determine o valor da expressão sabendo que: a= $-\frac{4}{5}$ **,** b= $\frac{5}{4}$ **,** c= $\frac{3}{2}$

a. $a + b + c =$

b. $2a + c - b =$

c. $2b - (a + c) =$

3) Gastei R$ 800,00 do meu salário para pagamento de despesas. Qual é o meu salário, sabendo que os R$ 800,00 correspondem $\frac{3}{4}$ do salário? Como calculamos o salário total, sabendo que $\frac{3}{4}$ correspondem a R$ 800,00?

4) Se $\frac{3}{40}$ do estoque de latas de ervilhas de um supermercado foram colocadas na prateleira. Quantas latas restam no estoque, sabendo que a fração de latas do estoque colocadas na prateleira corresponde a 81 latas?

5) Ricardo está lendo um livro. Em um dia ele leu $\frac{1}{3}$ do livro e no dia seguinte leu $\frac{1}{6}$ do livro. Então calcule:

a. A fração do livro que ele já leu

b. A fração do livro que falta para ele terminar a leitura

6) Na reta numérica o número + $\frac{11}{4}$ está localizado entre:

$-4\ e\ -3$
$-2\ e\ -1$
$+3\ e\ +4$
$+2\ e\ +3$

OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DECIMAL

Comparação de números racionais na forma decimal

Inicialmente levamos em conta os sinais dos números dados. Se os sinais forem diferentes, já sabemos que um número positivo é sempre maior que um negativo. Se os sinais forem iguais, comparamos a parte inteira. Se as partes inteiras forem iguais, compráramos aparte decimal.

Vejamos com exemplos:

a) $2{,}35 > -5{,}827$

O primeiro número (2,35) é positivo e o segundo (-5,827) é negativo.

b) $2{,}35 < 2{,}6$

A parte inteira é igual, mas o segundo número tem 6décimosa, enquanto o primeiro tem 3 décimos; portanto, 3 décimos< 6 décimos.

c) $-2{,}35 > -2{,}6$

A parte inteira é igual, mas o primeiro número tem 3 décimos negativos e o segundo tem 6 décimos negativos; portanto, 3 décimos negativos > 6 décimos negativos.

Adição e Subtração com Números Decimais

Para armar o cálculo com números decimais, basta proceder da mesma maneira que com números inteiros, porém tenha o cuidado de manter vírgula abaixo de vírgula. As propriedades da adição de números inteiros também são validas para a adição de números racionais.

Exemplos:

$$\begin{array}{r} 424{,}8 \\ +\ 363{,}5 \\ \hline 788{,}3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 788{,}3 \\ -\ 717{,}2 \\ \hline 71{,}1 \end{array}$$

Multiplicação e Divisão com Números Racionais

Multiplicação

Para armar e efetuar o cálculo da multiplicação com números decimais, basta proceder da mesma maneira que com números inteiros, esquecendo a vírgula. Após terminar o cálculo, conte quantas casas cada número possui à direita da vírgula, some e esse somatório corresponderá o número de casas que o valor do resultado da multiplicação terá à direita da vírgula.

Exemplos:

$$\begin{array}{r} 142{,}2 \\ \times\quad 1{,}2 \\ \hline 2844 \\ +\,1422- \\ \hline 170{,}64 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 387{,}12 \\ \times\qquad 3 \\ \hline 1.161{,}36 \end{array}$$

Observação: Lembre que com números que possuem sinais iguais, o resultado será sempre positivo. E, com números com sinais diferentes o resultado será sempre negativo.

Divisão

Primeiro Caso: os dois números envolvidos na divisão possuem o mesmo número de casas à direita da vírgula. Vejamos com exemplo:

$$284{,}8 \div 17{,}5$$

O quociente é igual ao da divisão:

$$\begin{array}{r|l} 2.848 & 175 \\ \cline{2-2} 1.098 & 16{,}2 \\ 480 & \\ 1300 & \end{array}$$

Segundo Caso: os dois números envolvidos na divisão não possuem o mesmo número de casas após a vírgula. Vejamos com exemplo:

$$-19{,}24 \div 3{,}7$$

Como são números de sinais diferentes, o quociente é negativo. Agora basta efetuar $(19{,}24 \div 3{,}7)$, cujo quociente é o mesmo que o de 1.924$\div$ 370.

Assim:

$$\begin{array}{r|l} 1.924 & 370 \\ \cline{2-2} 0740 & 5{,}2 \\ 000 & \end{array}$$

Exercícios

1)Arme e efetue as divisões abaixo:

a) $(-65{,}72) \div (-12{,}4)$

b)$(0{,}3) \div (-0{,}2)$

c) $(0{,}3) \div (0{,}2)$

d) $(1450) \div (-0{,}5)$

2)Arme e efetue as multiplicações abaixo:

a) $(-612{,}4) \times (-10{,}2)$

b)$(0{,}31) \times (-0{,}2)$

c) $(0{,}93) \times (0{,}3)$

d) $(1450) \times (-0{,}12)$

3)Arme e efetue as adições e subtrações abaixo:

a) $(-7.612{,}2) + (-109{,}41)$

b)$(0{,}3145) + (-0{,}2310)$

c) $(0{,}935) - (0{,}3)$

d) $(1450{,}99) - (-0{,}12)$

4)O salário de Beatriz é calculado de acordo com as horas trabalhadas. Em maio, ela trabalhou 176 horas e 24 minutos. Qual deve ser o seu salário nesse mês, considerando que ela recebe R$ 13,55 por hora?

5)O cervo-do-rabo-branco, animal que habita a região de Minnesota, nos Estados Unidos, chega a saltar uma distância de 9 metros, o que corresponde a aproximadamente 4,5 vezes seu tamanho. A) Qual é o comprimento aproximado do cervo-do-rabo-branco? B) Se um adulto pudesse saltar uma distância de 7,6 m, correspondente a 4,5 vezes sua altura, qual seria a altura desse servo adulto?

6)Calcule as expressões:

$35{,}25 - (4{,}85 - 1{,}23 + 17{,}9) =$

$15\{0{,}1[(2{,}7 - 4{,}08)] - 10\} =$

$20{,}3 - [4{,}75.(1{,}2 + 2{,}38)] + 5{,}1 =$

7)O preço à vista de um automóvel é R$ 21.335,00. O mesmo automóvel a prazo custa R$ 4.740,50 de entrada, mais 6 prestações de R$ 3.567,75. Qual a diferença entre o valor total da compra à vista e a prazo?

8)Certo número de caixas foi colocado em uma balança. Todas as caixas têm o mesmo peso: 1,5 quilogramas. Se a balança marcou 24 quilogramas, quantas caixas foram colocadas na balança?

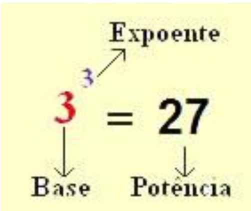
9)Um número A é tal que expressa o resultado da divisão de 45 por 0,36. Qual é o número A?

POTENCIAÇÃO

Definição: Potenciação representa a multiplicação de fatores iguais, ou seja, se possuirmos a seguinte multiplicação:

$$3 \times 3 \times 3$$

Podemos representá-la usando a potência 3^3, onde 3 é a base, 6 é o expoente e 27 a resposta é a potência, lemos da três elevado ao cubo. Observe a seguir na imagem:



O expoente possui um papel fundamental na potenciação, pois ele é quem define quantas vezes a base será multiplicada por ela mesma.

Propriedades da Potenciação

- **Multiplicação de potências de bases iguais**: Mantemos a base e somamos os expoentes $(an \times am = an + m)$.

Exemplo:

$7^3 . 7^2 = 7^{3+2} = 7^5$; resolvendo a potência temos que $7^5 = 16.807$.

- **Divisão de potências de bases iguais**: Mantemos a base e subtraímos os expoentes $(\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m})$, sendo a ≠ 0.

Exemplo:

$2^8 : 2^4 = 2^{8-4} = 2^4$; resolvendo a potência temos que $2^4 = 16$.

- **Potência de potência**: Mantemos a base e multiplicamos os expoentes $(a^m)^n = (a^{m \times n})$.

Exemplo:

$(3^4)^3 = 3^{4 \times 3} = 3^{12}$; resolvendo a potência temos que $3^{12} = 531.441$.

- **Potência de expoente negativo**: Quando temos um caso de potência com expoente negativo utilizamos a ideia de inversão, onde transformamos o numerador em denominador e o expoente passa a ser positivo ($(a^{-n}) = \frac{1}{a^n}$), sendo n > 1 e a ≠ 0.

Exemplo:

$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$, resolvendo a potência temos que $\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

Outras propriedades importantes:

- **Expoente igual a 0** : Todo número elevado a 0 é igual a 1, $a^0 = 1$.

Exemplos:

a) $2^0 = 1$
b) $125^0 = 1$

•**Expoente igual a 1**: Todo número elevado a 1 é igual ao próprio número, $a^1 = a$.

Exemplos:

a) $3^1 = 3$
b) $20^1 = 20$

- **Potência com expoentes fracionários**: Potências com base positiva e expoente fracionário podem ser escritas na forma de radical, assim como os radicais podem ser escritos na forma de potência com expoente fracionário, $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ e $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

Exemplos:

a) $2^{4/3} = \sqrt[3]{2^4}$
b) $\sqrt[5]{7^6} = 7^{6/5}$

- **Potências de base 10**: Para calcularmos potências com base 10 basta acrescentar à direita do algarismo 1 a quantidade de zeros correspondentes ao expoente, também podemos dizer que esse método é a multiplicação de fatores iguais.

Exemplos:

a) $10^1 = 10$
b) $10^4 = 10000$

Exercícios

1)Calcule:

a. 4^{-2} =
b. $(5^2)^3$ =
c. 10^6 =
d. 2^3 =
e. 7^0 =

2)Obtenha o valor da expressão $(-1)^0 + (-6) : (-2) + (-2)^4$.

3)Calcule $(2^3 . 3^2 - 6^2) : [18 : (15 – 3 . 2^4)]^2$.

4)(UFRGS) Qual o valor da expressão abaixo, marque a resposta certa:

$$\frac{(-5)^2 - 4^2 + (\frac{1}{5})^0}{3^{-2} + 1}$$

a. -4 b. $1/9$ c. 1 d. $5/4$ e. 9

5)(PUC - SP) Qual é o valor da expressão: $c = \frac{10^{-3} \,.\, 10^5}{10 \,.\, 10^4}$

6)Dada a expressão $(10^{-2})^3 . 10^4 . 10^{-5}$ é igual a:

a) 10
b) 10^{-1}
c) 100
d) 10^{-7}

7)Escreva V ou F, em caso de falso reescreva na forma correta:

a) ( ) $7^3 . 4^3 = 28^3$
b) ( ) $(2+5)^2 = 2^2 + 5^2$
c) ( ) $(5 - 3)^2 = 5^2 – 3^2$
d) ( ) $(9^4)^6 = 3^{48}$
e) ( ) $0,25^{-2} = 16$

8)(FUVEST) O valor de $(0,2)^3 + (0, 16)^2$ é:

a) 0,0264
b) 0,0336
c) 0,1056
d) 0,2568
e) 0,6256

9)(UNICAMP- 1995) Calcule as seguintes potências e escreva em ordem crescente:

a) 3^3=
b) $(-2)^3$ =
c) 3^{-2} =
d) $(-2)^{-3}$=

RADICIAÇÃO

Definição: A radiciação é a operação inversa da potenciação. É muito utilizada na obtenção de solução de equações e na simplificação de expressões aritméticas e algébricas.

Propriedades de Radiciação

- Para o radicando que tenha, como resultado de uma fatoração, expoente igual a seu índice, então este radicando é igual à raiz procurada $\sqrt[n]{a^n}$ = a, sendo que a ∈ ℝ₊, n ∈ ℕ>1.

Exemplo:

$$\sqrt[4]{81} \rightarrow \sqrt[4]{3^4} = 3 \qquad \sqrt[2]{125} \rightarrow \sqrt[2]{5^3} = 5$$

- Podemos dividir o radicando e o índice por um mesmo número real, desde que este seja diferente de zero e maior que um, e divisor comum do radicando e do índice.

$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:c]{a^{m:c}}$, sendo que a ≠ 0, n,m e c ∈ ℕ - {0,1}, c é divisor comum de n e m.

Exemplo:

$$\sqrt[4]{5^6} \rightarrow \sqrt[4:2]{5^{6:2}} = \sqrt[2]{5^3} \text{ ou } \sqrt{5^3} \qquad \sqrt[9]{7^3} \rightarrow \sqrt[9:3]{7^{3:3}} = \sqrt[3]{7^1} \text{ ou } \sqrt[3]{7}$$

- Para resolvermos a raiz m-ésima de uma raiz n-ésima, multiplicamos os índices entre si mantendo o radical interno. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$, com a ∈ ℝ₊, m e n ∈ ℕ> 1.

Exemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt{6}} \rightarrow \sqrt[3 \cdot 2]{6} = \sqrt[6]{6} \qquad \sqrt[4]{\sqrt[3]{24}} \rightarrow \sqrt[4 \cdot 3]{24} = \sqrt[12]{24}$$

- A raiz n-ésima de um produto é igual ao produto das raízes n-ésimas.

$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, com a e b ∈ ℝ₊ e n ∈ ℕ> 1.

Exemplo:

$$\sqrt[5]{5 \cdot 4} \rightarrow \sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[5]{4} \qquad \sqrt[2]{0{,}5 \cdot 0{,}2} \rightarrow \sqrt[2]{0{,}5} \cdot \sqrt[2]{0{,}2}$$

- A raiz n-ésima de um quociente (divisão) de a por b é igual ao quociente entre as raízes n-ésimas. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, com a ∈ ℝ₊, b ∈ ℝ*₊ e n ∈ ℕ> 1.

Exemplo:

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3} \qquad \sqrt[4]{\frac{81}{256}} \rightarrow \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{256}} = \frac{3}{4} \qquad \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

Exercícios

1)Escreva simplificadamente:

a. $(\sqrt{5})^3$=

b. $\sqrt{\frac{1}{16}} =$

c. $\frac{\sqrt[5]{13}}{\sqrt[5]{9}} =$

2)Racionalize os denominadores:

a. $\frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{5}} =$

b. $\frac{3}{\sqrt{8}} =$

c. $\frac{6}{\sqrt{145}} =$

d. $\frac{8}{\sqrt[3]{27}} =$

3)(UFRGS) Simplificando $\sqrt{\frac{a}{\sqrt[3]{a}}}$ encontramos

a. $\sqrt{a}$

b. $\sqrt[3]{\mathbf{a}}$

c. $\sqrt[3]{\mathbf{a^2}}$

d. $\sqrt[4]{a}$

e. $\sqrt[6]{a}$

4)A expressão $\sqrt{\mathbf{3}}$ + $\sqrt{\mathbf{12}}$ - $\sqrt{\mathbf{27}}$ + $\sqrt{\mathbf{867}}$, é igual a:

a. $17\sqrt{\mathbf{3}}$

b. $3\sqrt{\mathbf{95}}$

c. 0

d. $3\sqrt{\mathbf{17}}$

5)Racionalizar o denominador da fração $\frac{\mathbf{5}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$.

6)O valor de $\sqrt{\mathbf{8}+\sqrt{\mathbf{14}+\sqrt[3]{\mathbf{6}+\sqrt{\mathbf{4}}}}}$ é:

a. $2\sqrt{\mathbf{3}}$

b. $3\sqrt{\mathbf{2}}$

c. $\sqrt{\mathbf{6}}$

d. $2\sqrt{\mathbf{5}}$

e. $5\sqrt{\mathbf{2}}$

7)Calcule $\sqrt{\mathbf{12}}$ + $\sqrt{\mathbf{75}}$:

8)Efetue a multiplicação e se possível simplifique: $\sqrt{\mathbf{10}}$ x $\sqrt{\mathbf{5}}$

EXPRESSÕES ARITMÉTICAS

Para calcular o valor das expressões numéricas em que há potenciação, radiciação, multiplicação, divisão, soma e subtração, as operações devem ser realizadas na seguinte ordem:

1°- Potenciação e/ou Radiciação
2°- Multiplicação e/ou Divisão
3°- Adição e/ou Subtração

Exemplos:

Calcular o valos das expressões numéricas a seguir

a. $9^2 + 1 – 7^2 =$

$81 + 1 – 49 =$
$82 – 49 = 33$

b. $6^2 : 9 + 2 \times 10 =$

$36 : 9 + 8 \times 10 =$
$4 + 80 = 84$

Como podemos observar o uso e a posição de ( ) influenciam o resultado da expressão.

Exemplos:

1) Determinar o valor da expressão $5^2 + 4^2 - 2^3 \times 3$.

Como não existem parênteses, efetuamos as operações conforme as regras estabelecidas.

$5^2 + 4^2 - 2^3 \times 3 =$
$= 25 + 16 – 8 \times 3$
$= 25 + 16 - 24$
$=17$

2) Determinar o valor da expressão $(5^2 + 4^2 - 2^3) \times 3$.

Nesse caso, resolvemos primeiro as operações que estão dentro dos parênteses iniciando pelas potências.

$(5^2 + 4^2 - 2^3) \times 3 =$
$= (25 + 16 - 8) \times 3$
$= (41 - 8) \times 3$
$= 33 \times 3$
$= 99$

3) Determinar o valor da expressão $5^2 + (4^2 - 2^3) \times 3$

Iniciamos os cálculos pelas potenciações:

$5^2 + (4^2 - 2^3) \times 3 =$
$= 25 + (16 - 8) \times 3$
$= 25 + 8 \times 3$
$= 25 + 24$
$= 49$

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

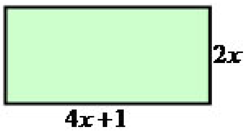
Expressões algébricas são expressões matemáticas que apresentam letras e podem conter números, são também denominadas expressões literais. As letras constituem a parte variável das expressões, pois elas podem assumir qualquer valor numérico.

Exemplos:

$2x - 5$
$3a + 2y$
$x^2 + 7x$
$5 + x - (5x - 2)$
$10y - 10x$
$a^2 - 2ab + b^2$

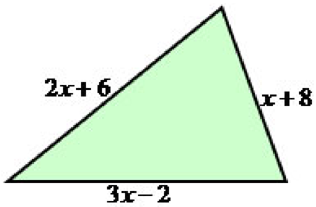
As expressões algébricas podem ser utilizadas para representar situações problemas, como as propostas a seguir:

1)Determine a expressão que representa o perímetro das seguintes figuras:
(Perímetro: soma dos lados de qualquer polígono.)



4x + 1 + 2x + 4x + 1 + 2x

12x + 2



2x + 6 + 3x – 2 + x + 8

6x + 12

2) O dobro de um número adicionado a 20: 2x + 20

3) A diferença entre x e y: x – y

4)O triplo de um número qualquer subtraído do quádruplo do número: 3x – 4x

Exercícios

1)Determine a expressão correspondente ao perímetro do retângulo de comprimento 3x – y e largura 2x + y.

2) Aplique a propriedade distributiva:

a. $3x(x + 4)$
b. $-2y(-5 + y)$
c. $(-2a + 6).a$
d. $b3\,(b2 - b + b)$

3)Sendo $A = 3x2 + 7x, B = -4x2 + 5x - 2\ e\ C = 6x + 1,$ determine:

a. $A + B$
b. $B - A$

c. $3C + 2A$

d. $A.C$

e. $C2 - B$

4)Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas:

a. $8x + (2x - 4) - 10 =$

b. $14y + 8 - (5y - 7) =$

c. $4x - (-3X + 9 - 2X) =$

d. $3x - (+2x + 5) + 8x + 7 =$

e. $4x - 3 + (2x + 1) =$

f. $(3x + y) - (x + 8y) =$

5)Calcule o valor das expressões:

a. $\sqrt{36} \cdot \{(-7)^2 \cdot (-3) — 39 + (-6) \cdot (-2)] - \sqrt{169}$

b. $4^4 - [60 - 3 + (15 \cdot 5 + 1)^2 - (\sqrt{49} - \sqrt{25})^2]$

c. $(-16)^2 - \{(45 - 19) - [(18 - 3) + 3 \cdot (28 - 15)] - \sqrt{256}\}$

d. $32^2 - \{25 + [3^6 + 3 \cdot (4^3 - 2^3)] + \sqrt{81}\}$

e. $30 : 2 \cdot \{(8^2 - \sqrt{36}) + [(-2)^{10} - 3 \cdot (15^2 - 50)] - 17^2\}$

f. $60 : 2 \cdot \{(9^2 - \sqrt{36}) + [(-3)^{10} - 5 \cdot (13^2 - 50)] - 20^2\}$

1) Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas:

a. $6x + (2x - 4) - 2 =$

b. $7y - 8 - (5y - 3) =$

c. $4x - (-3x + 9 - 2x) =$

d. $3x - (-2x + 5) - 8x + 9 =$

e. $4x - 3 + (2x + 1) =$

f. $(x + y) - (x + 2y) =$

g. $(3x - 2y) + (7x + y) =$

h. $-(8a + 4 - (3a + 2) =$

2)Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas

a. $5a + (3a - 2) - (10a - 8) =$

b. $6x + (5x - 7) - (20 + 3x) =$

c. $(x + y + z) + x - (3y + z) =$

d. $(m + 2n) - (r - 2n) - (n + r) =$

e. $-(6y + 4x) + (3y - 4x) - (-2x + 3y) =$

3)Reduza os termos semelhantes nas seguintes expressões algébricas

a. $6x^2 - [4x^2 + (3x - 5) + x] =$

b. $3x + \{ 2y - [5x - (y + x)]\} =$

c. $- 3x + [x^2 - (4x^2 - x) + 5x] =$

d. $xy - [2x + (3xy - 4x) + 7x] =$

e. $8a - [(a + 2m) - (3a - 3m)] =$

f. $a - (b - c) + [2a + (3b + c)] =$

g. $- [x + (7 - x) - (5 + 2x)] =$

h. $\{9x - [4x - (x - y) - 5y] + y\} =$

i. $(3a + 2m) - [(a - 2m) - (6a + 2m)] =$

j. $7x^3 - \{ 3x^2 - x - [2x - \{5x^3 - 6x^2) - 4x]\} =$

k. $2y - \{3y + [4y - (y - 2x) + 3x] - 4x\} + 2x =$

l. $8y + \{4y - [6x - y - (4x - 3y) - y] - 2x\} =$

m. $4x - \{3x + [4x - 3y - (6x - 5y) - 3x] - 6y\} =$

n. $3x - \{3x - [3x - (3x - y) - y] - y\} - y =$

4)Reduza os termos semelhantes das expressões algébricas

a. $-2n - (n - 8) + 1 =$

b. $5 - (2A - 5) + a =$

c. $3x + (-4 - 6x) + 9 =$

d. $a - [n + (a + 3)] =$

e. $5 + [x - (3 - x)] =$

f. $x^2 - [x - (5 - x^2)] =$

g. $5x - y - [x - (x - y)] =$

PRODUTOS NOTÁVEIS

Os produtos de alguns binômios podem ser resolvidos por algoritmos, vejamos os mais importantes neste capítulo.

Quadrado da soma de dois termos

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo e mais o quadrado do segundo termo.

1)Efetue $(x+3)^2$; $(3x+5y)^2$; $(2x^3+\frac{y}{2})$

2)Simplificar a expressão $4x^2(x+2)-x(2x+3)^2$

3)Corrija as sentenças que são falsas:

a. $(x+8)^2 = x^2 + 64$
b. $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2.(3x).5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$
c. $(x+3y)^2 = x^2 + 3xy + (3y)^2 = x^2 + 3xy + 9y^2$

Quadrado da diferença de dois termos

O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadro do primeiro termo, menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo e mais o quadrado do segundo termo.

1)Desenvolva os quadrados da diferença:

a. $(3a-5)^2$
b. $(x-\frac{1}{2})^2$
c. $(3a^2-1)^2$

2)Simplifique as expressões:

a. $(2x+1)^2 + (x-5)^2$
b. $x(x-3)^2 - 4(x+\frac{1}{2})^2$

Produto da soma pela diferença

O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

1) Calcule:
a. $(x+11).(x-11)$
b. $(a^2-5).(a^2+5)$

2) Sabendo que $(m+h)=4$ e que $m^2-h^2=80$, calcule $m-h$.

Cubo da soma e da diferença de dois termos

O cubo da soma de dois termos é o cubo do primeiro termo mais três vezes o quadrado do primeiro termo vezes o segundo termo, mais três vezes o primeiro termo vezes o quadrado do segundo termo, e mais o cubo do segundo termo.

O cubo da diferença de dois termos é o cubo do primeiro termo menos três vezes o quadrado do primeiro termo vezes o segundo termo, mais três vezes o primeiro termo vezes o quadrado do segundo termo, menos o cubo do segundo termo.

1) Desenvolva:

a. $(x + 1)^3$
b. $(2a + 3)^3$
c. $(1 - x)^3$

2) Calcule a diferença entre o cubo de (4a-b)e o cubo de (4a+b).

FATORAÇÃO

Ato de transformas parcelas em produtos.

Fator em evidência

Isola-se o fator comum a todas as parcelas.

Exemplos
1) $2x + 2y + 2$
2) $25ab^2 - 15a^3\, b$
3) $2x^2 - 35x = 0$

Exercícios

Fatore os binômios:

1)$ab + ac$

2)$x^2 + 3x$

3)$a^2 + a$

4)$5x + 20$

5)$14a^2b + 21cb^3$

6)$15x^3 - 10x$

Fatore os polinômios a seguir:

7)$a^3 + a^2 + a$

8)$6x^2 + a^2 + a$

9)$\frac{a}{2} + \frac{a^2}{4} - \frac{a^3}{6}$

10)$\frac{m}{12} - \frac{5m^2}{6} + \frac{2m^3}{9}$

11)Fatore a expressão $x(y-2) - 7(y-2) + a(-2+y)$ colocando o fatos $(y-2)$ em evidencia.

Resolva as equações:

12)$x^2 + 7x = 0$

13)$m^2 - 5m = 0$

14)$3y^2 - 18y = 0$

Fatoração por agrupamento

Exemplo: Considere a e b qualquer número real. Fatore por agrupamento o polinômio $ax + ay + bx + by$.

Exemplo: Fatore, por agrupamento, o polinômio $xy + 2x + 4y + 8$.

Exercícios

1) Sabendo que $3ª - b = 10$ e $a + c = 3$, calcular o valor da expressão $3a^2 + ac - ab - bc$.

Fatore, por agrupamento, os polinômios:

1) $5x - xy + 15 - 3y$
2) $2ax + 3a + 4bx + 6b$
3) $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$
4) $xy - x - y + 1$
5) $x^3 + x^2 + x + 1$
6) $2ax - x - 6a + 3$

EQUAÇÕES DO 2° GRAU

Uma equação é uma expressão matemática que possui em sua composição incógnitas, coeficientes, expoentes e um sinal de igualdade. As equações são caracterizadas de acordo com o maior expoente de uma das incógnitas.

Ex: $2x + 1 = 0$, o expoente da incógnita x é igual a 1. Dessa forma, essa equação é classificada como do 1º grau.

$2x^2 + 2x + 6 = 0$, temos duas incógnitas x nessa equação, em que uma delas possui o maior expoente, determinado por 2. Essa equação é classificada como do 2º grau.

$x^3 - x^2 + 2x - 4 = 0$, nesse caso temos três incógnitas x, em que o maior expoente igual a 3 determina que a equação é classificada como do 3º grau.

Cada modelo de equação possui uma forma de resolução. Trabalharemos a forma de resolução de uma equação do 2º grau, utilizando o método de Bháskara. Determinar a solução de uma equação é o mesmo que descobrir suas raízes, isto é, o valor ou os valores que satisfazem a equação. Por exemplo, as raízes da equação do 2º grau $x^2 - 10x + 24 = 0$ são $x = 4$ ou $x = 6$, pois:

Substituindo $x = 4$ na equação, temos:

$x^2 - 10x + 24 = 0$

$4^2 - 10 * 4 + 24 = 0$

$16 - 40 + 24 = 0$

Substituindo $x = 6$ na equação, temos:

$x^2 - 10x + 24 = 0$

$6^2 - 10 * 6 + 24 = 0$

$36 - 60 + 24 = 0$

–24 + 24 = 0 - 24 + 24 = 0

0 = 0 (verdadeiro) 0 = 0 (verdadeiro

Podemos verificar que os dois valores satisfazem a equação. Mas como determinarmos os valores que tornam a equação uma sentença verdadeira? É sobre essa forma de determinar os valores desconhecidos que abordaremos a seguir.

Vamos determinar pelo método resolutivo de Bháskara os valores da seguinte equação do 2º grau: $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Uma equação do 2º grau possui a seguinte lei de formação $ax^2 + bx + c = 0$, onde a, b e c são os coeficientes da equação. Portanto, os coeficientes da equação $x^2 - 2x - 3 = 0$ são $a = 1$, $b = -2$ e $c = -3$. Na fórmula de Bháskara utilizaremos somente os coeficientes.

A resolução de uma equação do 2º grau pode ser obtida pela fórmula que deduziremos da seguinte forma:

$ax^2 + bx + c = 0$ (isolamos o termo independente no 2º membro da equação)

$ax^2 + bx = -c$ (multiplicamos ambos os termos por 4a)

$4a^2x^2 + 4abx = -4ac + b^2$ (adicionamos b^2 aos dois membros)

$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$ (o primeiro termo é um trinômio quadrado perfeito)

$(2ax\ b)^2 = b^2 - 4ac$

$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$

$2ax = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (Fórmula resolutiva) $\Delta = b^2 - 4ac$

1º passo: determinar o valor do discriminante ou delta (?)

$\Delta = b^2 - 4 * a * c$

$\Delta = (-2)^2 - 4 * 1 * (-3)$

$\Delta = 4 + 12$

$\Delta = 16$

2º passo

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2*1}$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x' = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x'' = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Os resultados são x' = 3 e x" = –1.

Exemplo:

Determinar a solução da seguinte equação do 2º grau: $x^2 + 8x + 16 = 0$.

Os coeficientes são:

a = 1	$\Delta = b^2 - 4 * a * c$
b - 8	$\Delta = 8^2 - 4 * 1 * 16$
c = 16	$\Delta = 64 - 64$
	$\Delta = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2*1}$$

$$x' = x'' = \frac{-8}{2} = -4$$

No exemplo 2 devemos observar que o valor do discriminante é igual a zero. Nesses casos, a equação possuirá somente uma solução ou raiz única.

Exemplo:

Calcule o conjunto solução da equação $10x^2 + 6x + 10 = 0$, considerada de 2º grau.

$\Delta = b^2 - 4 * a * c$

$\Delta = 6^2 - 4 * 10 * 10$

$\Delta = 36 – 400$

$\Delta = –364$

Nas resoluções em que o valor do discriminante é menor que zero, isto é, o número seja negativo, a equação não possui raízes reais.

Exercícios

1) Identifique os coeficientes de cada equação e diga se ela é completa ou não:

a) 5x2 - 3x - 2 = 0

b) 3x2 + 55 = 0

c) x2 - 6x = 0

d) x2 - 10x + 25 = 0

2) Achar as raízes das equações:

a) x2 - x - 20 = 0

b) x2 - 3x -4 = 0

c) x2 - 8x + 7 = 0

3) Dentre os números -2, 0, 1, 4, quais deles são raízes da equação x2-2x-8= 0?

4) O número -3 é a raiz da equação x2 - 7x - 2c = 0. Nessas condições, determine o valor do coeficiente c:

5) Se você multiplicar um número real x por ele mesmo e do resultado subtrair 14, você vai obter o quíntuplo do número x. Qual é esse número?

6) Aplicando a fórmula de Bháskara, resolva as seguintes equações do 2º grau.

a) $3x^2 – 7x + 4 = 0$

b) $9y^2 – 12y + 4 = 0$

c) $5x^2 + 3x + 5 = 0$

7) Determine quais os valores de k para que a equação $2x^2 + 4x + 5k = 0$ tenha raízes reais e distintas.

8) Calcule o valor de p na equação $x^2 - (p + 5)x + 36 = 0$, de modo que as raízes reais sejam iguais. (Para essa condição, o valor de Δ precisa ser igual a 0.)

9) Resolva a seguinte equação do 2º grau.

$$x^2 + \frac{5x}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

10) Resolva a equação: 4x2 + 8x + 6 = 0

11) Encontre as raízes da equação: x2 – 4x – 5 = 0

12) Se v e w são as raízes da equação x2 + ax + b = 0, em que a e b são coeficientes reais, então v2 + w2 é igual a:

a) a2 - 2b

b) a2 + 2b

c) a2 – 2b2

d) a2 + 2b2

e) a2 – b2

13) A soma de um número racional não inteiro com o dobro do seu inverso multiplicativo é 33/4. Esse número está compreendido entre:

a) 5 e 6

b) 1 e 5

c) 1/2 e 1

d) 3/10 e 1/2

e) 0 e 3/10

REFERÊNCIAS

- BIANCHINI, Edwaldo. Mateática 8º ano. 7ª Edição. São Paulo: Moderna, 2011.
- http://ensinodematemtica.blogspot.com.br/2011/06/expressoes-numericas.html (Acessado em 10/05/2015)
- http://www.calculobasico.com.br/exercicios-de-expressoes-numericas-com-fracoes/ (Acessado em 10/05/2015)
- RUBINSTEIN, Cléa. Matemática para o curso de formação de professores de 1ª a 4ª série do ensino fundamental 2. Ed. Rev. - São Paulo : Moderna, 1997.
- http://www.infoescola.com/matematica/potenciacao-exponenciacao/ (Acessado em 10/05/2015)
- http://www.infoescola.com/matematica/radiciacao/ (Acessado em 10/05/2015)