

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESPORTE: UMA PROPOSTA DE  
INVESTIGAÇÃO E RESSIGNIFICAÇÃO DE SABERES CIENTÍFICOS**

Renan Messias Morales

Universidade Federal do Pampa

renansistema@hotmail.com

Ana Paula Falcão da Silveira Gomes

Universidade Federal do Pampa

anapaulafsgomes@hotmail.com

Carla Machado Bulsing Dutra

Universidade Federal do Pampa

carla\_bulsing@hotmail.com

Gerusa Camargo Rodrigues

Universidade Federal do Pampa

gerusa.cr@gmail.com

Iuri Barcelos Pereira Rocha

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-Rio-Grandense

rocha.iuri@gmail.com

Cristiano Peres Oliveira

Universidade Federal do Pampa

**Eixo temático:** Resolução de problemas, Modelagem Matemática e TIC.

**Modalidade:** Relato de experiência.

**Categoria:** Aluno de Graduação/Pibid.

### **Resumo**

A atividade proposta neste trabalho possui caráter interdisciplinar envolvendo análise, interpretação e descrição dos conceitos físicos e matemáticos intrínsecos à realização de atividades esportivas. De forma mais específica, neste trabalho, serão apresentados resultados desenvolvidos a partir da prática do arremesso de lance livre do basquete. O desenvolvimento ocorreu em quatro encontros, divididos entre: sondagem dos conceitos já conhecidos pelos alunos, jogo e filmagem dos arremessos, modelagem da trajetória descrita pela bola e análise dos vídeos através de programas computacionais a fim de validar os modelos desenvolvidos. Pretendeu-se com esta atividade que os alunos identificassem os conceitos trabalhados no componente curricular de Física presentes no jogo de basquete e que consigam representá-los utilizando modelos matemáticos. Com base nesses modelos, relacionar os conceitos de função afim e função quadrática, associados ao arremesso do lance livre, utilizando ferramentas computacionais como os softwares Tracker e Geogebra para análise e simulação dos movimentos. O trabalho desenvolvido possibilitou que os alunos criassem conjecturas e comparassem os resultados dos softwares. O avanço significativo na percepção dos conceitos matemáticos e físicos evidencia a relação entre a teoria e a prática desenvolvida através da Modelagem Matemática.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Basquete; Tracker; Geogebra.

### **Introdução**

Um dos paradigmas no cenário educacional na atualidade tem sido a inserção de metodologias que contemplem atividades interdisciplinares, contextualizadas e que

possibilitem ao aluno uma aprendizagem significativa, respaldados pelas palavras de Grossi (1990, p. 47), quando cita: “A interpretação entre saber e conhecimento é um produto da aprendizagem que realmente interessa ao ser humano [...]”. Nessa perspectiva, desenvolveu-se o presente trabalho, realizado pelo grupo de bolsistas do PIBID - Subprojeto Matemática da Universidade Federal do Pampa atuante no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-Rio-Grandense - Campus Bagé/RS com a turma do segundo semestre do Curso Técnico Integrado em Informática.

A atividade proposta consistiu na análise, interpretação e descrição dos conceitos físicos e matemáticos intrínsecos à realização do arremesso de lance livre do basquete. A atividade tinha como objetivo que os alunos identificassem os conceitos trabalhados no componente curricular de Física presentes no jogo e que conseguissem representá-los utilizando modelos matemáticos. Além disso, esperava-se que, com base nesses modelos, que os estudantes relacionassem os conceitos de função afim e função quadrática, utilizando ferramentas computacionais como os softwares Tracker e Geogebra para análise e simulação dos movimentos.

A utilização de uma modalidade esportiva conhecida pelos estudantes como objeto de estudo foi um aspecto importante no caráter motivacional do trabalho. Além disso, por intermédio do basquete, foi possível identificar e ressignificar os conceitos físicos e matemáticos já estudados, como por exemplo, Movimento Retilíneo Uniforme Variado (MRUV) e o comportamento das funções quadráticas. Diante desse contexto, os alunos puderam evidenciar a descrição de uma situação da realidade através da construção de um modelo matemático, que segundo Bassanezi (1999, p.12) é definido da seguinte forma:

[...] um modelo matemático é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno - este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou até mesmo um outro modelo matemático.

Utilizou-se a modelagem na tentativa de aproximar a matemática apresentada na sala de aula com a vivenciada no cotidiano dos alunos. Desta forma, buscamos responder perguntas que têm sido constante nas salas de aula, “para que serve isso?”, “onde eu uso essas informações?”, encontrando aporte teórico em D’Ambrósio (1993, apud BASSANEZI, 1999, p. 11):

Este caráter surpreendente de aplicabilidade da Matemática tem sido constante do seu desenvolvimento. Uma das razões parece ser que o desenvolvimento da Matemática não se processa de uma maneira isolada, mas recebe influências freqüentes [sic] das próprias mudanças que ela ajudou a realizar.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1999, p.42) o ensino da Matemática no nível médio tem como finalidade auxiliar o aluno a desenvolver algumas habilidades. Entre as quais, vem de encontro ao projeto:

- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações.

Nesse contexto, o presente projeto propôs a investigação de grandezas físicas e matemáticas existentes no basquete, possibilitando, assim, uma aprendizagem significativa e contextualizada dos conteúdos trabalhados nas respectivas disciplinas.

No restante do texto é descrito o processo de modelagem do arremesso de lance livre, assim como, os resultados identificados por meio de questionários e as conclusões elaboradas a partir da reflexão e de leituras desenvolvidas pelo grupo.

## **Metodologia**

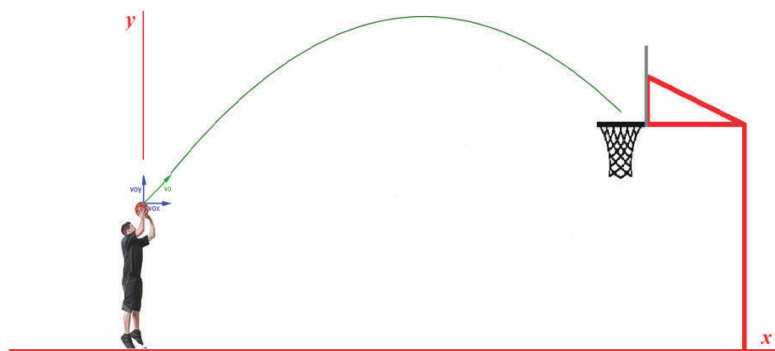
A atividade desenvolveu-se em quatro encontros. No primeiro, realizou-se a apresentação da proposta, bem como, a exposição breve dos softwares Tracker e Geogebra que seriam utilizados nas próximas etapas. Após a apresentação os alunos responderam um questionário que abordava conceitos matemáticos e físicos já estudados e que seriam explorados durante o desenvolvimento da atividade. Este tinha como principal objetivo sondar a ideia preliminar que os alunos têm sobre funções e suas aplicações.

O segundo encontro foi destinado à prática de arremessos de lances livres. Os alunos juntamente com os bolsistas ID e com o supervisor se deslocaram do Instituto até uma quadra esportiva da cidade. Os arremessos foram registrados em vídeos para que, posteriormente, fossem analisados e explorados com o auxílio dos softwares, portanto, a câmera foi posicionada em posição perpendicular à cesta e ao arremessador para que fosse possível analisar o movimento da bola. Visando garantir a precisão dos modelos matemáticos foi solicitado aos alunos que fizessem algumas medidas que são imprescindíveis no momento da análise. Sendo elas: distância do arremessador até a tabela, altura da cesta até o chão, altura do arremessador, diâmetro da cesta e altura de algum objeto que sirva como ponto de referência para a calibração, nesse caso, foi usado uma plataforma para árbitro de voleibol.

O terceiro encontro foi desenvolvido em sala de aula, quando os bolsistas juntamente com o supervisor abordaram o modelo matemático que descreve a trajetória da

bola. Durante os arremessos foi possível perceber que a bola desenvolvia diferentes trajetórias. A causa principal disso, segundo os alunos, estava relacionada à força e a angulação utilizada. Essa conclusão pôde ser confirmada a partir do desenvolvimento do modelo construído com base nas variações da posição e velocidade da bola, da força e ângulo de arremesso. O movimento descrito pela bola no arremesso de lance livre no basquete é sempre dado por uma trajetória parabólica e definido como lançamento oblíquo, como mostra a figura abaixo:

Figura 1 – Trajetória da bola



Fonte: Elaborada pelo autor.

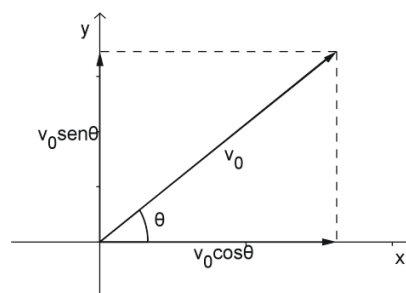
As equações do movimento oblíquo, nas direções horizontal e vertical são:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t \rightarrow \text{deslocamento horizontal (MRU)}$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \rightarrow \text{deslocamento vertical (MRUV)}$$

As componentes horizontal ( $v_{0x}$ ) e vertical ( $v_{0y}$ ) do vetor velocidade podem ser obtidas a partir da decomposição ortogonal da velocidade inicial do lançamento  $v_0$ , da seguinte forma:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\theta \\ v_{0y} = v_0 \sin\theta \end{cases}$$



A posição horizontal no momento do lançamento é igual a 0, ou seja, a posição vertical inicial é dada pela altura da bola no momento em que ela perde o contato com a mão do atleta. Substituindo as componentes vertical e horizontal da velocidade, e a posição horizontal inicial, se obtém as equações da distância e altura do objeto:

$$x = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t$$

$$y = y_0 + v_0 \cdot \sin\theta \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Se isolarmos a variável na 1ª equação, e substituirmos na segunda, obtemos a expressão da trajetória do objeto:

$$y = y_0 + v_0 \cdot \text{sen}\theta \cdot \frac{x}{v_0 \cos\theta} - \frac{g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos\theta}\right)^2}{2}$$

O que implica que a equação da trajetória do objeto é dada por:

$$y = y_0 + \tan\theta \cdot x - \frac{g \cdot x^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta}$$

Definida a equação da trajetória descrita pela bola durante o arremesso de lance livre, resolvemos avaliar o modelo desenvolvido a partir de alguns testes gráficos realizados com o software Geogebra. Pretendíamos com essa discussão refletir sobre o comportamento da bola, a partir da definição de algumas constantes, como a altura inicial, a velocidade inicial e o ângulo de lançamento e verificar se o comportamento apresentado no Geogebra seria condizente com o esperado.

Para validação do modelo, sugerimos alguns testes arbitrários, cujo resultado seria previsível, como por exemplo: ângulo inicial maior que 90°, de modo que a bola iria deslocar-se para trás do arremessador; ângulo inicial igual a 90°, o que implicaria no desenvolvimento de uma trajetória estritamente vertical, sem um deslocamento horizontal; ângulo inicial fixo, diferente de 90° e variações da velocidade inicial; e ângulo inicial fixo, diferente de 90°, velocidade inicial fixa e variação na altura inicial do arremesso.

A partir dessas discussões foi possível verificar que a trajetória representada pelo modelo apresentou resultados coerentes e de acordo com o previsto. Desta forma, considerou-se válida a representação obtida.

No quarto encontro, foi realizada a análise dos vídeos dos arremessos gravados anteriormente pelos alunos. Para realização dos testes, utilizou-se o software de vídeo-análise Tracker, que possibilita a identificação das grandezas físicas intrínsecas aos movimentos realizados em cada arremesso (velocidade, aceleração, posição, trajetória, ângulo de lançamento).

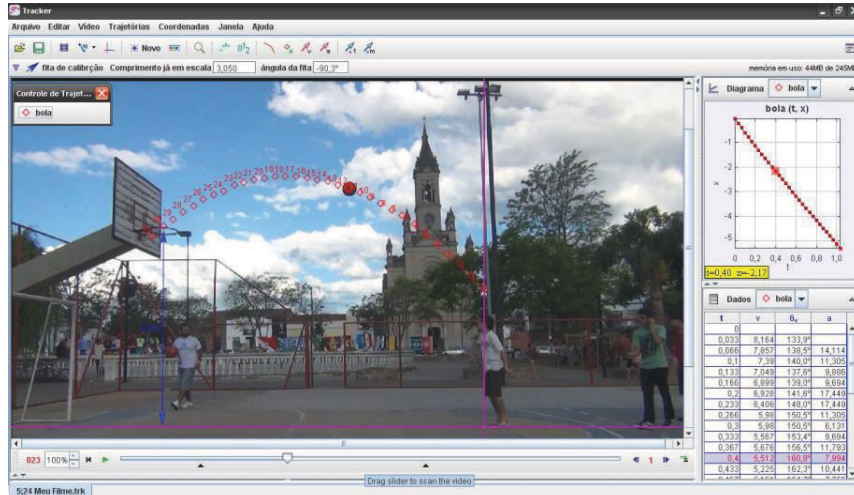


Nesse processo, foi necessário que os alunos inicialmente escolhessem os vídeos adequados, nos quais o arremessador não tenha ultrapassado o ponto de arremesso e a bola tenha entrado diretamente na cesta. Essa condição é importante, pois o modelo utilizado não prevê o comportamento da bola após colidir com a tabela.

Para realizar o estudo das gravações, utilizou-se um programa de vídeo análise denominado Tracker. Esse programa possibilita a identificação das grandezas físicas relacionadas ao movimento de determinado objeto, nesse caso, da bola. Com ele é possível identificar a posição inicial, a velocidade inicial, o ângulo inicial do arremesso e a altura com que a bola deixa a mão do arremessador. Essas grandezas são fundamentais para a comparação entre o lançamento real, gravado em vídeo, e o resultado apresentado pelo modelo matemático desenvolvido.

A análise do vídeo foi realizada seguindo os seguintes passos: os estudantes definiram a marcação dos pontos inicial e final de cada lançamento no vídeo; escolheram a posição adequada para inserção dos eixos coordenados, definiram um objeto com medida conhecida utilizado para calibrar a unidade de medida no Tracker, marcar a trajetória do objeto frame a frame; fizeram a escolha das grandezas físicas a serem apresentadas pelo programa e, por fim, analisar e comparar os resultados do vídeo com as medidas reais.

Figura 2 – Interface do Tracker



Fonte: Elaborada pelo autor.

Após a discussão e análise dos resultados, a atividade foi finalizada com a aplicação de um questionário, com o objetivo de realizar um comparativo entre as respostas obtidas durante a primeira etapa e observar a ressignificação dos conceitos envolvidos no jogo. O questionário final apresentava questões conceituais ligadas ao estudo de funções e questões contextualizadas com a prática do basquete, com objetivo de verificar se os estudantes conseguiam estabelecer relações adequadas entre teoria e uma situação prática.

## Resultados

O trabalho desenvolvido apresentou um avanço significativo para a percepção dos conceitos matemáticos e físicos relativos a um arremesso de lance livre. Os questionários aplicados pré e pós a atividade refletem como tópico mais importante o entendimento de funções afim, funções quadráticas, MRU e MRUV, assim como a associação de eventos do cotidiano com o conteúdo desenvolvido nestas componentes curriculares.

Esperava-se com este trabalho que os estudantes, a partir da prática, despertassem o interesse por conhecimentos associados às questões curriculares, didáticas e cognitivas desenvolvidos na sala de aula e conseguissem interpretar situações do cotidiano.

Quando questionados, logo na primeira visita, a maioria dos estudantes não respondeu satisfatoriamente sobre conceitos de funções, pois, embora já tivessem estudado esses conteúdos no Ensino Médio demonstraram dificuldade em relacioná-lo com situações do cotidiano. Contudo, durante a aplicação da atividade, nos demais encontros esta questão foi apresentada em vários momentos, com discussões do que estava acontecendo com a trajetória descrita pela bola e a respeito dos fatores que alterados modificariam tal trajeto, dos conceitos de MRU e MRUV, assim tornando a atividade interessante e investigativa, o que ocasionou uma construção de conhecimento e uma ressignificação de saberes.

## **Conclusões**

A modelagem matemática aliada à utilização de ferramentas computacionais possibilitou que os alunos criassem conjecturas e comparassem os resultados dos softwares, na perspectiva de encontrar as melhores condições para que o lance livre ocorresse de maneira satisfatória. Assim, a modelagem matemática tornou-se uma alternativa para que os alunos pudessem relacionar a teoria e a prática e através dessa metodologia supor hipóteses a fim de que o problema proposto nesse trabalho fosse solucionado a partir da prática e de dados da própria realidade.

Podemos concluir que a aplicação do projeto abordando uma prática esportiva, aliada a essa metodologia proporcionou um ambiente em que os discentes pudessem visualizar a matemática de outra maneira. Portanto, propor na escola uma metodologia diferente do tradicional, em que habitualmente valoriza-se a memorização e a resolução de exercícios possibilita que os discentes tenham um aproveitamento maior na disciplina e uma aprendizagem mais significativa.

## Referências

BASSANEZI, Rodney C. *Modelagem Matemática: Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores*. UNICAMP - IMECC. Disponível em: <[http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art\\_1.pdf](http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art_1.pdf)> Acesso em: 05 de maio de 2016.

GROSSI, Esther. *A contribuição da psicologia na educação*. Em *Aberto*, Brasília, ano 9, n. 48, out./dez. 1990.

NACIONAIS, Parâmetros Curriculares. Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.