

**PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSAS DE INICIAÇÃO À  
DOCÊNCIA  
SUBPROJETO MATEMÁTICA – UNIPAMPA BAGÉ - 2017**

<b>Escola:</b> Escola Silveira Martins	<b>Coordenadora do Subprojeto:</b> Denice Menegais	<b>Supervisora na Escola:</b> Ana Lucia Perdomo	<b>Nível de Ensino:</b> Médio
--	---	--	--------------------------------------

## Plano de Aula e/ou Roteiro de Atividades

### I. Dados de Identificação

<b>Professor (a) regente:</b> Adriana Torma	<b>Data:</b> 15-08-17 e 18- 08-17	<b>Série:</b> 3ºano	<b>Turma:</b> 131, 132 e 133	<b>Carga horária:</b> 2 h/a
--	---	------------------------	---------------------------------	--------------------------------

<b>Bolsista(s) responsável(eis):</b> Alexandra Beatriz Silveira Pacheco, Aline de Sousa Domenech, Daiane da Silva Fagundes, Gabriel Konflanz, Juliana Alves D'Ávila e Thalyta Lopes.	<b>Título da atividade:</b> Construção dos Sólidos de Platão.
---	---

### II. Tema

Sólidos de Platão

### III. Objetivos

- Diferenciar os tipos de sólidos;
- Reconhecer os conceitos;
- Planificar sólidos
- Desenvolver o raciocínio lógico.
- Relembrar conhecimentos já adquiridos.

### IV. Conteúdos

- Sólidos;
- Elementos de um sólido;
- Classificação quanto ao número de lados;
- Sólidos de Platão (definições);
- Relação de Euler.

## V. Desenvolvimento do tema e os procedimentos de ensino.

Atividade será desenvolvida em duas aulas.

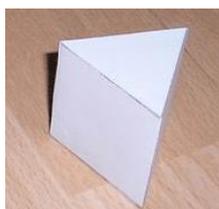
1ª Aula: Conceitos.

Com o auxílio de slides introduziremos seguintes conceitos:

- ✓ O que são sólidos.

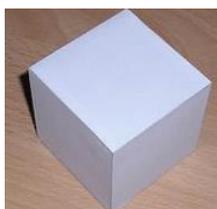
São objetos tridimensionais definidos no espaço. Alguns exemplos de sólidos geométricos são: cubos, pirâmides, prismas, cilindros e esferas. Os sólidos podem apresentar diversas formas, mas algumas características básicas definem esse sólido geométrico. Por exemplo, o número de faces do sólido será exatamente igual ao número de lados do polígono que constitui suas bases (superior e inferior), dessa forma, sua classificação quanto ao número de lados. O sólido geométrico é formado pelos seguintes elementos: base, altura, vértices, arestas e faces laterais.

Figura 1 – Prisma Triangular



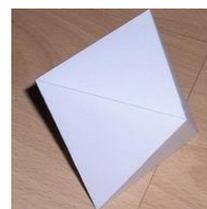
Fonte: (MEC, 2009)

Figura 2 – Cubo



Fonte: (MEC, 2009)

Figura 3 – Octaedro

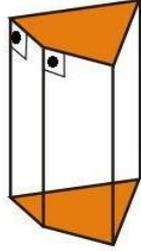


Fonte: (MEC, 2009)

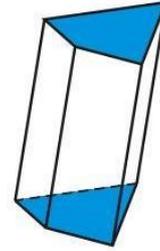
Os sólidos podem ser retos ou oblíquos. Os retos são aqueles em que a aresta lateral forma com a base um ângulo de  $90^\circ$ , e os oblíquos são aqueles em que as arestas formam ângulos diferentes de  $90^\circ$ .

Figura 4 – Prisma reto

Figura 5 – Prisma oblíquo



Fonte: (MEC, 2009)



Fonte: (MEC, 2009)

### ✓ Sólidos de Platão

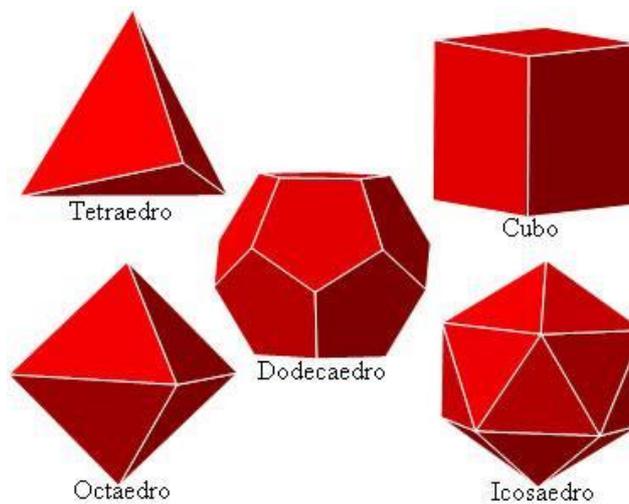
Os sólidos de Platão também são denominados de poliedros, pois são formados por faces, arestas e vértices. As faces são constituídas por seções de planos, considerando que entre duas faces temos as arestas, as quais possuem em suas extremidades os vértices. Platão foi um filósofo grego, que viveu entre os séculos V e IV a.C., e estabeleceu importantes propriedades em alguns poliedros.

Os poliedros de Platão possuem características próprias e se enquadram nas seguintes condições:

- a) em todas as suas faces polígonos regulares congruentes entre si.
- b) todos os seus ângulos poliédricos são regulares e congruentes entre si.
- c) de cada um de seus vértices partem o mesmo número de arestas.

Exemplos:

Figura 6 - Sólidos de Platão



Fonte: (BRASI, 2017)

### ✓ Curiosidade:

Platão, em seus estudos, relacionou cada poliedro a elementos da natureza.

Tetraedro: fogo

Cubo (hexaedro): terra

Octaedro: ar

Icosaedro: água

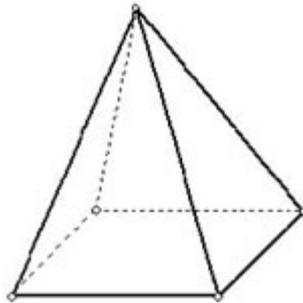
Dodecaedro: cosmos

### ✓ Relação de Euler

A relação criada pelo matemático suíço Leonhard Euler possui extrema importância na determinação do número de arestas, vértices e faces de qualquer poliedro convexo e alguns não convexos. Essa relação permite que os cálculos sejam realizados no intuito de determinarmos o número de elementos de um poliedro. A fórmula criada por Euler é a seguinte:  $V - A + F = 2$ , onde  $V$  = número de vértices,  $A$  = número de arestas e  $F$  = número de faces.

Exemplo: Determine o número de vértices da pirâmide quadrangular a seguir:

Figura 7 – Pirâmide quadrangular



Fonte: (ESCOLA, 2017)

Visivelmente pode-se afirmar que a pirâmide possui 5 vértices, 5 faces e 8 arestas. Será demonstrado que a relação de Euler é válida na determinação dos elementos da pirâmide de base quadrangular.

Vértices

$$V - A + F = 2$$

$$V - 8 + 5 = 2$$

$$V = 2 + 3$$

$$V = 5$$

Arestas

$$V - A + F = 2$$

$$5 - A + 5 = 2$$

$$-A = 2 - 10$$

$$-A = -8 \cdot (-1)$$

$$A = 8$$

Faces

$$V - A + F = 2$$

$$5 - 8 + F = 2$$

$$-3 + F = 2$$

$$F = 2 + 3$$

$$F = 5$$

Pode-se notar que a relação de Euler é realmente válida na determinação dos elementos de um sólido convexo.

Exercícios:

01. (FAAP/SP) Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces.

Solução:

De acordo com o enunciado, temos:

$$A = V + 6$$

Usando a Relação de Euler e substituindo A de acordo com a igualdade acima:

$$V + F = 2 + A$$

$$V + F = 2 + V + 6 \quad \blacktriangleright \quad F = 8$$

02. (FATEC/SP) Um poliedro convexo tem 3 faces com 4 lados, 2 faces com 3 lados e 4 faces

com 5 lados. Qual é o número de vértices desse poliedro?

Solução:

Do enunciado, sabemos que

Número de faces:  $3 + 2 + 4 = 9$

Número de arestas:

3 faces com 4 lados:  $3 \cdot 4 = 12$

2 faces com 3 lados:  $2 \cdot 3 = 6$

4 faces com 5 lados:  $4 \cdot 5 = 20$

Somando:  $12 + 6 + 20 = 38$

As faces são unidas, duas a duas, por uma aresta. Ao contarmos todas as arestas de todas as faces, cada aresta é contada duas vezes, uma para cada face "grudada" nela. Assim, esse número, na verdade, é o dobro do número real de arestas do poliedro. Logo:

$$A = 38 \div 2 = 19.$$

Usando, agora, a Relação de Euler, temos:

$$V + F = 2 + A$$

$$V + 9 = 2 + 19$$

$$V = 21 - 9 \quad \blacktriangleright \quad V = 12.$$

03. Num poliedro convexo, o número de faces é 8 e o número de arestas é 12. Qual é o número de vértices desse poliedro?

Solução:

Usando a relação de Euler, temos:

$$V + F = A + 2$$

$$V + 8 = 12 + 2$$

$$V = 6$$

04. Um poliedro convexo possui 2 faces triangulares e 3 faces quadrangulares. Determine o número de arestas e de vértices desse poliedro.

Solução:

Número de arestas 18 arestas

$$2 \text{ faces triangulares} \blacktriangleright 2 \times 3 = 6$$

$$3 \text{ faces quadrangulares} \blacktriangleright 3 \times 4 = 12$$

Uma aresta é comum a 2 faces, então

$$2A = 18 \blacktriangleright A = 9.$$

Número de vértices:

$$V + F = A + 2 F = 2 + 3$$

$$V + 5 = 9 + 2 F = 5$$

$$V = 11 - 5 \blacktriangleright V = 6$$

05. Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou a fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

Solução:

Como o poliedro tem 12 faces pentagonais, então:

$$12 \bullet 5 = 60$$

O poliedro tem 20 faces hexagonais, assim

$$20 \cdot 6 = 120,$$

logo:

$$F = 12 + 20 = 32$$

Cada aresta foi contada duas vezes, portanto temos:

$$2A = 60 + 120 \blacktriangleright 2A = 180(\div 2) \blacktriangleright A = 90$$

Como o poliedro é convexo, vale a relação de Euler,

$$V - A + F = 2, \text{ portanto:}$$

$$V - 90 + 32 = 2$$

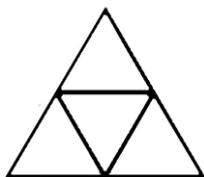
$$V = 2 + 90 - 32 \blacktriangleright V = 60$$

## 2ª Aula: Construção dos sólidos de Platão

Será apresentado aos estudantes alguns sólidos, os mesmos terão que identificar quais são de Platão e definir suas características.

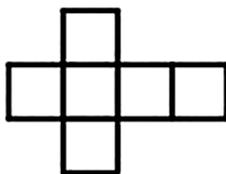
Na sequência será proposto aos estudantes a construção dos sólidos de Platão partir da sua planificação. Os mesmos estarão dispostos em grupos de no máximo 4 integrantes. Cada um poderá escolher qual sólido irá construir.

Figura 8- Planificação Tetraedro



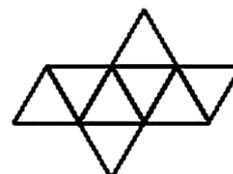
Fonte: (MEC, 2009)

Figura 9 – Planificação Cubo



Fonte: (MEC, 2009)

Figura 10 – Planificação Octaedro



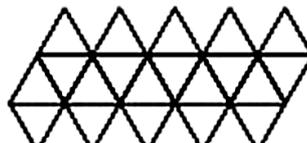
Fonte: (MEC, 2009)

Figura 11 – Planificação Dodecaedro



Fonte: (MEC, 2009)

Figura 12 – Planificação Icosaedro



Fonte: (MEC, 2009)

Para confecção dos sólidos os estudantes poderão escolher o material (canudos, cartolina, palitos de churrasco, etc.).

Após a confecção cada um poderá testar a relação de Euler, no seu sólido e compartilhar com o seu grupo.

## VI. Recursos didáticos utilizados

Quadro branco, caneta para quadro branco, slides, canudos, barbante, cartolina, palito de churrasco, tesoura e cola branca.

## VII. Avaliação

A avaliação será realizada pela observação da turma, suas discussões e conclusões.

## VIII. Referências

OLIVEIRA, Ana Teresa De Carvalho Correa De; D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva; GRANDO, Regina Célia. **A pesquisa em práticas escolares em educação matemática: reflexões e desafios**. São Paulo, v.17, n.3, 2015. Disponível em:

<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/25662/pdf>. Acesso em: 31 maio. 2016.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Relação de Euler "; Brasil Escola. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/relacao-euler.htm> >. Acesso em 21 de junho de 2017.

Sites:

<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/os-solidos-platao.htm>

<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home.htm?sequence=33>

<http://rei.biblioteca.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/6/3/APRJ08082012.pdf>.