



## ANÁLISE LIVRO DIDÁTICO

### **PIBID - Subprojeto Matemática**

**Campus:** Caçapava do Sul

**Bolsista:** Jocilene Castro Soares

### **Introdução**

O interesse em desenvolver uma pesquisa sobre o ensino de Geometria, especificamente, Geometria Analítica emergiu dos estudos realizados para desenvolver as atividades do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e da Regência I<sup>1</sup>. Ao realizar esses estudos percebeu-se que a forma como os conteúdos/conceitos matemáticos podem ser abordados na Educação Básica, geralmente, seguem as sequências propostas por coleções de livros didáticos. Assim, optou-se por realizar uma análise detalhada desse material didático, no que tange aos conteúdos/conceitos de Geometria Analítica.

### **Livros Analisados**

Coleção 1 - Conexões com a Matemática – Editora Moderna, 2013. Volume 3.

Coleção 2 – Matemática Paiva, Editora Moderna, 2013. Volume 3.

Coleção 3 – Matemática Contexto e Aplicações – Dante. Editora Ática, 2013. Volume 3.

---

<sup>1</sup> O estágio curricular tem como objetivo estabelecer uma relação entre a teoria e a prática e denominam-se Cotidiano da Escola dividindo em seis estágios: observação, observação e intervenção, aulas de monitoria, Grupos de Estudo Orientado – GEO, regência I e regência II.

Quadro 2: Categorias de análise

Categorias	Descrição
Introdução dos conteúdos/conceitos	Esta categoria foi organizada segundo os objetivos previstos pelo trabalho com Geometria Analítica nas propostas curriculares, objetivos estes destacados em uma das coleções analisadas. Estes objetivos serão descritos ao longo do item análise.
Transformações cognitivas	Verificação de quais transformações cognitivas são mais exploradas e quais os sentidos das conversões.
Demonstração	Reconhecimento de quais leis matemáticas são demonstradas no estudo dos conceitos de Geometria Analítica.

Fonte: Elaboração da autora.

### Análise

A análise de como os conteúdos/conceitos de Geometria Analítica são apresentados nas coleções de livros didáticos. A Geometria Analítica é abordada com ênfase no Volume 3 das coleções de livros didáticos. Este volume é elaborado para o trabalho com o terceiro ano do Ensino Médio. A coleção C3 apresenta uma discussão acerca da Geometria Analítica no Volume 1 ao tratar da função afim (Item específico dentro do Capítulo: Conexão entre função afim e Geometria Analítica). Já no Volume 2, ao tratar da Geometria Espacial de posição há situações que destacam conceitos sobre: posição entre duas retas, distância entre dois pontos e distância entre ponto e reta.

A análise de como as coleções propõem a introdução dos conteúdos/conceitos foi realizada a partir dos objetivos definidos nas propostas curriculares e destacados por uma das coleções.

#### **Objetivo 1 – Representar pontos, segmentos e retas no plano cartesiano.**

Em relação a este objetivo, constatou-se que as primeiras páginas dos volumes referentes a Geometria Analítica propõem a retomada do sistema cartesiano ortogonal.

Na Coleção 1 esta retomada é feita por meio da representação gráfica, destacando a bissetriz dos quadrantes ímpares e pares; e a localização de pontos no plano. Esta organização também é observada na Coleção 3. Na Coleção 2, é apresentado o plano cartesiano e a representação geométrica de um ponto, a representação gráfica de uma função (da parábola) e a representação gráfica de uma inequação ( $x \geq 4$ ). Constatou-se que a Coleção 3 ao retomar o plano cartesiano explora mais exemplos do que as demais, pois aborda a representação gráfica de uma inequação.

Outros conteúdos/conceitos abordados relacionados ao objetivo A são: ponto médio e condição de alinhamento de três pontos. Na coleção 1, a fórmula utilizada para determinar as coordenadas do ponto médio é demonstrada por meio do Teorema de Tales e são exploradas as representações gráficas e algébricas. Em relação à condição de alinhamento de três pontos, verifica-se que o autor utilizou a semelhança de triângulos para mostrar que o resultado encontrado é o mesmo que se utilizar a regra de Sarrus na resolução do determinante formado pelos três pontos. Na coleção 2, percebeu-se que o autor não demonstra a fórmula para determinar o ponto médio, optando por utilizar um exemplo numérico e generalizar a partir deste. Entende-se que a demonstração na fórmula para determinar o ponto médio de um segmento de reta poderia ser realizada, pois, possibilita retomar um dos teoremas importantes da Matemática, ou seja, o Teorema de Tales. O autor aborda a condição de alinhamento de três pontos, por meio do conceito de coeficiente angular. Na coleção 3, o autor utiliza a demonstração aplicando o Teorema de Tales para determinar as coordenadas do ponto médio e Condição de alinhamento de três pontos.

### **Objetivo 2 – Calcular a distância entre dois pontos**

Na Coleção 1, a introdução das questões relacionadas ao objetivo B é realizada por meio de uma situação-problema: qual seria a menor distância para o helicóptero do corpo de bombeiros resgatarem um grupo de pessoas que se perdeu em uma caminhada na mata. Após a discussão da situação-problema é exposta a demonstração da fórmula que permite calcular a distância entre dois pontos. Esta demonstração destaca o conceito de módulo e o Teorema de Pitágoras. Verifica-se que as propriedades de módulo não são retomadas (figura 4), o que pode gerar algumas dificuldades no entendimento na conversão de  $|x_B - x_A|^2$  para  $(x_B - x_A)^2$ .

As coleções 2 e 3 não utilizam na demonstração da fórmula da distância entre dois pontos o conceito de módulo, apenas o Teorema de Pitágoras. Nota-se a utilização das representações gráfica e algébrica.

### **Objetivo 3 – Escrever de diferentes formas a equação da reta**

Na coleção 1, a equação geral da reta é a primeira forma abordada. Para tanto, são apresentadas as representações gráfica e algébrica. Cabe destacar que, a representação algébrica da reta é obtida por meio da condição de alinhamento de três pontos, sendo  $P$  um ponto arbitrário,  $P = (x, y)$ . Ressalta-se que o procedimento adotado envolve a resolução do determinante da matriz formada por dois pontos pertencentes a reta e o ponto arbitrário ( $P$ ). Em seguida, é discutido a inclinação da reta e o coeficiente angular, sendo utilizadas as representações gráfica, simbólica e algébrica. Neste item, são apresentados casos particulares em que a reta forma com o eixo  $x$  um ângulo de  $90^\circ$  e  $0^\circ$ . A fórmula que permite calcular o coeficiente angular da reta é demonstrada por meio da semelhança de triângulos, sendo destacados, os casos em que o ângulo está entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  e  $90^\circ$  e  $180^\circ$ .

Outra maneira de determinar a equação da reta é exposta, ou seja, explica-se o procedimento a ser utilizado quando são conhecidos o coeficiente angular e um ponto. A partir desta forma, o autor explora a equação reduzida da reta. Destaca-se que há uma breve explicação sobre a relação entre a equação reduzida da reta e a função afim. Percebe-se que não é discutido quais são as aproximações e distanciamentos entre  $y = mx + z$  e  $f(x) = ax + b$ , por exemplo, diferenças entre coeficiente angular e taxa de variação.

A forma segmentária da equação da reta, também, é apresentada. Para isso, utilizam-se as representações algébricas e gráficas. A forma paramétrica de representar a equação de uma reta é exposta por meio de exemplos que enfatizam apenas a representação algébrica.

Na coleção 2, constata-se que a um trabalho inicial direcionado para a determinação da equação de uma reta, sem se preocupar com as diferentes formas. Para a determinação de uma equação de reta é enfatizado o ângulo e o valor da tangente do ângulo, esta última denominada de coeficiente angular de uma reta  $r$  de inclinação  $\alpha$ . Há uma observação de que o coeficiente angular da reta pode ser determinado conhecendo-se dois pontos. A fórmula que permite calcular o coeficiente angular para

pontos quaisquer é apresentada sem relação com a representação gráfica. Verifica-se que há um tópico específico para tratar das equações das bissetrizes dos quadrantes e das retas horizontais e verticais. Neste tópico, o autor utiliza a representação gráfica e algébrica das retas, destacando o ângulo formado entre as retas e o eixo  $x$ . Em outro capítulo, as diferentes formas da equação de uma reta (geral, reduzida e paramétrica) são discutidas de forma breve, pois o foco é abordar as posições relativas de retas. Observa-se que a coleção 1 deu um maior destaque para as diferentes formas de equação de uma reta, enfatizando as diversas representações, o que não ocorreu na coleção 2, pois a representação algébrica foi a única explorada.

A coleção 3, segue os mesmos procedimentos adotados na coleção 2 para discutir as diferentes formas da equação de uma reta. Em outras palavras, aborda primeiro o coeficiente angular de uma reta, demonstrando a fórmula para calcular este coeficiente. A representação gráfica é utilizada como ponto de partida para essa demonstração. Em seguida, são apresentadas as formas reduzida, segmentária, geral e paramétrica da equação de uma reta, dando ênfase para a representação algébrica.

#### **Objetivo 4 – Discutir posições relativas entre duas retas**

Na Coleção 1, as representações gráfica e algébrica são utilizadas para introduzir este conteúdo por meio de alguns casos específicos. Observa-se que não há sugestões de um trabalho com softwares para analisar as condições necessárias, tanto na representação gráfica quanto na algébrica, para que as retas sejam: coincidentes, paralelas, concorrentes (não perpendiculares e perpendiculares). A condição de paralelismo de duas retas é apresentada por meio da representação gráfica e simbólica ( $m_r = m_s$ ). Em relação ao perpendicularismo de duas retas, verifica-se que para demonstrar a condição de perpendicularismo é utilizada a representação gráfica para destacar os ângulos internos e externos de um triângulo, visto que esta parte do teorema do ângulo externo. O cálculo do ângulo formado entre duas retas, também, foi abordado nessa coleção.

Já na coleção 2, o autor retoma o método para determinar a intersecção de retas concorrentes, destacando a representação gráfica dessas retas e a organização do sistema linear envolvendo as equações das retas. Outra maneira de determinar a concorrência de duas retas é apresentada, ou seja, a resolução do determinante da matriz cujos elementos são os coeficientes das equações da reta. Após apresentação destes conceitos, o autor

expõe a representação gráfica de várias retas em dois momentos. No primeiro momento, as retas são paralelas e a ênfase dada é para a inclinação das retas em relação ao eixo  $x$ , com intuito de mostrar que o coeficiente angular é o mesmo. No segundo momento, são apresentadas no plano cartesiano retas perpendiculares, destacando que os coeficientes angulares são diferentes. A demonstração da relação entre os coeficientes angulares de retas perpendiculares é realizada do mesmo modo que na coleção 1. Destaca-se que na C2 essa relação, também, é apresentada na língua natural (Duas retas,  $r$  e  $s$ , não verticais são perpendiculares se, e somente se, o coeficiente angular de uma delas é igual ao oposto do inverso do coeficiente angular da outra). Os encaminhamentos referentes ao objetivo 4 na coleção 3 seguem a mesma estrutura descrita na coleção 2.

### **Objetivo 5 – Calcular a distância entre ponto e reta.**

Percebe-se que na coleção 1, são propostos dois procedimentos. O primeiro envolve determinar as coordenadas do ponto  $P'$ , sendo este a projeção do ponto  $P$  sobre a reta  $r$ . Para tanto, é preciso determinar a equação da reta  $s$ , que passa por  $P$  e é perpendicular a  $r$ . Após, organiza-se o sistema linear entre as duas equações de reta, com objetivo de calcular as coordenadas de  $P'$ . Sabendo as coordenadas de  $P'$  basta calcular a distância entre  $P$  e  $P'$  que esta corresponde a distância entre  $P$  e  $r$ . O segundo procedimento sugerido ao estudante é a utilização de uma fórmula para o cálculo de uma distância entre um ponto e uma reta. No entanto, esta fórmula não é demonstrada. Estes encaminhamentos, também, foram identificados na coleção 3. Já, na coleção 2, o conteúdo de distância entre ponto e reta é sugerido como um estudo complementar. Sendo este conteúdo apresentado na representação gráfica e algébrica, sem demonstração para a fórmula.

### **Objetivo 6 – Resolver inequações do 1º grau com duas variáveis e sistemas.**

Verifica-se que na coleção 1, são apresentados quatro exemplos e três exercícios resolvidos sobre este tema que partem da representação algébrica para a gráfica. Na coleção 2, é abordado a representação gráfica de uma inequação do 1º grau em um item denominado estudo complementar sobre reta. Assim, o foco está na conversão da representação gráfica para a algébrica. Ressalta-se que na coleção 3 este tema não é abordado.

## **Objetivo 7 – Calcular a área de um triângulo**

Na coleção 1, na fórmula da área do triângulo apresentada é demonstrada e a representação gráfica é utilizada como registro de partida para esta demonstração. Na coleção 2, a fórmula é dada a partir de representações gráficas (item complementar), na coleção 3, o autor apenas apresenta a fórmula sem nenhuma demonstração. Já nas coleções 2 e 3 a fórmula para o cálculo da área de um triângulo, conhecidos seus vértices, não é demonstrada.

### **Referencial:**

Conexões com a matemática/ organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. Editor responsável Fábio Martins de Leonardo. – 2. Ed.- São Paulo: Moderna, 2013.

Matemática: Paiva/ Manoel Paiva. Ed – 2. Ed. – São Paulo: Moderna, 2013.

Matemática: contexto e aplicações/ Luiz Roberto Dante. – 2. Ed. – São Paulo: Ática, 2013