Plano de Aula 1 - Gabriela Conrado

Data: 25/03/14

Conteudo: Geometria Espacial

Objetivos: Construir com o aluno os conceitos e aplicações da Geometria Espacial.

Identificar e conceituar poliedros; prisma, pirâmide

Identificar e conceituar corpos redondos: cilindro, cone e (~~esfera~~)

Construir com o aluno a noção de volume destes sólidos geometricos.

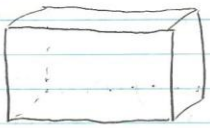
Desenvolvimento: Primeiramente irei me apresentar e expor um conceito básico de Geometria Espacial, "ciência do espaço que trabalha com formas e medições."

Falar das aplicações e utilizações principalmente na Engenharia e Arquitetura.

Pedir aos alunos que citem figuras geometricas espaciais ao seu redor.

Conduzir um dialogo de modo que ~~(illegible)~~ possamos chegar a forma da sala de aula: paralelepipedo.

Desenhar o sólido no quadro.



Falar que o desenho não é um paralelepipedo, mas sua representação.

O estudo da Geometria permite, representar coisas que já existem e representar algumas que vão existir.

Definir junto com o aluno conceitos de ponto, reta, segmento de reta, aresta, vértice, perímetro, face.

Retomar brevemente a geometria plana, relembrando por exemplo o conceito intuitivo de área, polígonos.

Após a definição básica da Geometria Espacial construir junto aos alunos outras figuras com bases diferentes, explicando assim o que são prismas.

Base triangular: Três pontos A, B, C ~~não~~ distintos estão no plano α, os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ unem estes pontos, formando um triangulo. A partir do ponto A segue um segmento de reta perpendicular ao plano α até o plano β ~~onde~~ este segmento é $\overline{AA'}$, o mesmo acontece a partir de B, com segmento de reta $\overline{BB'}$ e também com $\overline{CC'}$. A', B' e C' $\in \beta$. Os três segmentos $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ e $\overline{CC'}$ consequentemente são paralelos. As faces, ~~AAB~~ ABB'A', BCC'B', CAA'C' formam o prisma de base triangular.

Pedir a turma que escolham uma base para que possamos construir um outro prisma reto.

Explicar que se os segmentos de reta que formas as faces

do poliedro não forem perpendi-
culares ao plano da base do
polígono teremos um prisma oblíquo.
No caso prisma as bases
inferior e superior são iguais, formadas
pelos segmentos de reta congruentes, ou
seja, de mesmo tamanho.
Se ao invés de termos uma
base superior tivermos um Vértice V, onde
os segmentos de reta encontram-se.
Na base triangular formada
pelos pontos A, B, C ∈ plano α, estão
a uma distancia h de um ponto V no plano.
A partir de A um segmento de reta AV,
e assim por diante, $\overline{BV}$ e $\overline{CV}$. Teremos
três faces triangulares formadas por
ABV, BCV, CAV. Esta figura chamos de
piramide. *
Comparar o prisma com a
piramide retomandos os conceito e mos-
trando a diferença das faces.
Traçar uma reta r no prisma
e na piramide e explicar o que
são poliedros convexos (toda a reta
pertence a figura). Desenhar um sólido
representando uma letra L e explicar
não convexo.
Explicar a partir dos dois
prismas desenhados no quadro a relação
de Euler.
nº de Vertices subitraido do nº de
arestas e somado do nº de vértices

resulta em 2. $(V - A + F = 2)$

(Base triangular:) Prisma:
6 vértices
9 arestas $6 - 9 + 5 = 2$
5 faces

Base triangular piramide: Tetraedro
4 vértices
6 arestas $4 - 6 + 4 = 2$
4 faces

Explicar que a relação de Euler vale para poliedros convexos e alguns não convexos podem ser utilizados.

* Quandos todas as arestas que unem-se ao vértice V forem congruentes, mesmo tamanho a piramide é regular. Quando estas arestas tiverem tamanhos diferentes, não congruentes a piramide é oblíqua. A altura da cada face da piramide chamamos de apotema.

Após a definição dos poliedros prismas e pirâmides, retomar a ideia da utilização na engenharia civil, e mostrar a necessidade de conhecer a área da superfície, o espaço (volume). Falando sobre colocar pisos em construções, pintura. Ex 1.

Começar falando sobre o piso e o conceito intuitivo de área no paralelepípedo.

A área do chão, que é a face de um prisma, é base x altura.

Se fosse somente pintura, base x altura multiplicando pelas faces do prisma, enfocando novamente no exemplo da sala de aula como um paralelogramo.

Generalizar o exemplo para todos os prismas.

No cubo todas as arestas tem o mesmo tamanho, congruentes a área de uma face do cubo sendo multiplicada pelo nº de faces nos mostrarão a área da superfície do cubo.

Se um cubo tem aresta igua a 2cm. a área de uma face é $2 \times 2 = 4$, multiplicando por 6 faces, igual a $24cm^2$.

Se fossemos construir uma piscina, não basta saber a área da superfície e sim o espaço que há ali dentro, ou seja o volume.

Uma piscina cúbica, com 1,2m de arestas, multiplicando um lado por outro obtemos a área $1,2 \times 1,2 = 1,44m^3$, e agora a profundidade $1,44 \times 1,2 = 1,728m^3$.

Vamos calcular o volume de um prisma base hexagonal, a aresta mede 11cm. A área do hexágono é formada por 6 triangulos equiláteros. A área do triangulo equilátero é $\frac{12\sqrt{3}}{4} \times 6 = 314,367cm^2$

__/__/__

E altura 35cm, multiplicamos área base x altura, 314,367 x 35 = 11002,85

Para calcular a área da pirâmide vamos imaginá-la como um prisma, base triangular o qual foi seccionado retirando três piramides iguais.

O volume de um prisma é a área da base multiplicado pela sua altura. Se forem retiradas deste prisma original três piramides iguais, com arestas congruentes os volumes destas 3 pirâmides somados dão o volume do prisma original.

Então o Volume prisma = $3V \Rightarrow V = \frac{V_{prisma}}{3}$

o Volume da pirâmide triangular é dado por

$$\frac{V_{prisma}}{3} = \frac{\text{área da base} \times \text{altura}}{3}$$

A área da base de uma pirâmide é 36cm²
Uma secção transversal feita a 3cm da base tem 9cm² de área. Vamos calcular a altura da pirâmide.

$P_1 = 36cm^2$
$P_2 = 9cm^2$
$h - x = 3cm \Rightarrow x = h - 3$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{h^2}{x^2} = \frac{36}{9} = \frac{h^2}{(h-3)^2} \Rightarrow 4 = \frac{h^2}{(h-3)^2} \Rightarrow 2 = \frac{h}{h-3} \Rightarrow$$

$2h - 6 = h \Rightarrow h = 6$

altura 6cm.

Vamos considerar figuras nas quais a base é um círculo, como o cone e o cilindro.

No cilindro para calcularmos a área da superfície seguimos o mesmo raciocínio do prisma reto.

Área da base, circunferência e a altura, que neste caso é a superfície de um polígono.

Área da base πr^2, base inferior e superior $= 2\pi r^2$

O raio é o diâmetro dividido por 2.

então a lateral do cilindro é $2\pi r$, ~~a bas~~ a área da lateral é $2\pi r h$, sendo h a altura do ~~cone~~ cilindro. Área total = área base + área lateral

O volume do cilindro temos multiplicando a área da base do cilindro (πr^2) pela altura h.

$V_{cilindro} = \pi r^2 h$.

Para entendermos cone, temos que lembrar do conceito de pirâmide os dois tem na extremidade um vértice e não uma base. A diferença é que no cone a base inferior é uma circunferência.

Semelhante ao conceito da aresta da pirâmide que ligava um ponto ao vértice, temos o conceito de geratriz que liga um ponto do perímetro da circunferência ao vértice.

Para calcular a superfície do cone, somamos a área da base πr^2 com a área da superfície lateral $\pi r g \Rightarrow A_{total\ cone} = \pi r (g + r)$

Colors Of Life

___/___/___

Para conseguirmos entender como calcular o volume de um cone pensamos inicialmente em um cilindro, exatamente o mesmo raciocínio que fizemos para a pirâmide.

$3V_{pirâmide} = V_{prisma}$ (quando possuem bases iguais)

$3V_{cone} = V_{cilindro}$.

$V_{cone} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Ex: Qual é o volume de um cone de 7cm de raio, altura de 12cm?

$V = \frac{1}{2}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 7^2 \times 12 = 196\pi\, cm^3$

Como pesquisa para estudo extra classe. Entregar uma pesquisa sobre o Princípio de Cavalieri, o qual será relamado numa próxima aula fazendo as relações para cálculo do volume de figuras geométricas.

Ex 1:

3m
300cm

2m = 200cm

$200 \times 300 = 6000$

$2m \times 3m = 6m^2$