Jodi Labanda / /

PLANO: POTENCIAÇÃO

CLARICE. F. VIVIAN

POTÊNCIA ⇒ é a escrita abreviada para representar números "muito grandes" ou muito pequenos

⇒ Vamos calcular quantas chaves estão guardadas no armário. Observe

- o armário contém 5 gavetas
- cada gaveta tem 5 caixas
- cada caixa tem 5 chaveiros
- cada chaveiro tem 5 chaves.

Logo

$$\underbrace{\underset{\text{nº gavetas}}{5} \times \underset{\text{nº de caixas}}{5} \times \underset{\text{nº chaveiros}}{5} \times \underset{\text{nº de chaves por chaveiro}}{5}}_{\text{4 fatores iguais a 5}} = 625 \rightarrow \text{nº total de chaves}$$

Assim, a multiplicação de fatores IGUAIS chama-se POTENCIAÇÃO, e pode ser escrita de forma simplificada:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \underset{\text{fator que se repete}}{5}^{\overset{\rightarrow \text{nº de fatores}}{4}}$$

credeal

5^4

Lê-se:
cinco elevado à quarta potência.
ou cinco elevado à quatro)

$5^4 = 625$

4 → expoente

625 → potência

5 → Base

+ ex.

Casos particulares:

1) Potência de Base 10

$10^2 = 10 . 10 = 100$

$10^4 = 10 . 10 . 10 . 10 = 10.000$

$10^5 = 10 . 10 . 10 . 10 . 10 = 100.000$

→ Quando a base é 10, a potência é o número formado pelo "1" seguido de tantos zeros quanto indica o expoente.

2) Potência de Expoente 1

· A potência de qualquer numero natural elevado ao expoente 1 é o proprio número.

$4^1 = 4$; $12^1 = 12$; $0^1 = 0$

3) Potencia de expoente zero.

A potência de qualquer nº natural, diferente de zero, elevado ao expoente 0 é igual a 1

$$\begin{cases} 2^0 = 1 \\ 254^0 = 1 \\ 10^0 = 1 \end{cases}$$

Propriedades

1) PRODUTO DE POTENCIAS COM BASES IGUAIS

$$3^2 \cdot 3^3 = \underbrace{3.3}_{3^2} . \underbrace{3.3.3}_{3^3} = \underbrace{3^5}_{3^{2+3}}$$

Exemplo

O produto de potências de bases iguais é escrito como uma só potência; conserva-se a base e somam-se os expoentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

* Quando bases diferentes ⇒ calcula-se cada potência e efetua a multiplicação entre elas

$2^3 . 3^2 = 8 . 9 = 72$

2) QUOCIENTE DE POTÊNCIAS COM BASES IGUAIS

$$2^5 : 2^2 = 2^3$$

$$32 : 4 = 8$$

O quociente de potências com bases iguais (diferentes de zero) é escrito como uma só potência; conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

* Quando as bases são diferentes, calcula-se cada potência e determinamos o quociente

$$6^3 : 3^2 = 216 : 9 = 24$$

O porque $a^0 = 1$?

Qualquer nº elevado à zero é 1.

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0 = 1$$

$$\frac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0 = 1 \rightsquigarrow \frac{2^3}{2^3} = \frac{8}{8} = 1$$

3) POTENCIA DE POTÊNCIA

↓

significa uma potência cuja base é outra potência

Ex: $(2^3)^4$ → é a 4ª potência da potência 2^3

↓

Base

$$(2^3)^4 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{\overbrace{3+3+3+3}^{4\times 3}} = 2^{12}$$

Então:

$$(2^3)^4 = 2^{3.4} = 2^{12}$$

Outro exemplo:

$$\left[(3^2)^4\right]^3 = 3^{2.4.3} = 3^{24}$$

$$\left[(5^2)^0\right]^4 = 5^{2.0.4} = 5^0 = 1$$

Uma potência de potência é escrita numa só potência: conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

Atenção!

As potências abaixo não são iguais:

$$(a^m)^n \neq a^{m^n}$$

1º eleva-se m à n
2º eleva-se a à esse resultado

$a^{m.n}$

4) PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DA POTENCIAÇÃO EM RELAÇÃO À MULTIPLICAÇÃO:

$$(4.5)^3 = (4.5).(4.5)(4.5) = \overbrace{4.4.4}^{3\ fatores}.\overbrace{5.5.5}^{3\ fatores}$$

Então: $(4.5)^3 = 4^3.5^3$

$$(a^m.b^m)^\theta = a^{m.\theta}.b^{n.\theta}$$

Uma potência, cuja base é um produto indicado, pode ser escrito como um produto de potências em que cada fator é elevado ao expoente dessa potência

DIVISÃO DE EXPOENTE IGUAL

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

POTÊNCIAS COM BASE NEGATIVA

$$(-3)^2 = (-3).(-3) = 9$$

$\neq$

$$-3^2 = -(3.3) = -9$$

* se expoente par: → resulta numa potencia positiva

$$(-3)^2 = (-3).(-3) = 9$$

* se expoente ímpar → resulta numa potencia negativa

$$(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$$

POTENCIAS COM Nºs RACIONAIS

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \text{ com } b \neq 0$$

Ex:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$$

SE O EXPOENTE É NEGATIVO:

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^{n} = \frac{1}{a^{n}}$$

Por que?

$a^{m} : a^{n} = a^{m-n}$

Se $m = 0$:

$\frac{1}{a^{n}} = \frac{a^{0}}{a^{n}} = a^{0-n} \rightarrow \frac{1}{a^{n}} = a^{-n}$

como $a^{0} = 1$, temos

$$\frac{1}{a^{n}} = a^{-n}$$

COMO TRANSFORMAR POTENCIA EM RADICAL:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}} \qquad n \neq 0$$

$$6^{3/7} = \sqrt[7]{6^{3}}$$

* buscar exercícios

a^{x}