



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**ANA CLÁUDIA WRASSE SALAZART**

**UTILIZANDO LUAS DO SISTEMA SOLAR PARA ASSOCIAR O MOVIMENTO  
CIRCULAR UNIFORME E O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ATRAVÉS DO  
MÉTODO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS**

**Bagé  
2016**

**ANA CLÁUDIA WRASSE SALAZART**

**UTILIZANDO LUAS DO SISTEMA SOLAR PARA ASSOCIAR O MOVIMENTO  
CIRCULAR UNIFORME E O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ATRAVÉS DO  
MÉTODO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências.

Orientador: Guilherme Frederico  
Marranghello

**Bagé  
2016**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

S161u Salazart, Ana Cláudia Wrasse  
UTILIZANDO LUAS DO SISTEMA SOLAR PARA ASSOCIAR O MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME E O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ATRAVÉS DO MÉTODO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS / Ana Cláudia Wrasse Salazart.  
99 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Pampa,  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS, 2016.  
"Orientação: Guilherme Frederico Marranghello".

1. Instrução pelos Colegas. 2. Movimento Circular Uniforme.  
3. Movimento Harmônico Simples. I. Título.

**ANA CLÁUDIA WRASSE SALAZART**

**UTILIZANDO LUAS DO SISTEMA SOLAR PARA ASSOCIAR O MOVIMENTO  
CIRCULAR UNIFORME E O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ATRAVÉS DO  
MÉTODO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências do Programa de Pós-Graduação em Ciências da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em: 08 de dezembro de 2016.

Banca examinadora:

---

Prof. Dr. Guilherme Frederico Marranghello  
Orientador  
(UNIPAMPA)

---

Prof. Dr. Ives Solano Araujo  
(UFRGS)

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Vania Elisabeth Barlette  
UNIPAMPA

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço à todas as pessoas que contribuíram para a minha formação, sejam professores, colegas, amigos, parentes, entre outros, mas em especial agradeço:

Inicialmente ao meu pai e minha mãe, que são exemplos a serem seguidos por batalharem incansavelmente por cada conquista fazendo isto por todos nós;

Em especial à minha filha mais velha, que por ela eu cresci, me formei e entrei no mestrado, visando condições melhores de vida, justificando várias ausências, e ao meu marido, por termos construído uma nova vida, para agora, juntos, termos vontade de crescer ainda mais;

Ao Prof. Dr. Guilherme Frederico Marranghelo por me orientar com tanta paciência e dedicação em um prazo tão apertado, com o tema Astronomia, que é tão bom de trabalhar;

Aos meus colegas, que sempre me motivaram, seja nos dias de apresentação de trabalhos em aula, como por defenderem suas dissertações, encorajando-me a defender a minha;

A todos os professores do mestrado, que foram fundamentais para a construção deste trabalho;

Às escolas que entenderam que em alguns momentos eu não pude estar presente por estar envolvida nas minhas tarefas de mestrado e por estarem de portas abertas para que eu pudesse usar os espaços para as minhas aplicações;

Aos meus alunos que foram maravilhosos durante a aplicação da proposta;

Aos professores responsáveis pelo OBEDUC, por confiarem no meu trabalho durante todo o período do mestrado.

## RESUMO

Neste trabalho foi realizado um estudo sobre as luas de Júpiter e seus movimentos. Para abordar este tema em sala de aula, descrevemos inicialmente o movimento circular uniforme e o movimento harmônico simples. Posteriormente, reunimos estes conteúdos ao movimento das luas de Júpiter, sendo que o movimento harmônico descreve o vai e vem das luas, quando observadas a partir da Terra e sua associação ao movimento de órbita ao redor do planeta, como sendo um movimento circular. A atividade foi pensada e aplicada para alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola pública da cidade de Bagé. Utilizamos o método Instrução pelos Colegas, para tornarmos o ensino mais significativo, e para o professor ter um rápido retorno, fizemos uso dos *clickers*. Esta metodologia tem suporte teórico nas Teorias histórico- cultural de Vygotsky e da Teoria da aprendizagem verbal significativa de David P. Ausubel. Os resultados foram obtidos através da análise das respostas dos alunos ao utilizarem os *clickers* e da atividade final, quando avaliamos a capacidade dos alunos em compreender que o movimento harmônico das luas, visto da Terra, consiste em uma componente do movimento de órbita das luas ao redor do planeta.

Palavras-Chave: Movimento Circular Uniforme, Movimento Harmônico Simples, Instrução pelos Colegas.

## ABSTRACT

In this work it was carried out a study on Jupiter moons and its motions. To address this topic in classroom, it was initially described the uniform circular motion and the simple harmonic motion. Afterwards, these contents were gathered to the movement of the moons of Jupiter, the harmonic motion describes the back and forth of moons when seen from Earth and its association to orbital motion around the planet is recognized as a circular motion. The task was planned and applied for second year students of high school from a public school in Bagé. The method Education by peer instruction was used to make the teaching more meaningful and for a quick feedback for the teacher it was used clickers. This methodology has theoretical support on theories by Vygotsky and Ausubel. The results were acquired through the analysis of the answers of the students by using clickers and of the final activity, when it was checked the ability of the students in understanding that the harmonic motion of moons seen from Earth, consists in a component of the orbital motion of moons around the planet.

Keywords: Uniform Circular Motion, Simple Harmonic Motion, Peer Instruction.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - <i>Flaschcards</i> (I) e <i>clickers</i> (II).....	18
Figura 2 - Resumo do Método Instrução pelos Colegas (IpC) enfatizando as Teorias envolvidas.....	20
Figura 3 - Uma das turmas com seus clickers após a Aula 1.....	24
Figura 4 - Alunos discutindo sobre uma das questões apresentadas .....	24
Figura 5 - Sistema massa-mola no software Modellus com a os gráficos da posição, velocidade e aceleração.....	25
Figura 6 – Recortes feitos do Modellus para visualizar os vetores Força e Velocidade de um sistema massa mola .....	26
Figura 7 - Recortes do vídeo de uma bolinha realizando um MCU visto de perfil.....	27
Figura 8 - Recortes do vídeo de uma bolinha realizando um MCU visto de frente ....	27
Figura 9 - Projeção de um MCU sobre um diâmetro desenhado em sala de aula .....	28
Figura 13 - Alunos da turma 1 durante a explicação da aula 4.....	30
Figura 14 Imagens da Filmagem da bolinha vista de frente no Tracker.....	31
Figura 15 - Gráfico x X y formado no programa Tracker durante a vídeo análise .....	32
Figura 16 – Dados da Vídeo Análise, recorte do Software Tracker .....	32
Figura 17 – Imagens da Filmagem da bolinha vista de perfil no Tracker .....	33
Figura 18 – Dados da Vídeo Análise, recorte do Software Tracker .....	33
Figura 19 - Montagem de imagens do programa Stellarium em capturas de telas de 15 dias seguidos as 0h da Lua ao redor da Terra.....	34
Figura 20 - Gráfico do movimento da Lua ao redor da Terra visto de Vênus. Distâncias retiradas de recortes do software Stellarium .....	35
Figura 21 - Recorte da imagem da atividade 8 das luas de Júpiter, retirada do Software Stellarium .....	36
Figura 22- Gráfico construído previamente pela professora da coleta de distâncias da atividade das Luas de Júpiter para comparar com os dados coletados dos alunos ..	37
Figura 23 - Média dos dados da Turma 1 .....	37
Figura 24 - Média dos dados da Turma 2.....	38
Figura 25 - Média dos dados da Turma 3.....	38
Figura 26 - Média dos dados da Turma 4.....	39
Figura 27 - Média dos dados da Turma 5.....	39
Figura 28 - Média das medidas das turmas .....	40
Figura 29 - Alunos da turma 3 realizando a atividade da aula 8.....	41
Figura 30 - Alunos da turma 2 realizando a atividade da aula 8 .....	41
Figura 31 - Alunos da turma 2 realizando a atividade da aula 8 .....	42
Figura 32 - Alunos da turma 2 realizando a atividade da aula 8 .....	42
Figura 33 - Alunos da turma 3 realizando a atividade da aula 8 .....	43
Figura 34 – Imagem do planetário sendo montado no ginásio da escola .....	44
Figura 35 – Turma 2 entrando no planetário.....	44
Figura 36 Imagens do planetário montado na escola e da turma 4 visitando-o.....	45
Figura 37 - Alunos da turma 5 realizando a atividade final avaliativa .....	46
Figura 38- Dados do Teste de Leitura - Questão 1.....	47
Figura 39 - Teste de Leitura - Questão 2 .....	48
Figura 40 - Teste de Leitura - Questão 3 .....	49
Figura 41 - Teste conceitual - Questão 4 .....	50
Figura 42 - Teste conceitual - Questão 5 .....	50
Figura 43- Alunos discutindo a Questão 5 .....	51

Figura 44 - Teste de conceitual - Questão 6 .....	52
Figura 45 - Teste conceitual - Questão 7 .....	53
Figura 46 - Teste Conceitual - Questão 8 .....	54
Figura 47 – Gráficos da questão 9 .....	55
Figura 48 - Teste conceitual - Questão 9 .....	55
Figura 49 - Sistema massa mola projetada durante a aula .....	56
Figura 50 - Tarefa de leitura - Questão 10 .....	57
Figura 51 - Tarefa de Leitura - Questão 11 .....	57
Figura 52 - Teste Conceitual - Questão 12 .....	58
Figura 53 - Imagem projetada durante a aula de um sistema massa mola .....	59
Figura 54 - Teste conceitual - Questão 13 .....	59
Figura 55 - Teste Conceitual - Questão 14 .....	60
Figura 56 - Teste conceitual - Questão 15 .....	61
Figura 57 - Teste de Leitura - Questão 16 .....	62
Figura 58 - Teste de Leitura - Questão 17 .....	62
Figura 59 - Teste Conceitual - Questão 18 .....	63
Figura 60 - Imagem projetada durante a aula .....	64
Figura 61 - Teste Conceitual - Questão 19 .....	64
Figura 62 – Aluno que não mudou de ideia após a discussão com os colegas. ....	65
Figura 63 – Dados do Teste conceitual – Questão 20 .....	65
Figura 64 – Aluno que mudou de ideia após a discussão entre os colegas .....	66
Figura 65 – Aluno que diz nunca ter ouvido falar em senóide .....	66
Figura 66 – Percentual de Acertos da Atividade Avaliativa Final da aula 10 .....	68
Figura 68 – Resposta de uma aluna na questão 1 da atividade da aula 8 .....	72

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Descrição dos conteúdos das aulas.....	22
Tabela 2- Dados das distância Terra- Lua retirada de recortes do Software Stellarium .....	35
Tabela 3 - Dados da aluna A11 das atividades da aula 8 e 10 .....	69
Tabela 4 - Dados da aluna E42.....	70
Tabela 5 – Dados de Io D131.....	71

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

MCU - Movimento Circular Uniforme

MHS - Movimento Harmônico Simples

IpC – Instrução pelos Colegas

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	13
<b>2 ESTUDOS RELACIONADOS .....</b>	15
<b>3 INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS .....</b>	16
3.1 O método .....	16
3.1.1 Tarefa de Leitura .....	17
3.1.2 Teste de Leitura .....	17
3.1.3 Aula expositiva .....	17
3.1.4 Testes conceituais .....	18
4.1 Objetivos Gerais .....	21
4.2 Objetivos específicos .....	21
4.3 Participantes e Local da pesquisa .....	21
4.4 As aulas .....	22
4.4.1 Aula 1 - Revisão do Movimento Circular Uniforme .....	22
4.4.2 Aula 2 - Movimento oscilatório e vibratório .....	24
4.4.3 Aula 3 - Movimento harmônico simples - Sistema massa-mola no Modellus .....	25
4.4.4 Aula 4 - Retomada da Aula 1 decompondo o movimento circular em x e y .....	26
4.4.5 Aula 5 - Atividade com vídeo para relacionar MCU e MHS e discutir gráficos utilizando o software Tracker .....	31
4.4.6 Aula 6 - Exercícios do MHS e MCU .....	33
4.4.7 Aula 7 - Atividade demonstrativa com Stellarium (Lua da Terra) .....	34
4.4.8 Aula 8 - Atividade com Stellarium (Luas de Júpiter) .....	35
4.4.9 Aula 9 - Visita ao planetário .....	43
4.4.10 Aula 10 – Atividade Final Avaliativa .....	45
4.5 Análise das respostas dos alunos .....	46
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	75
<b>APÊNDICE A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido .....</b>	77
<b>APÊNDICE B – Atividade da aula 8 .....</b>	79
<b>APÊNDICE C – Material da atividade avaliativa 10 .....</b>	87
<b>ANEXO A – Livro didático e material para a Tarefa de Leitura 2 .....</b>	88
<b>ANEXO B – Livro didático e material da Tarefa de Leitura 3 .....</b>	95

## 1 INTRODUÇÃO

Discussões sobre alunos desinteressados, com baixa frequência e com pouco ou nenhum aproveitamento não são novidade entre os professores das escolas. Com tecnologias cada dia mais avançadas o estudante prefere conversas em ambientes virtuais a ter que prestar atenção em mais uma aula tradicional, em que ele só ouve, resolve exercícios e faz provas. Procuramos quebrar um pouco dessa rotina de sala de aula, através de um método mais interativo entre professor aluno e aluno/aluno, na tentativa de melhorar a aprendizagem deste nas aulas de Física, dando ênfase nos conceitos da disciplina, juntamente com a Astronomia, campo que atrai com facilidade o interesse das pessoas de modo geral.

Este trabalho busca, então, unificar os conteúdos de Movimento Harmônico Simples (MHS) e do Movimento Circular Uniforme (MCU), estudados normalmente separados no Ensino Médio, em um único tópico, utilizando o método Instrução pelos Colegas (IpC) e Astronomia.

São poucos os materiais voltados para o ensino médio que trazem o MCU e o MHS associados devido seu rigor matemático. Este trabalho será aplicado a alunos do segundo ano, pois é nesta etapa que os alunos são apresentados ao conteúdo necessário para compreender a relação entre os dois movimentos.

Segundo Araújo (2012), o método Instrução pelos Colegas procura promover a aprendizagem com foco no questionamento para que os alunos passem mais tempo em classe pensando e discutindo ideias sobre o conteúdo, do que passivamente assistindo exposições orais por parte do professor. A professora fez uma explicação sobre o conteúdo, neste caso sobre MCU, MHS e estes associados, e durante as aulas, apresentou aos alunos questões conceituais de múltipla escolha buscando avaliar a compreensão dos alunos em tempo real. Os alunos receberam clickers e responderam as questões projetadas. Quando o percentual de acertos estava abaixo de 30% o conteúdo foi novamente apresentado utilizando uma outra forma de explicação, se o percentual de acertos estivesse entre 30% e 70% os alunos reuniam-se em grupos para discutir e argumentar sobre a escolha da sua resposta, se os acertos fossem acima de 70% dava-se seguimento na explicação de outra parte do conteúdo.

Em 1600 Galileu observou, utilizando seu telescópio, Júpiter e quatro de suas luas. Registrou estes dados em forma de desenhos e descreveu os ângulos das luas

quase que diariamente. Observando os desenhos pode-se perceber que parece que estas luas fazem um movimento de vai e vem, movimento oscilatório, um MHS. Após um estudo de revisão sobre o MCU, abordagem do MHS e os dois movimentos associados os alunos de cinco turmas do segundo ano do Ensino Médio foram apresentados ao programa Stellarium e, em grupos, analisaram o movimento de uma das quatro Luas de Júpiter, definido por sorteio. Os alunos construíram gráficos e descreveram a equação que representava a oscilação. Por fim, deverão utilizar os dados da atividade anterior, para desenhar o MCU da sua lua.

Para a abordagem dos conteúdos de MCU e MHS serão utilizados os softwares Modellus para uma simulação dos movimentos, Tracker, na vídeo análise, que permite a construção de gráficos em tempo real de ambos movimentos afim de compará-los.

No próximo capítulo abordaremos estudos relacionados a este trabalho.

## 2 ESTUDOS RELACIONADOS

Buscamos artigos que associam a Astronomia às luas de Júpiter e os que utilizaram o Método Instrução pelos Colegas (IpC).

O material de Cuzinatto et al. (2014), utiliza dados das primeiras observações que Galileu fez das quatro luas de Júpiter para mostrar a equivalência entre o Movimento Circular Uniforme (MCU) e o Movimento Harmônico Simples. O autor utiliza o programa Skychart, para se reportar até o ano e local onde Galileu observou Júpiter e as luas que o seu telescópio permitia enxergar, para que pudesse ter de forma fidedigna os mesmos dados obtidos por Galileu. Ao observamos os desenhos das luas ao redor de Júpiter feitos por Galileu percebe-se que estas fazem um movimento de vai e vem, como em um sistema massa mola, e o artigo busca esclarecer que o movimento das luas é circular, relacionando o MCU ao MHS.

O trabalho de Moreira et al. (1991) argumenta a necessidade de divulgar bons materiais construídos em algumas localidades que tem a finalidade de facilitar a aprendizagem dos alunos e descreve uma forma de construir um aparato para demonstrar aos alunos o MCU associado ao MHS. Sugere-se que se utilize materiais de sucata, acoplando um LED a um disco ligado em um motor que o gira dentro de uma caixa pintada por dentro de preto. Olhando por um buraco os alunos podem observar um MHS quando o LED gira em um MCU. A atividade era desenvolvida com alunos da graduação e os autores perceberam que o tempo de compreensão do conteúdo de MHS, associando-o com o MCU, foi 50% menor.

Os métodos Instrução pelos Colegas IpC e Ensino sob medida EsM foram utilizados por Oliveira (2012) para avaliar a aplicação de uma unidade didática em uma turma sobre conceitos de Eletromagnetismo. Neste estudo foram realizados teste inicial e final, afim de verificar se após a aplicação da proposta houve ganho na aprendizagem dos alunos. Como referencial teórico foram utilizados a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e a Teoria Sócio- interacionista de Vygotsky. Após a análise dos resultados observou-se um ganho satisfatório entre o teste inicial e final realizados.

No próximo tópico abordaremos a metodologia, esta que norteia nosso Referencial Teórico.

### 3 INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS

Como metodologia deste trabalho, utilizamos o método *Peer Instruction*, elaborado e desenvolvido pelo professor de Física Eric Mazur (2015), da universidade de Harvard. Esta técnica, conhecida no Brasil como Instrução pelos Colegas (IpC), é assim que a mencionaremos, faz com que os alunos participem de forma mais ativa no processo de ensino. No Brasil, este método ainda é bastante desconhecido.

#### 3.1 O método

Na tentativa de fazer o aluno ser ativo na construção do seu conhecimento, buscamos uma maneira de trabalhar mudando a forma de dar aula. Baseamo-nos no material de Mazur e Araujo (2013) que trazem o método Instrução pelos Colegas (IpC). Foi desenvolvido por Mazur nos anos 90. Entre 1984 e 1990 ele dava aulas tradicionais, era bem avaliado pelos alunos e acreditava dar boas aulas, mas se deparou com um material que, ao aplicar com seus alunos, percebeu que estes demonstraram bastante dificuldades com questões conceituais. Ele também distribuía suas notas de aulas para os alunos e eles reclamavam que as aulas eram uma cópia das notas. Mazur concluiu que os alunos teriam pouco benefício ao assistirem as aulas se antes das aulas lessem seu material previamente distribuído, pois as aulas eram sim uma cópia do material. Nos anos seguintes ele buscou novas formas de ensinar Física Teórica, focando nos conceitos, sem sacrificar a capacidade dos estudantes de resolver problemas, foi nesta busca que surgiu a Peer Instruction. Também notou que esta abordagem tornava o ensino mais fácil e gratificante. Para que o método funcione é necessário que o livro e as aulas expositivas desempenhem um papel diferente dos que desempenham em uma aula tradicional. Este método tem como objetivo básico explorar a interação entre os estudantes durante as aulas expositivas e focar a atenção destes nos conceitos que servem de fundamento.

De acordo com Araújo o método:

busca promover a aprendizagem com foco no questionamento para que os alunos passem mais tempo em classe pensando e discutindo ideias sobre o conteúdo, do que passivamente assistindo exposições orais por parte do professor. (ARAÚJO e MAZUR, 2013, p. 364).

Para que este método funcione são necessários alguns passos, mencionados e descritos a baixo.

### **3.1.1 Tarefa de Leitura**

Os alunos precisam realizar uma leitura prévia (chamada de Tarefa de Leitura) antes da aula. Este material deve ser entregue com antecedência aos alunos. Pode ser o capítulo de um livro ou algum material preparado pelo professor. Este material, encaminhado para que os alunos leiam previamente, pode servir como um organizador prévio para a Aprendizagem Significativa.

### **3.1.2 Teste de Leitura**

Assim que a aula iniciar o professor faz um teste de leitura, com questões que envolvam diretamente a leitura realizada. Dar parte do conceito (parte da nota) para esta atividade é um incentivo que assegura a leitura. O método sugere que as questões sejam conceituais.

Moreira (2009), quando discute a ideia resumida que a Teoria da Aprendizagem significativa representa, fala que averiguar o que o aprendiz já sabe não é tarefa fácil, e com os dados coletados através de perguntas, quando essas são bem construídas, permite que tenhamos uma noção dos conhecimentos prévios da maioria dos alunos, podendo ensinar enfatizando e aprofundando o que os alunos têm mais dificuldade.

### **3.1.3 Aula expositiva**

A aula expositiva deve elaborar o que foi lido, esclarecer dificuldades, aprofundar a compreensão e fornecer exemplos adicionais. Após o Teste de Leitura o professor faz uma explicação dos conceitos mais relevantes daquele conteúdo lido pelos alunos, em no máximo 15 minutos. Aqui nesta parte da aula, após o momento de averiguar o que o aluno já sabe, devemos aproveitar a informação sobre dificuldades e facilidades dos alunos e ensinar de acordo.

### 3.1.4 Testes conceituais

Após a aula expositiva é apresentado ao aluno um teste conceitual, com múltiplas alternativas. Segundo o livro, o método é vantajoso, pois com os testes conceituais pode-se ter um retorno imediato sobre as respostas dos alunos, tendo assim um feedback sobre o nível de compreensão do conteúdo.

Há três formas de recolher as respostas dos alunos, uma delas é pedindo para que os alunos levantem as mãos, essa forma é um pouco imprecisa, pois alguns alunos podem não levantar a mão ou levantar porque a maioria levantou para uma dada alternativa. Uma forma de melhorar esta forma é utilizando *flashcards* que são alternativas (A, B, C, D, E) impressas, como ilustra a Figura 1-a, que os alunos recebem antes da aula e devem levantar a alternativa que considerar correta. Outra maneira é pedindo para que o aluno anote em um formulário suas respostas e seu nível de confiança entregando ao final, o empecilho desta opção é que após cada aula o professor terá que avaliar os formulários e acaba assim demorando um pouco para ter o retorno sobre a compreensão dos alunos. A terceira maneira de obter as respostas é através do que o professor Mazur (2015) chama de dispositivos portáteis (*classtalk*) que são eletrônicos e oferecem uma resposta do nível de compreensão dos alunos e de sua confiança de forma imediata. Nós utilizamos os *clickers*, Figura 1-b, um receptor de rádio frequência USB, é um sistema remoto de resposta. Mazur observa que a forma como serão captadas as respostas dos alunos não interferem no sucesso, seja por *flashcards*, *clickers* ou formulário.



Figura 1 - *Flaschcards* (I) e *clickers* (II) – Imagens da autora

Não há regras para a aplicação imediata do teste, mas, segundo o autor:

eles devem no mínimo satisfazer alguns critérios básicos. Especificamente eles:

- devem focar um único conceito,
- não devem depender de equações para serem resolvidos,
- devem conter respostas adequadas de múltiplas escolhas,
- devem estar redigidos de forma não ambígua e
- não devem ser fáceis demais nem difíceis demais. (MAZUR, 2015, p. 42).

O professor apresenta a questão, lendo-a de forma clara assegurando que não há mal entendidos a seu respeito, sem mencionar a resposta correta. Em seu livro, Mazur dá algumas sugestões de questões e permite que possam ser usadas desde que se use o IpC. O aluno tem um tempo de dois minutos para pensar individualmente na resposta correta e em argumentos para mantê-la e, em seguida, é aberta a votação para mapeamento das respostas dos alunos.

A partir daí o professor deverá utilizar uma das formas de coletar as respostas de seus alunos, com *flaschcards*, formulários ou *clickers*, para que possa ter o *feedback* da compreensão dos alunos sobre o conteúdo lido e apresentado. Sabendo a quantidade de alunos presentes na aula e com base nas respostas informadas o professor calcula o percentual de acertos e sem falar a resposta correta, ele deve decidir se vai:

- a) explicar a questão, reiniciar o processo de explicação dialogada e apresentar uma nova questão sobre um novo tópico. Normalmente age-se assim se mais de 70% dos alunos votaram na resposta correta, ou
- b) agrupar os alunos em grupos ( 2 a 5 pessoas), que tenham escolhido alternativas diferentes, pedindo para que eles argumentem tentando convencer o colega usando a justificativa pensada para responder a questão do início do processo. Após cinco minutos, o professor reabre a votação, explica a questão. Se achar necessário, o apresenta uma nova pergunta, ou passa para um novo tópico do conteúdo reiniciando o processo. Esta etapa é aconselhada para se, na primeira votação, o percentual de acertos estiver entre 30% e 70%, ou
- c) voltar ao conceito já abordado e fazer uma nova explicação procurando esclarecê-la, apresentando uma nova questão conceitual no final da

explicação recomeçando o processo. Indicada para se menos que 30% dos alunos acertarem as respostas.

Evidenciamos a presença da Teoria de Ausubel na IpC, quando identificamos que os alunos adquiriram os subsunções (mais de 70% de acertos) para abordamos um novo conteúdo. Verifica-se a presença da Teoria de Vygotsky, principalmente, quando o nível de acertos fica entre 30% e 70%, pois os alunos são levados a discutir entre si, debatendo suas ideias, defendendo seu argumento para a questão apresentada. Este momento de discussão entre os alunos compreende a essência da IpC.

Vemos na Figura 2 um resumo do método incluindo o referencial:

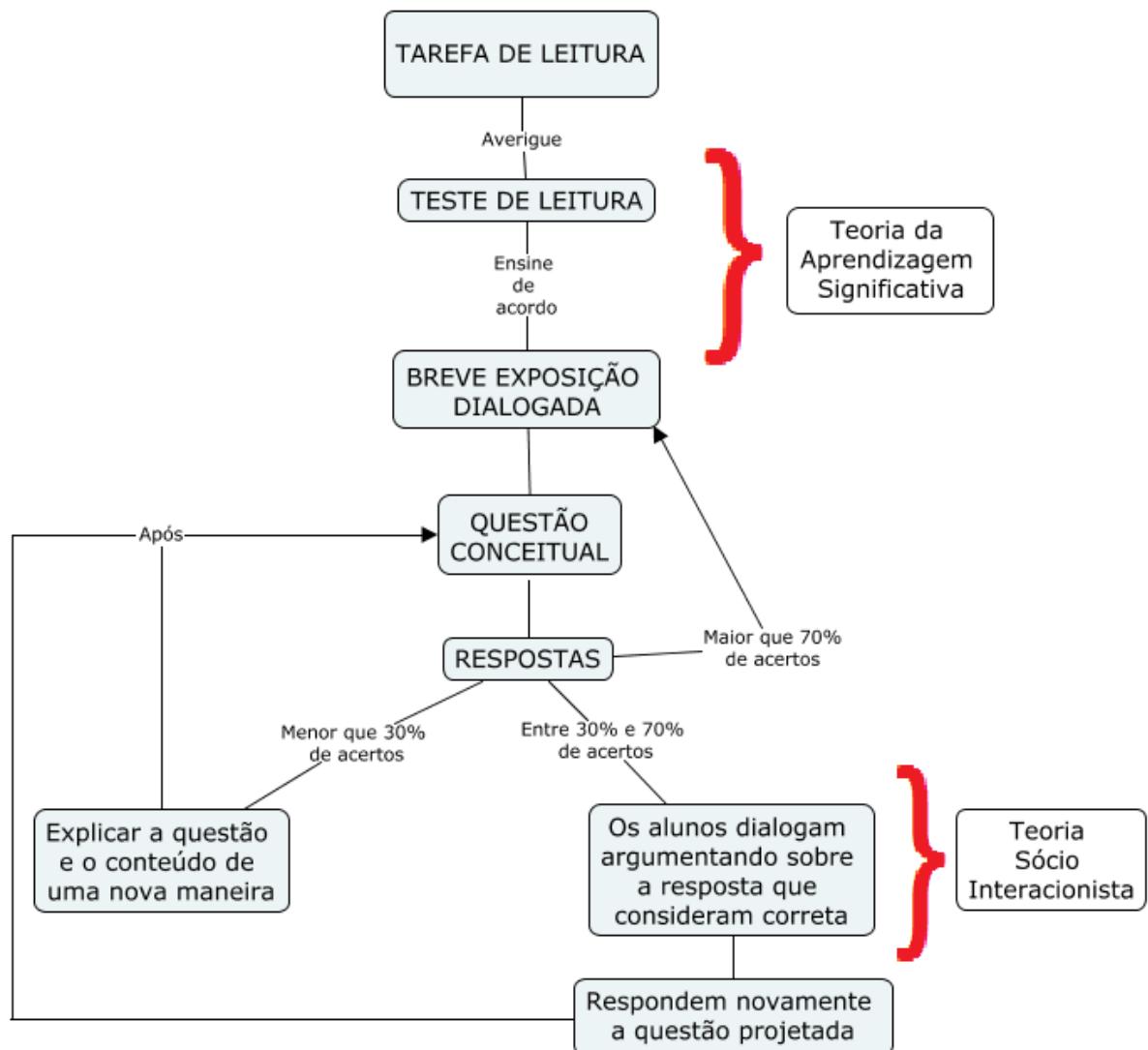


Figura 2 - Resumo do Método Instrução pelos Colegas (IpC) enfatizando as Teorias envolvidas. Após o momento de responder novamente a questão conceitual o professor decide se apresenta nova questão ou inicia novo conteúdo

## 4 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo são descritos os objetivos específicos, que são tijolos para que o objetivo geral, também aqui descrito, possa ser alcançado. Também descrevemos o conteúdo das aulas juntamente com o relato das atividades de cada uma delas. Por fim, realizamos uma discussão dos resultados alcançados em cada Teste de Leitura e Teste Conceitual, atividades realizadas em aula, assim como a participação dos alunos durante a aplicação da proposta.

### 4.1 Objetivos Gerais

O objetivo geral desta intervenção é construir e avaliar uma sequência de aulas buscando unir os Movimentos Circular e Harmônico Simples em um único estudo, através da Astronomia e utilizando o método Instrução pelos Colegas (IpC).

### 4.2 Objetivos específicos

Para alcançarmos os objetivos gerais devemos:

- (i) Construir e avaliar uma sequência de aulas baseadas no método IpC, associando os movimentos Circular Uniforme e Movimento Harmônico Simples;
- (ii) Utilizar o estudo destes movimentos associados para explicar o movimento de vai e vem das luas de Júpiter, como visto por Galileu Galilei em 1610;
- (iii) Avaliar a compreensão dos alunos acerca da relação entre o MCU e MHS;
- (iv) Inserir conteúdos de Astronomia nas aulas de Física;
- (v) Utilizar recursos tecnológicos, como os softwares Stellarium, Modellus, Tracker e Nightshade nas aulas.

### 4.3 Participantes e Local da pesquisa

Os participantes da pesquisa são alunos de cinco turmas do segundo ano do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Médio Carlos Antônio Kluwe, da cidade

de Bagé. O Estadual, como é conhecido, é uma das maiores escolas estaduais do município, possuindo 1050 alunos matriculados em 2016. A pesquisa foi realizada em cinco turmas do turno matutino, contendo em média 38 alunos matriculados em cada turma. A grande maioria dos estudantes já era da escola no ano anterior e a faixa etária está entre 15 e 18 anos. Além de estar localizada bem no centro da cidade, a escola também é bastante renomada por ter as melhores notas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) dentre as escolas públicas.

#### 4.4 As aulas

Para a aplicação da proposta foram desenvolvidas atividades para 10 h/a, tendo aulas expositivas dialogadas com apresentação de questões, assim como sugere o método IpC, apresentação do MHS, do MCU e dos movimentos associados utilizando o software Modellus ao simular um sistema massa mola, vídeo análise com o programa Tracker, afim de construirmos gráficos em tempo real da filmagem de um aparato em que foi colada uma bolinha em um disco em MCU e MHS.

As aulas foram planejadas na ordem descrita na Tabela 1:

Tabela 1 - Descrição dos conteúdos das aulas

Aula 1	Revisão do Movimento Circular Uniforme – período, frequência, velocidades (angular e linear).
Aula 2	Movimento oscilatório e vibratório.
Aula 3	Movimento harmônico simples - sistema massa mola.
Aula 4	Retomada da aula 1 decompondo o movimento circular em x e y.
Aula 5	Atividade com sombras para relacionar MCU e MHS e discutir gráficos.
Aula 6	Exercícios do MHS e MCU.
Aula 7	Atividade demonstrativa com Stellarium (Terra – Lua).
Aula 8	Atividade com Stellarium (Luas de Júpiter).
Aula 9	Visita ao planetário.
Aula 10	Atividade final – Avaliação.

Dados do autor

As turmas ao longo do texto foram chamadas de 1, 2, 3, 4 e 5, a fim de mencioná-las.

##### 4.4.1 Aula 1 - Revisão do Movimento Circular Uniforme

Esta aula teve início no dia 29 de agosto de 2016. Os alunos foram instruídos a lerem o material sobre este tema, que foi entregue previamente pela professora, esta atividade é chamada na IpC de Tarefa de Leitura. No início da aula, os alunos responderam um Teste de Leitura, questões 1 e 2 analisadas neste capítulo, que tem questões conceituais, retiradas do texto lido anteriormente. Segundo o PCN +, nas avaliações devemos privilegiar questões que exigem reflexão, [...] ou aplicação de um conceito aprendido em uma nova situação. Após levantamento dos conhecimentos prévios os alunos tiveram uma exposição de aproximadamente 15 minutos sobre os principais conceitos deste conteúdo, assim como o método IpC sugere. Como o conteúdo de MCU é abordado no primeiro ano do ensino médio e, neste trabalho, ele foi rapidamente retomado, buscou-se com que o aluno relembrasse os conceitos de frequência, período, velocidade linear, velocidade angular, aceleração centrípeta, equação horária e gráficos do MCU. Após a retomada os alunos responderam, utilizando os *clickers*, as questões conceituais 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, que foram projetadas na aula, como mostra a Figura 3. Usando este material, o professor teve um retorno instantâneo da resposta dos alunos. Conforme o percentual de acertos dos testes conceituais a professora agiu de três diferentes maneiras: se 70% dos estudantes acertaram a questão foi dada sequência ao conteúdo, se o percentual de acerto ficou entre 30% e 70% os alunos que responderam alternativa diferentes reuniram-se em pequenos grupos para discutirem e argumentarem sobre a resposta escolhida, Figura 4, tentando convencer o colega de porque a sua alternativa é a correta. Após a discussão responderam novamente a questão e depois da retomada do professor foram expostos a uma nova pergunta. Em seguida o professor continuou o conteúdo. Se o percentual ficasse menor que 30% o conteúdo era reexplicado de forma diferente, a questão era corrigida pelo professor e os alunos deveriam responder novamente outra questão. No trabalho de OLIVEIRA (2012), ao analisar as respostas dos alunos quanto a sua opinião na utilização do método IpC, alguns relataram ser cansativo responder uma grande quantidade de perguntas em uma aula, por este motivo buscamos não exagerar na quantidade de questões.

Na Aula 1, da turma 5, uma estagiária iniciou suas observações, ela relatou que já tinha lido sobre o método Instrução pelos Colegas e Ensino sob Medida, mas não entendia como aplicá-los e como agir a partir das respostas dos alunos. Tanto ela quanto eu, professora, ficamos impressionadas com a participação e interesse

dos alunos pelos *clickers* e pelo método, ficavam em silêncio quando deveriam responder as questões conceituais e argumentavam entre si quando era permitido. Os alunos disseram que gostariam de usar os *clickers* para fazer as provas, e achavam que a escola estava inovando ao adquiri-los.



Figura 3 - Uma das turmas com seus clickers após a Aula 1.



Figura 4 - Alunos discutindo sobre uma das questões apresentadas

#### 4.4.2 Aula 2 - Movimento oscilatório e vibratório

Usando uma régua presa a duas mesas oscilando em torno de sua posição de equilíbrio, foi retomada, rapidamente, a ideia de período e frequência e explicado

o conceito de amplitude e oscilação. No final deste período os alunos analisaram um sistema massa mola de um exemplo passado no quadro pela professora, respondendo sobre a amplitude e trajetória daquela situação descrita. Nesta aula não teve Tarefa e Teste de Leitura, nem Teste Conceitual.

#### 4.4.3 Aula 3 - Movimento harmônico simples - Sistema massa-mola no Modellus

Assim como na aula 1, os alunos receberam uma Tarefa de Leitura sobre o tema antes da aula, deveriam ler as páginas 241 a 245, Anexo A do livro que receberam da escola no início do ano letivo, para que respondessem o Teste de Leitura, questões 10 e 11, e compreendessem a breve retomada dos conceitos do Movimento Harmônico Simples em um sistema massa-mola. Para auxiliar na explicação usamos uma simulação no software Modellus. Nele enxergamos um sistema massa-mola, como mostra a Figura 5, o gráfico formando-se em tempo real, os vetores velocidade, aceleração e força ao longo da trajetória. A Figura 6 demonstra os vetores da velocidade e da força restauradora em diferentes pontos da trajetória.

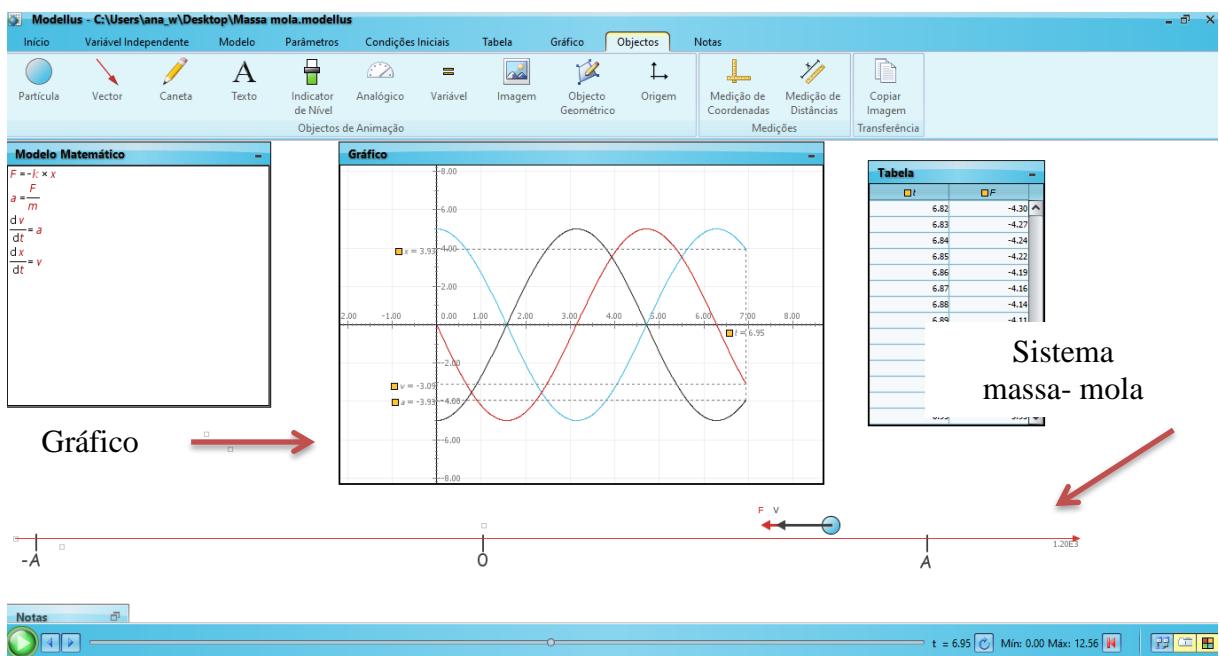


Figura 5 - Sistema massa-mola no software Modellus com a os gráficos da posição, velocidade e aceleração.

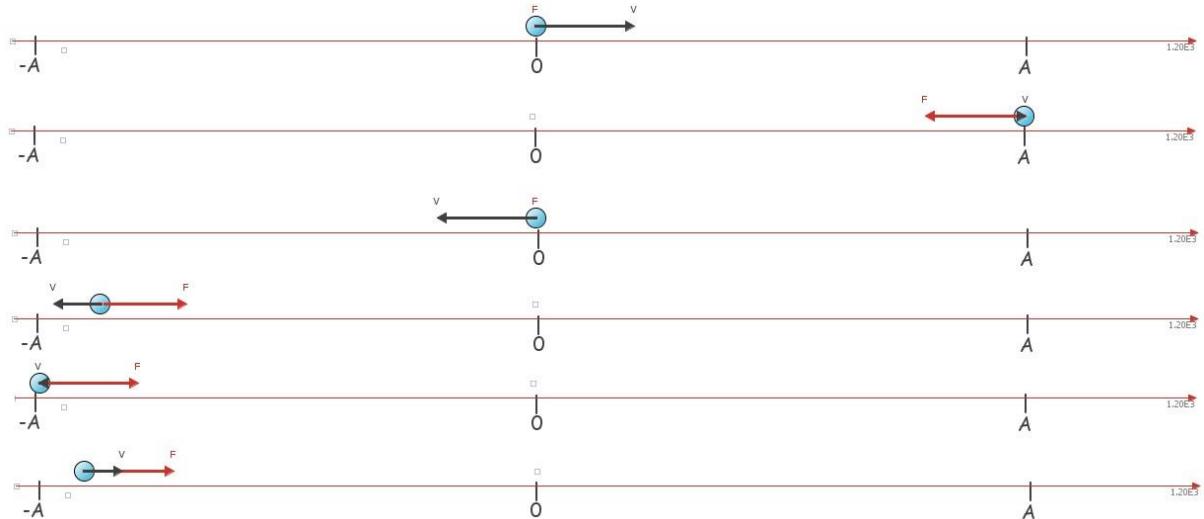


Figura 6 – Recortes feitos do Modellus para visualizar os vetores Força e Velocidade de um sistema massa mola

Após a explicação os alunos responderam as questões conceituais 12 e 13, utilizando os *clickers*, que foram projetadas pela professora. As questões e a análise das respostas estão no item 4.5.

Não foi dado o exemplo do pêndulo simples, mas como os alunos tiveram que ler o material é considerado que o tema tenha sido abrangido.

#### 4.4.4 Aula 4 - Retomada da Aula 1 decompondo o movimento circular em x e y

Os alunos deveriam ler as páginas 289 a 293 do livro recebido no início do ano letivo, texto que encontra-se no Anexo B como sendo a Tarefa de Leitura. No início da aula responderam o Teste de Leitura, questões 16 e 17, em seguida a professora apresentou um vídeo de uma bolinha percorrendo um movimento circular em um disco visto de perfil, como mostra a Figura 7 e, perguntou qual movimento a bola fazia. Os alunos perceberam que se tratava de um MCU, mas foi dito que poderia ser um movimento de sobe e desce da bolinha, e os alunos concordaram. Depois foi mostrado o vídeo da bolinha visto de frente como mostra a Figura 8 e os alunos perceberam que o MCU e o MHS estavam presentes na mesma filmagem, mas visto de ângulos diferentes. Explicamos que podemos decompor um MCU em um diâmetro, assim como eles puderam ler no material da leitura prévia, que descrevia essa decomposição.

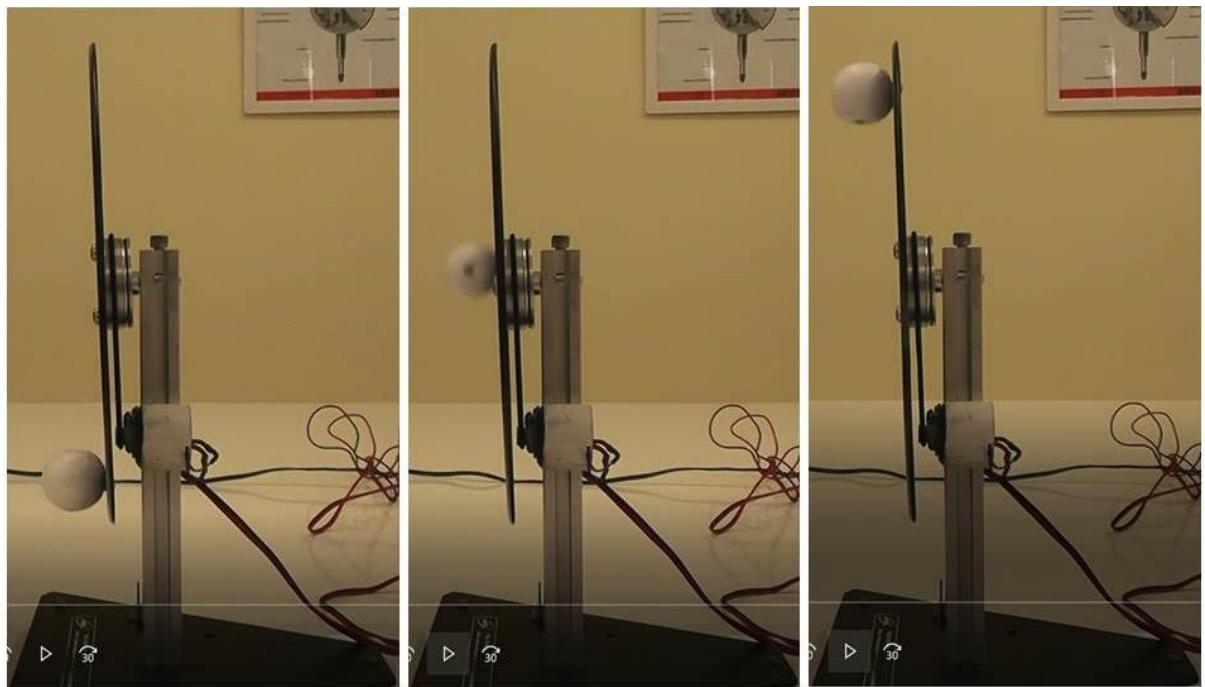


Figura 7 - Recortes do vídeo de uma bolinha realizando um MCU visto de perfil

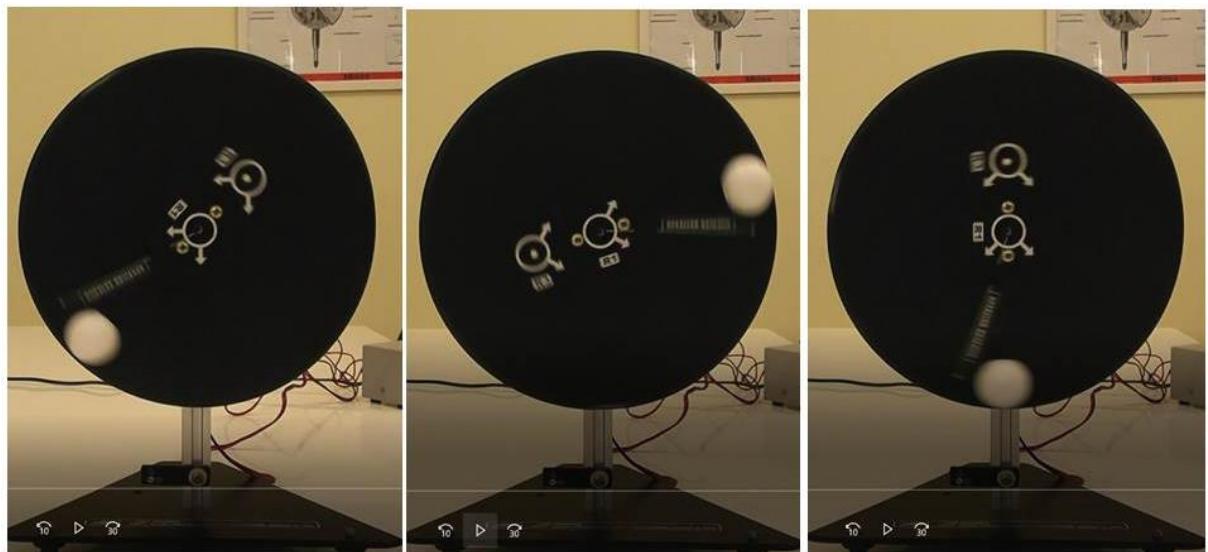


Figura 8 - Recortes do vídeo de uma bolinha realizando um MCU visto de frente

A Figura 9 foi desenhada no quadro, representando um dos pontos da trajetória (A, B, C e D) de cada vez, fazendo a sua projeção no diâmetro da circunferência e relacionando a direção da trajetória com a direção do movimento de vai e vem (MHS) sobre o diâmetro. Buscamos demonstrar que o raio da circunferência coincide com a amplitude A do movimento harmônico simples, e, a

partir dessas relações descrevemos as equações da posição, velocidade e aceleração do MCU sobre o eixo x do diâmetro.

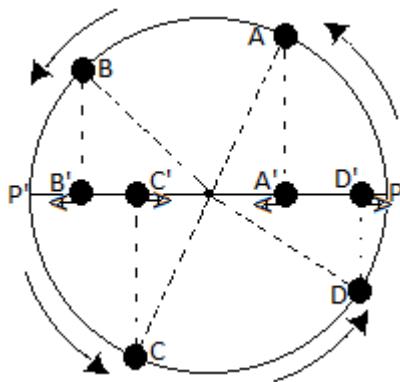


Figura 9 - Projeção de um MCU sobre um diâmetro desenhado em sala de aula

Para acharmos a equação da aceleração sobre o eixo x em função do tempo, foi desenhada a circunferência da Figura 10. Na imagem temos, em um tempo qualquer, uma projeção de uma partícula que realiza um MCU, no sentido anti-horário, sobre um diâmetro da circunferência é o eixo x. Esta partícula que realiza um movimento de vai e vem sobre este eixo está realizando um MHS. A bolinha em MCU, por ter uma velocidade que varia na direção e sentido, faz surgir uma aceleração que chamamos de centrípeta, esta sempre aponta para o centro da trajetória. O ângulo  $\theta$  entre e origem e o eixo x é o mesmo que está entre os vetores  $a_x$  e  $a_c$ . Destacamos a Imagem 10 b para definirmos a equação de  $a_x$ , referente à aceleração da bolinha sobre o diâmetro. No segundo ano do ensino médio, turmas em que foram aplicadas a proposta deste trabalho, a ementa da componente curricular de Matemática inicia o conteúdo com funções trigonométricas. Estas funções foram retomadas para descobrirmos as funções que nos interessavam. Então, como o ângulo está entre o cateto adjacente e a hipotenusa, os alunos sabiam que deveriam utilizar a função cosseno.

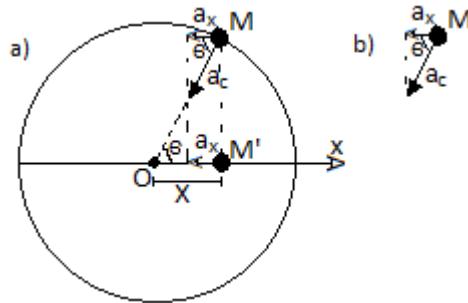


Figura 10

Descrevemos, então:

$$\cos \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a_x}{a_c}$$

Isolando  $a_x$ , temos :

$$a_x = a_c \cos \theta$$

mas,

$$a_c = \frac{v^2}{R}, \quad R = A \quad e \quad v = \omega A$$

Então :

$$a_c = \frac{\omega^2 A^2}{A}, \quad a_c = \omega^2 A$$

$$e \quad \theta = \theta_0 + \omega t$$

Substituindo :

$$a_x = -\omega^2 A \cos(\theta_0 + \omega t)$$

Para encontrarmos a equação que descreve o movimento de uma partícula que está em MCU sobre um diâmetro, realizamos uma discussão análoga àquela feita quando falamos sobre a aceleração, só que separamos uma outra parte da Figura 10, já analisada antes. Na Figura 11, destacamos que, conforme a partícula percorre o movimento circular, o ângulo  $\theta$  varia e a distância  $x$  da partícula sobre o eixo também muda. A distância entre a origem e a partícula é igual ao raio da circunferência e este coincide com a amplitude do MHS. Considerando todos os fatores citados, escrevemos:

$$\cos \theta = \frac{X}{A}$$

Como queremos isolar  $x$  :

$$X = A \cos \theta$$

$$X = A \cos(\theta_0 + \omega t)$$

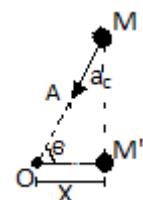


Figura 11

Depois disso, encontramos a equação da velocidade da partícula no eixo x em função do tempo. Agora tínhamos o ângulo oposto ao termo, Figura 12, que gostaríamos de achar e os alunos sabiam que deveríamos usar a função seno. O procedimento para demonstrar como chegamos na fórmula que indica qual a velocidade da bola em cima do eixo,  $V_x$ , foi descrito assim:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \operatorname{sen}\theta = \frac{V}{V_M}$$

Isolando  $V$ :

$$V = V_M \operatorname{sen}\theta$$

Sendo  $V = \omega A$

$$V_x = -\omega A \operatorname{sen}\theta$$

$$\text{e } \theta = \theta_0 + \omega t$$

Então:

$$V_x = -\omega A \operatorname{sen}(\theta_0 + \omega t)$$

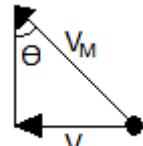


Figura 12

Os alunos assustaram-se com a ideia de ter que usar trigonometria para encontrar as equações da posição, velocidade e aceleração sobre o eixo x em função do tempo, mas foi explicado que o desenvolvimento para encontrar a função estava sendo exposto para que eles soubessem de onde vinham as funções que seriam usadas nas próximas atividades.



Figura 13 - Alunos da turma 1 durante a explicação da aula 4

#### 4.4.5 Aula 5 - Atividade com vídeo para relacionar MCU e MHS e discutir gráficos utilizando o software Tracker.

Novamente os vídeos mostrados na aula 4 foram discutidos, mas, desta vez utilizando o software Tracker, que nos permite, a partir de marcações feitas no vídeo, construir gráficos do movimento. A atividade foi demonstrativa e com ela procuramos que os alunos percebessem que quando um movimento é periódico, seu gráfico será uma senóide. As Imagens 14, 15, 16, 17 e 18 demonstram o vídeo no programa e os gráficos após a realização da vídeo análise.

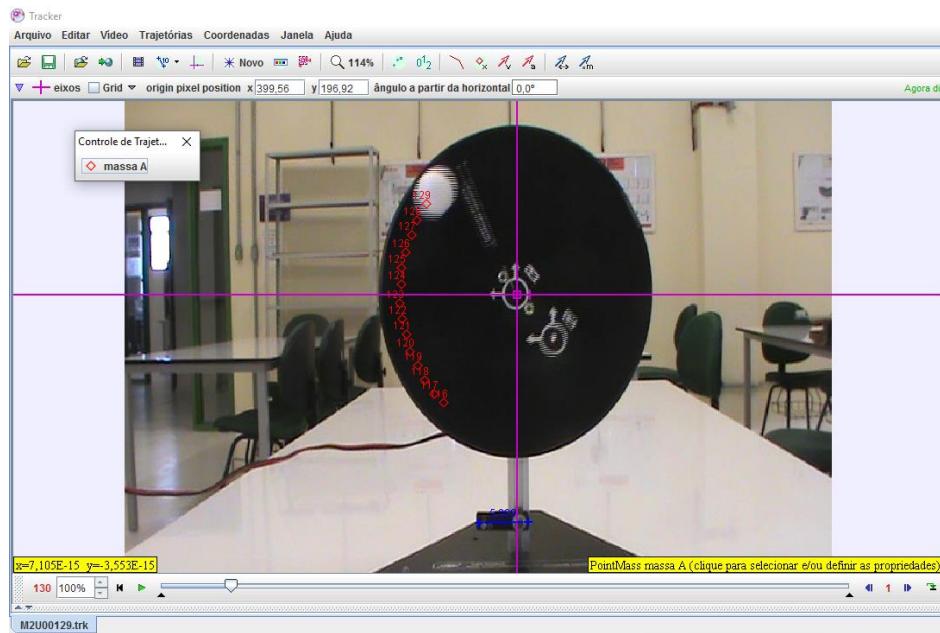


Figura 14 Imagens da Filmagem da bolinha vista de frente no Tracker

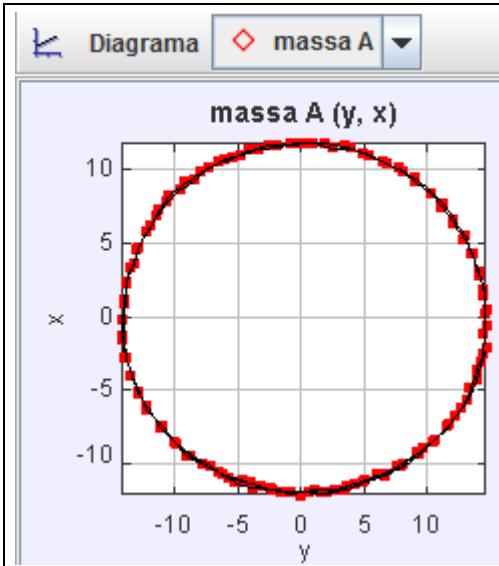


Figura 15 - Gráfico x X y formado no programa Tracker durante a vídeo análise

Esperávamos que o gráfico x x y fosse uma circunferência, assim como podemos ver na Imagem 15, de um gráfico retirado do software Tracker.

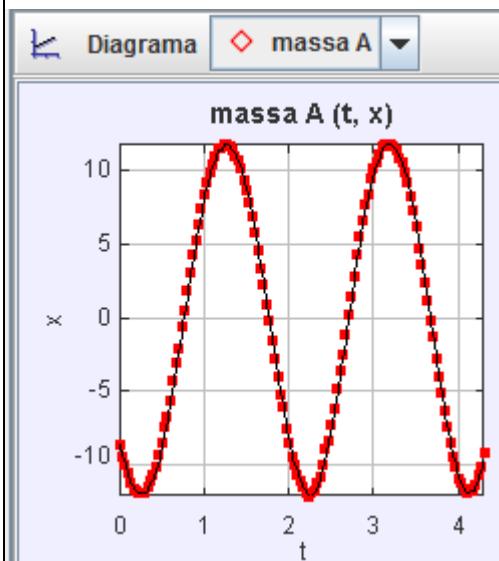


Figura 16 – Dados da Vídeo Análise, recorte do Software Tracker

Discutimos que como a bolinha fazia um movimento periódico teríamos gráfico que se repetiria com o passar do tempo, percebemos, analisando a Figura 16, que a amplitude do movimento era um pouco maior que 10 cm e analisamos seu período.

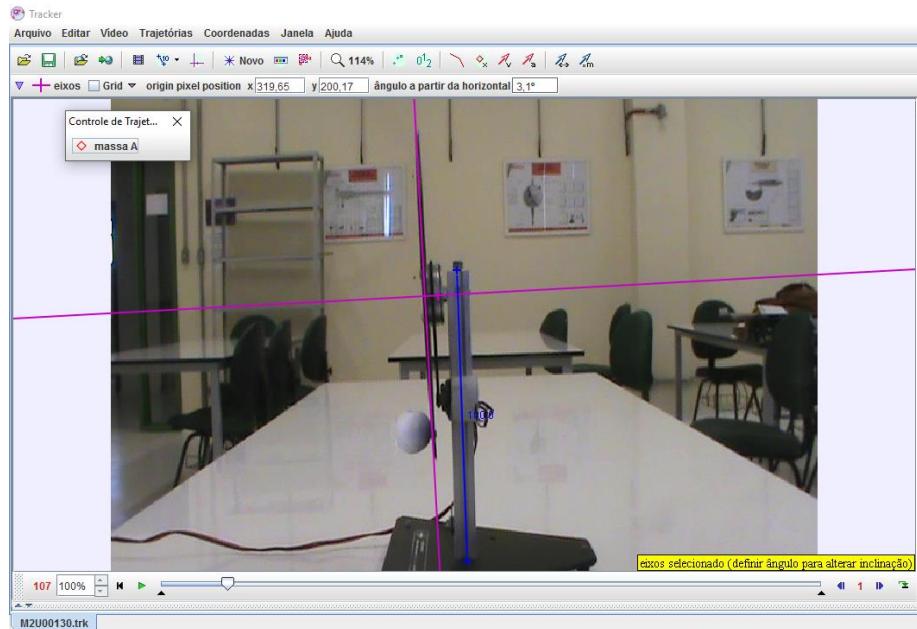


Figura 17 – Imagens da Filmagem da bolinha vista de perfil no *Tracker*

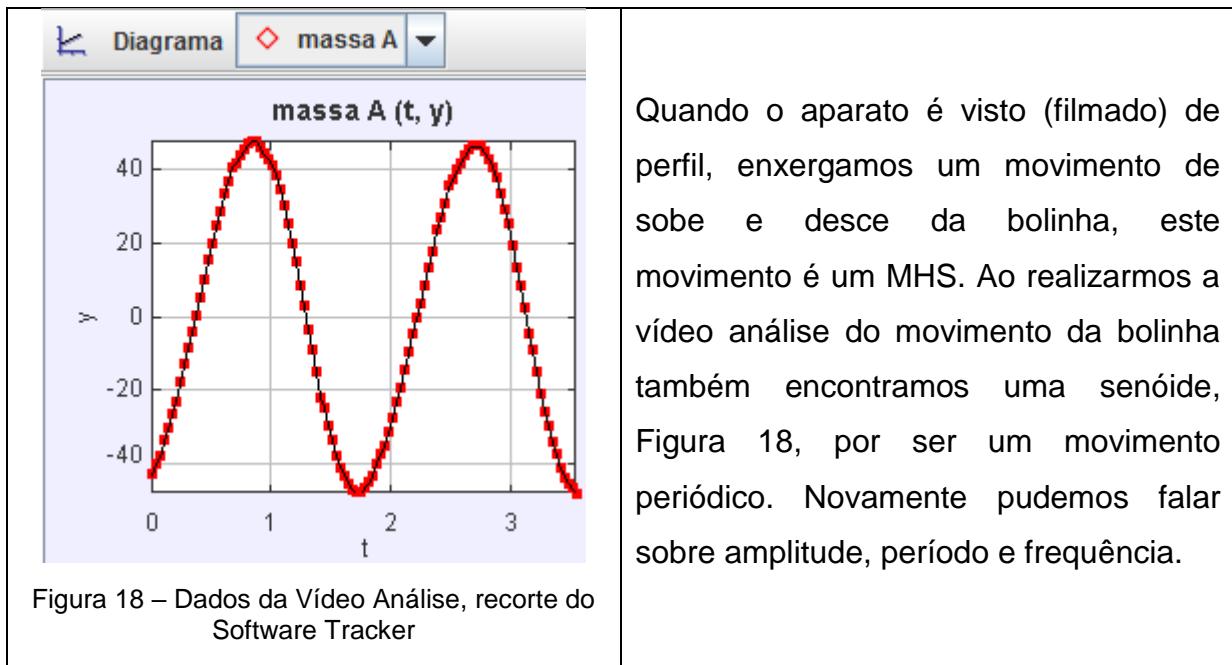


Figura 18 – Dados da Vídeo Análise, recorte do Software *Tracker*

#### 4.4.6 Aula 6 - Exercícios do MHS e MCU

Os exercícios que os alunos deveriam fazer eram da página 293 do apêndice E.1 do livro que cada aluno possui, encontrados no Anexo B deste trabalho. Os alunos tiveram bastante dificuldade em resolvê-los, mas fizemos os primeiros juntos e depois eles tentaram resolver sozinhos.

#### 4.4.7 Aula 7 - Atividade demonstrativa com Stellarium (Lua da Terra)

Nesta atividade foi mostrado aos alunos o Software *Stellarium*. Com este programa podemos observar o céu de qualquer lugar do Universo, podemos “ver”, dando zoom, Marte, o Sol, outras estrelas estando na Terra, Júpiter ou Saturno, por exemplo. Em uma demonstração vimos de Vênus a Terra e observamos a Lua movimentando-se em torno da dela. O fantástico é que ao selecionarmos o botão do programa “*Alternar entre montagem equatorial e azimutal*” enxergamos a Lua fazendo um movimento de vai e vem com a Terra no centro, como se fosse um sistema massa-mola, um MHS. Mas sabemos que o movimento é circular. Com isto podemos mostrar um exemplo em que podemos associar estes movimentos.

Após divagarmos no *Stellarium* mostramos a Figura 19, com a montagem de capturas de telas diárias da Lua ao redor da Terra, vista de Vênus, entre os dias 28 de julho de 2016 e 28 de agosto de 2016, sempre 0 hora. A partir da Figura 19, foram feitas medidas na tela da distância entre o centro da Terra e o centro da Lua originando a Tabela 2.

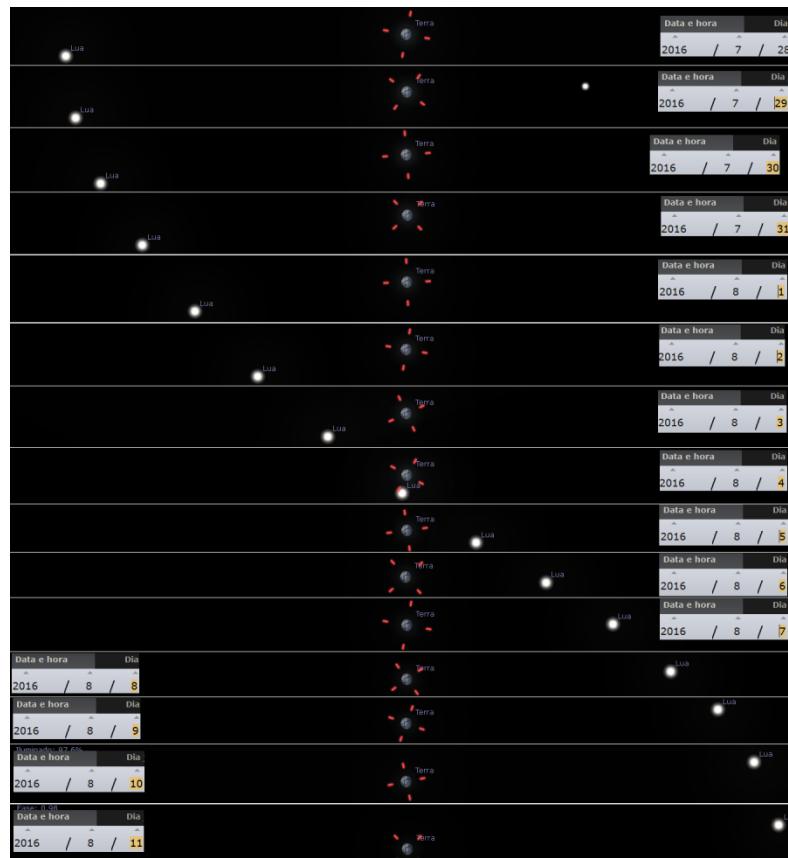


Figura 19 - Montagem de imagens do programa *Stellarium* em capturas de telas de 15 dias seguidos as 0h da Lua ao redor da Terra

Com os dados da Tabela 2 construímos o gráfico da Figura 20, que representa a distância versus tempo do movimento da Lua ao redor da Terra.

Tabela 2- Dados das distância Terra-Lua retirada de recortes do Software *Stellarium*

Dia	Nº	Distância (cm)
28	1	-13,3
29	2	-12,9
30	3	-12
31	4	-10,4
1	5	-8,3

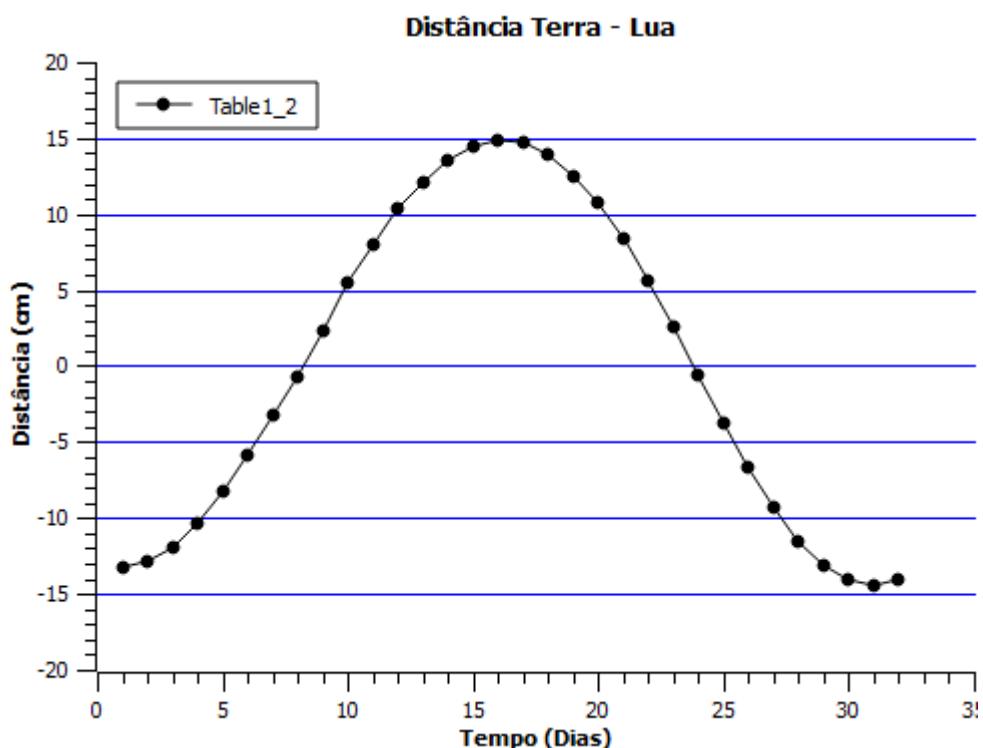


Figura 20 - Gráfico do movimento da Lua ao redor da Terra visto de Vênus. Distâncias retiradas de recortes do software *Stellarium*

Mostrando a Figura 21, que representa o gráfico a distância do centro da Terra até Lua em 30 diferentes dias, discutimos que, para aquelas imagens, a amplitude é de aproximadamente 15 cm, período é de aproximadamente 30 dias, frequência é de uma volta completa a cada 30 dias.

#### 4.4.8 Aula 8 - Atividade com *Stellarium* (Luas de Júpiter)

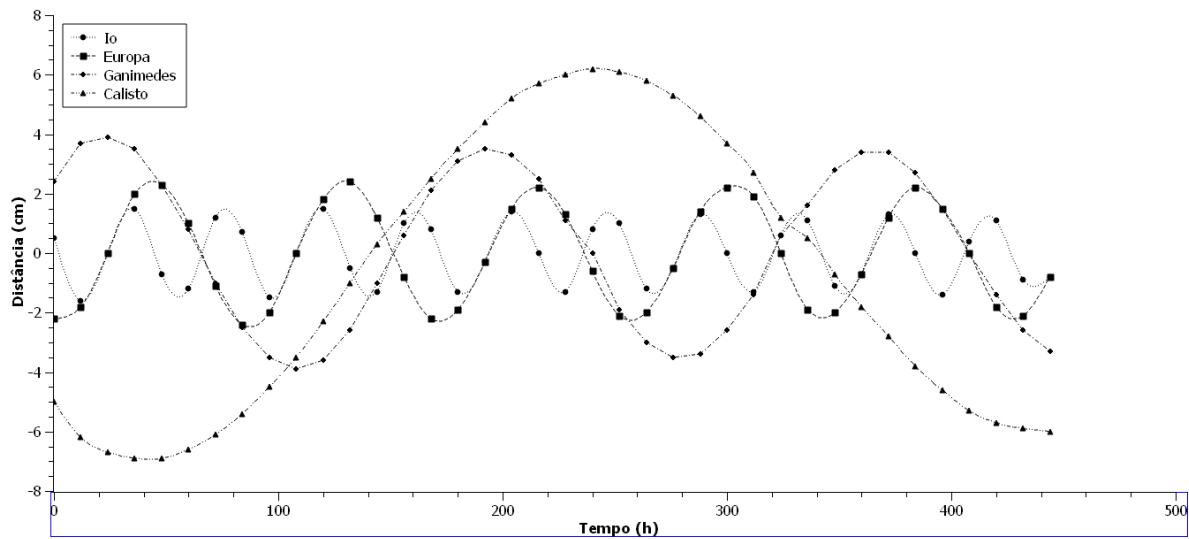
Nesta aula, os alunos receberam aleatoriamente a mesma atividade demonstrada na aula 7, mas, desta vez, com as Luas de Júpiter. Foram formados grupos de quatro alunos que receberam uma das luas daquele planeta. Em média cada lua tinha 8 alunos, estes foram divididos em dois grupos de quatro cada, isto é, dois grupos com Io, dois grupos com Europa, dois grupos com Ganímedes e dois grupos com Calisto, por turma. Com régulas e a montagem de recortes de capturas do *Stellarium* das Luas de Júpiter vistas da Terra, assim como na Figura 21, no modo “*Alternar entre montagem equatorial e azimutal*”, eles deveriam fazer medidas de suas Luas, anotar em uma tabela dada, falar de movimento, amplitude, gráficos e equação da posição do MHS.



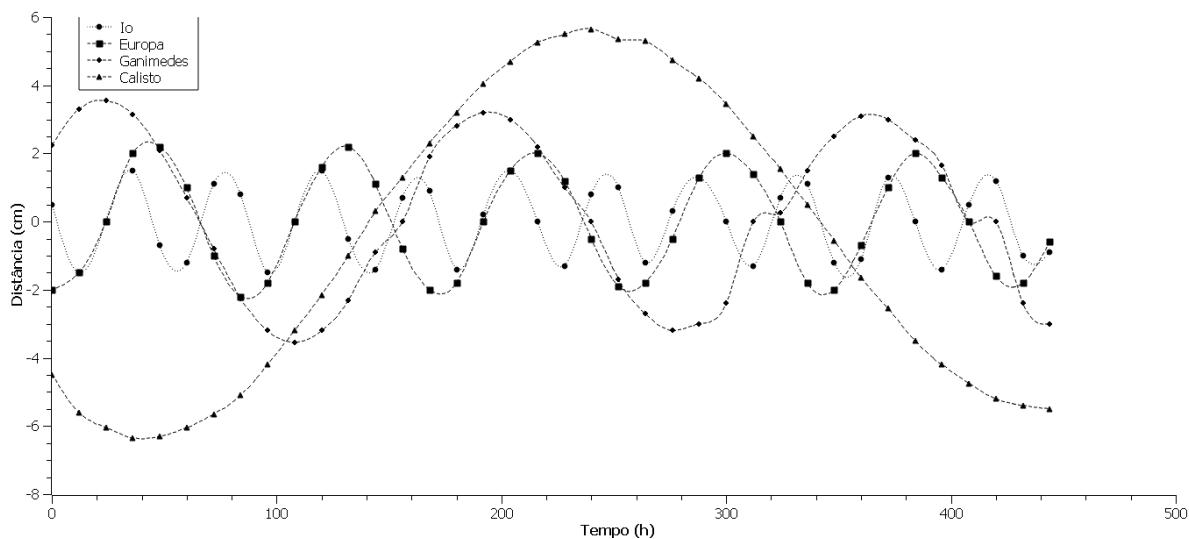
Figura 21 - Recorte da imagem da atividade 8 das luas de Júpiter, retirada do Software Stellarium

Os recortes, como o da Figura 21, foram feitos usando sempre a mesma aproximação. As distâncias medidas em centímetro foram feitas do centro de Júpiter até o centro da Lua. A data de 07 de janeiro de 1610 foi escolhida, pois, segundo o artigo de CUZINATTO (2014), por volta desta data que Galileu Galilei fez suas primeiras anotações sobre a descoberta de quatro “estrelas companheiras” de Júpiter, estas que hoje sabemos serem suas luas. Também escolhemos imagens de 12 em 12h por percebermos que a Lua mais próxima, Io, se comportaria de forma que pudéssemos analisá-la com dados mais precisos. Io realiza uma volta completa ao redor de Júpiter em 1,769 dias terrestres, segundo dados de IACHEL (2009). O satélite mais distante é Calisto, e este leva em torno de 16,689 dias terrestres para dar uma volta ao redor daquele planeta, por este motivo selecionamos 38 imagens que representam 19 dias.

Foram feitas médias das medidas dos grupos, pois para cada lua existiam dois grupos por turma, e construído um único gráfico para as quatro Luas. O gráfico construído com os dados dos alunos deverá ser bem próximo da Imagem 22 abaixo, que foi feito com as medidas já realizadas da professora.



**Figura 22-** Gráfico construído previamente pela professora da coleta de distâncias da atividade das Luas de Júpiter para comparar com os dados coletados dos alunos



**Figura 23 -** Média dos dados da Turma 1

A Figura 23 foi construída com a média da medida dos alunos da turma 1. Podemos ver nitidamente o período e a amplitude das medidas das luas de Júpiter. Não houve dificuldades nas medidas dessa turma.

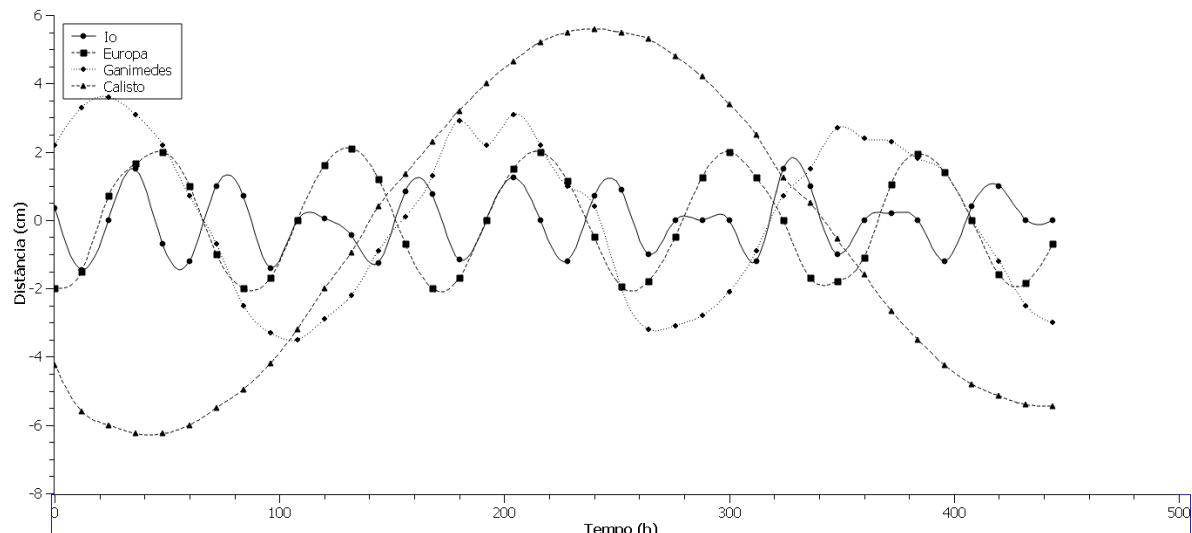


Figura 24 - Média dos dados da Turma 2

A Figura 24 foi construída com a média da medida dos alunos da turma 2. As medidas da lua Calisto desta turma ficaram melhores que os da turma 1, mas Io, Europa e Ganimedes ficaram com alguns erros nas medidas.

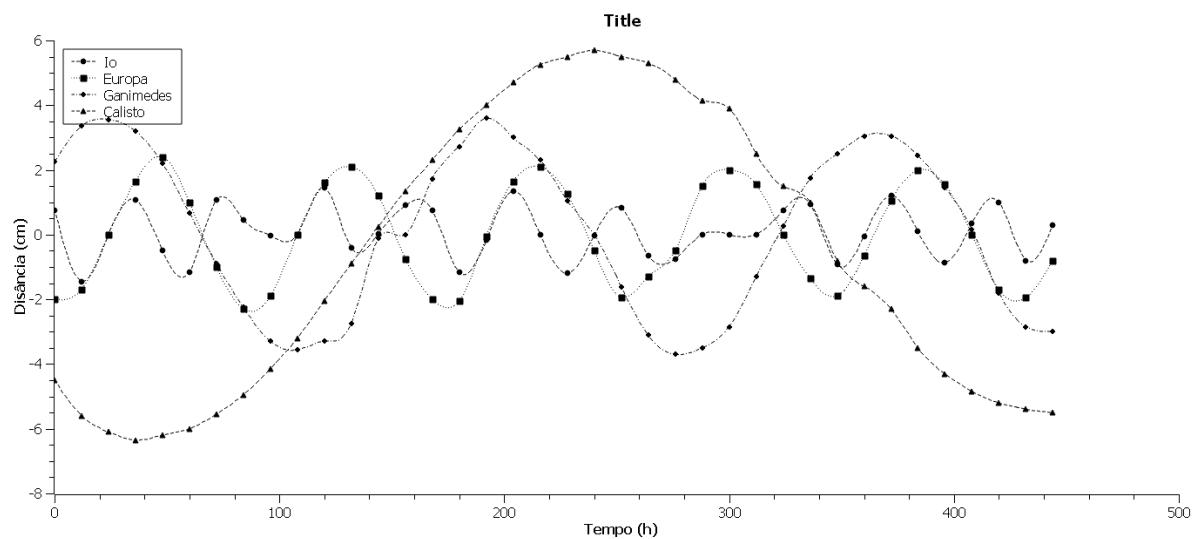


Figura 25 - Média dos dados da Turma 3

A Figura 25 foi construída com a média da medida dos alunos da turma 3. Durante a coleta dos dados foi percebido que um grupo de alunos fez a medida usando valores menores que o milímetro. Questionados, percebeu-se que os alunos, que trabalhavam com a lua Ganimedes, não sabiam utilizar a régua, mediam 1,7 cm como sendo 1,52 cm. Não foram arrumadas as medidas, mesmo sabendo como concertá-las. Mesmo com o erro, de acordo com o gráfico, Ganimedes não teve

medidas tão ruins quanto Io, o que era de se esperar, por ser a lua que tem maior frequência.

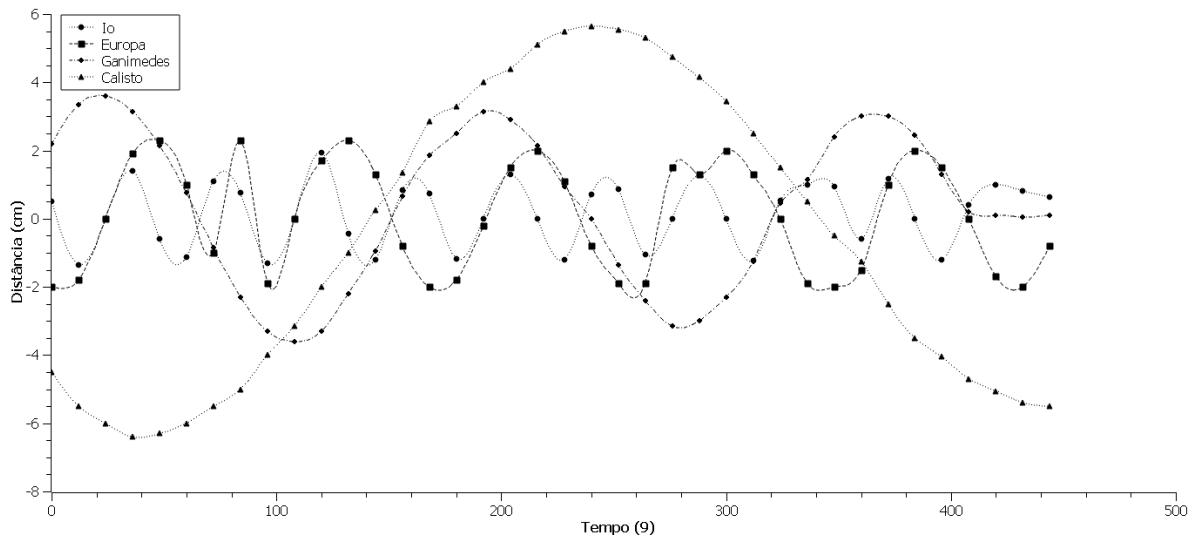


Figura 26 - Média dos dados da Turma 4

A Figura 26 foi construída com a média da medida dos alunos da turma 4. Mesmo com alguns dados que fazem as curvas não ficarem simétricas podemos enxergar o período e a amplitude.

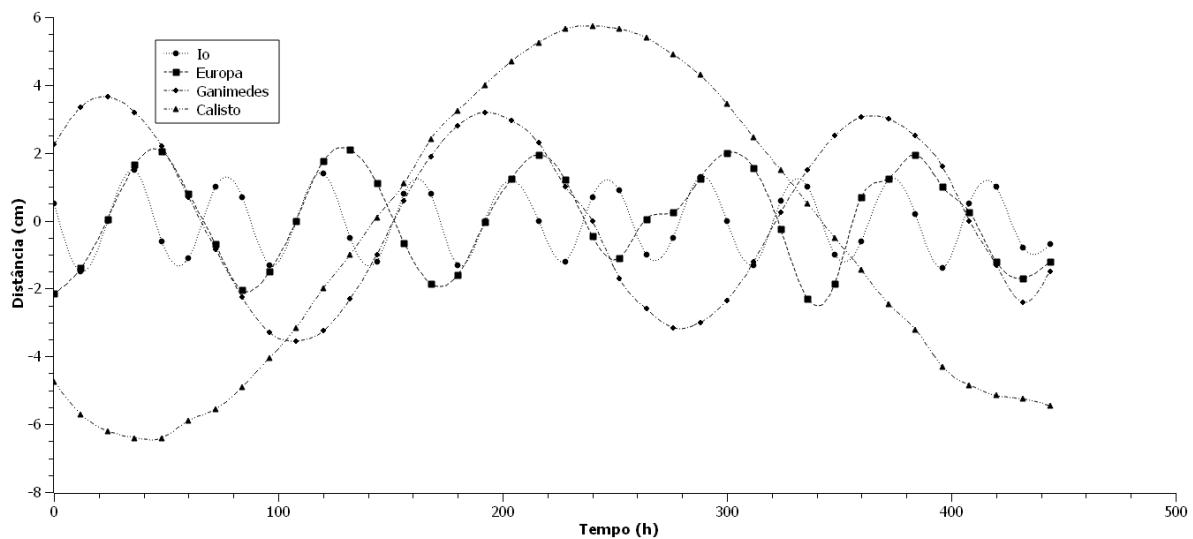


Figura 27 - Média dos dados da Turma 5

A Figura 27 foi construída com a média da medida dos alunos da turma 5. Assim como na turma 1, a turma 5 não teve problema nas suas medidas para a construção dos gráficos.

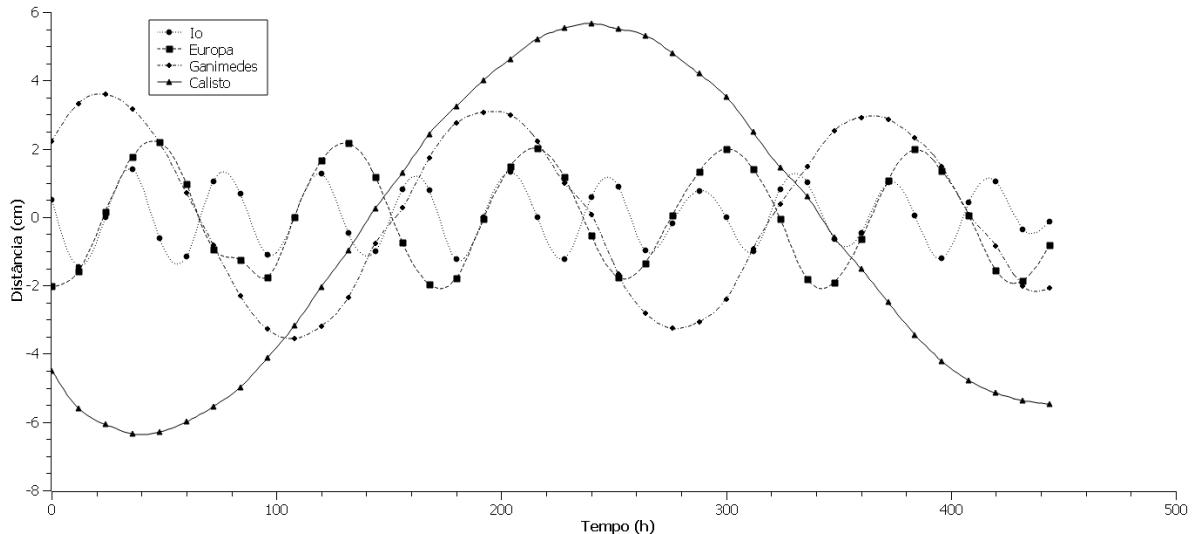


Figura 28 - Média das medidas das turmas

O gráfico da média das medidas das cinco turmas, encontrada na Figura 28, ficou muito parecido com o gráfico esperado, Figura 22, demonstrando assim que, mesmo com medidas ruins ao longo da atividade, ao final podemos obter um gráfico com bons resultados. Para as turmas 2 e 3 foram mostrados os gráficos das medidas deles e do esperado, causando espanto, pois eles achavam que haviam errado nas medidas. Foi explicado que as medidas realizadas pela professora iam sendo corrigidas quando um erro ficava explícito no gráfico esperado, correção esta que com eles não foram realizadas.

As Figuras 29, 30, 31, 32 e 33 contém imagens dos alunos realizando a atividade planejada para a aula 8.



Figura 29 - Alunos da turma 3 realizando a atividade da aula 8



Figura 30 - Alunos da turma 2 realizando a atividade da aula 8



Figura 31 - Alunos da turma 2 realizando a atividade da aula 8



Figura 32 - Alunos da turma 2 realizando a atividade da aula 8



Figura 33 - Alunos da turma 3 realizando a atividade da aula 8

#### 4.4.9 Aula 9 - Visita ao planetário

O planetário da UNIPAMPA foi levado até a escola, como podemos ver nas Imagens 34, 35 e 36, abaixo. As turmas assistiram uma sessão preparada com a temática das luas de Júpiter vistos daqui da Terra, falando um pouco sobre a história da ciência, mencionando Galileu. Como as aulas estavam atrasadas e o planetário estava reservado para o dia 28 de setembro, esta aula aconteceu antes das aulas 7 e 8, de exercícios e atividades. No turno da manhã somente os alunos do segundo ano viram a sessão (5 turmas), nos turnos da tarde e da noite todas as turmas (somando os dois turnos) puderam visitar o planetário itinerante. A visita deixou a maioria dos alunos motivados. Alguns alunos do turno da manhã que não eram do segundo ano convenceram seus professores a sair de sala para assistir a sessão. Após esta aula os alunos estavam ainda mais motivados a participar das atividades propostas. Um aluno da turma 3 disse que estava gostando muito de trabalhar com “essas paradas” de luas.



Figura 34 – Imagem do planetário sendo montado no ginásio da escola



Figura 35 – Turma 2 entrando no planetário



Figura 36 Imagens do planetário montado na escola e da turma 4 visitando-o.

Segundo os PCN+:

Promover e interagir com meios culturais e de difusão científica, através de visitas a museus científicos ou tecnológicos, planetários, exposições etc., para incluir a devida dimensão da Física e da Ciência na apropriação dos espaços de expressão contemporâneos (PCN+, 2006, p.68).

E ainda:

Passar a tratar a Física como parte da cultura contemporânea abre, sem dúvida, uma interface muito expressiva do conhecimento em Física com a vida social, seja através da visita a museus, planetários, exposições, centros de ciência, seja por meio de um olhar mais atento a produções literárias, peças de teatro, letras de música e performances musicais. Cada vez mais elementos do mundo científico, sua linguagem e principalmente a visão de mundo que o traduz estão presentes num amplo conjunto de manifestações sociais. Da mesma forma, as questões relativas ao desenvolvimento tecnológico e ao desenvolvimento econômico, em diferentes níveis, acompanham o dia-a-dia da vida contemporânea e frequentemente podem ser analisadas na perspectiva do conhecimento científico. (PCN+, 2006, p. 85)

#### 4.4.10 Aula 10 – Atividade Final Avaliativa

Na última atividade os alunos fizeram uma transposição dos dados e imagens que eles tinham coletado na atividade de medida da aula 8, que tratava-se de um MHS, para um MCU, desenhando com cores diferentes algumas voltas que suas luas realizavam ao redor de Júpiter, como se agora estivesse enxergando como um MCU o que viam como MHS alguns grupos não usaram cores diferentes, mas sim, símbolos diferentes para representar as diferentes voltas. Esta atividade foi

avaliativa e final. Deveriam identificar a órbita da lua que tinham trabalhado anteriormente e desenhar nela o seu movimento circular, respeitando o tempo e a posição da lua.

Os alunos tiveram dificuldades em entender inicialmente a atividade, deveriam pensar um pouco. Depois, com a ajuda da professora conseguiram desenvolvê-la, como podemos ver os alunos da turma 5 na Figura 38. Apenas uma aluna da turma 1 conseguiu fazer a atividade sem que fosse necessário dar muitas instruções. Como nas medidas dos alunos na atividade 8 não tinham valores corretos, pois cada grupo ao medir na régua poderia encontrar diferentes distâncias na casa dos milímetros apareceram diversos valores para a amplitude da mesma lua, então os dados das circunferências já entregues para os alunos não puderam ser utilizada pela maioria deles, sendo sugerido que, com a ajuda de um compasso, fosse desenhado uma circunferência no verso da folha cada grupo com os seus dados. No item 4.5 discutimos os resultados dos alunos nesta atividade avaliativa.



Figura 37 - Alunos da turma 5 realizando a atividade final avaliativa

#### 4.5 Análise das respostas dos alunos

Abaixo foram descritas as questões utilizadas em aula (Testes de Leituras e Testes conceituais) com o percentual para cada alternativa juntamente com uma análise das respostas dos alunos. Quando houver duas colunas de percentuais por

alternativa significa que a questão teve que ser repetida por ter respostas certas entre 30% e a 70%. A coluna da esquerda refere-se à primeira vez que a pergunta foi exposta e, a coluna a direita da alternativa representa a resposta após a discussão entre os colegas. As questões foram retiradas de livros e de trechos de seus textos. Antes de serem utilizadas foram avaliadas, quanto ao método da IpC, pelo Prof. Dr. Ives Araújo, que fez algumas sugestões sobre números de alternativas, devendo sempre ser maiores que 2 e enfatizando que devessem ser conceituais. A alternativa correta de cada questão está marcada com a cor verde, e as incorretas estão em vermelho.

**Tarefa de Leitura – Questão 1 - O movimento circular uniforme (MCU):**

- A. É um movimento periódico;
- B. Não é um movimento periódico;
- C. É um movimento periódico, mas sua velocidade escalar varia.

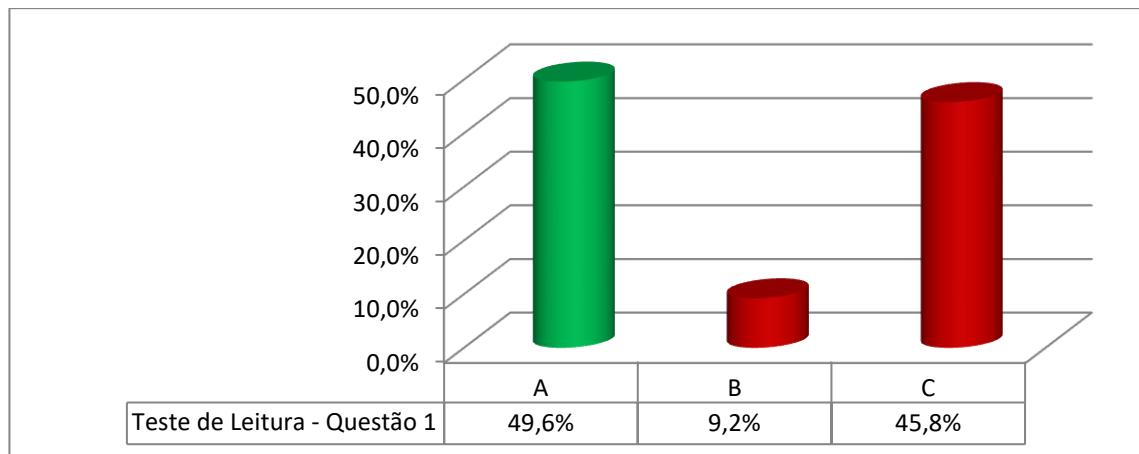


Figura 38- Dados do Teste de Leitura - Questão 1.

A Questão 1 foi respondida por 131 alunos. De acordo com o que vemos na Figura 38, fica evidente que somente a metade dos alunos fez a Tarefa de Leitura ou relembram do conteúdo explicado no ano anterior, ou ainda a chutaram. Com esta informação a professora já sabia que seria necessário retomar o conteúdo no decorrer da aula.

**Tarefa de Leitura – Questão 2 -** O menor intervalo de tempo que deve decorrer para que um móvel repita suas características cinemáticas recebe o nome de:

- A. Frequência;
- B. Período;
- C. Velocidade;
- D. Aceleração.

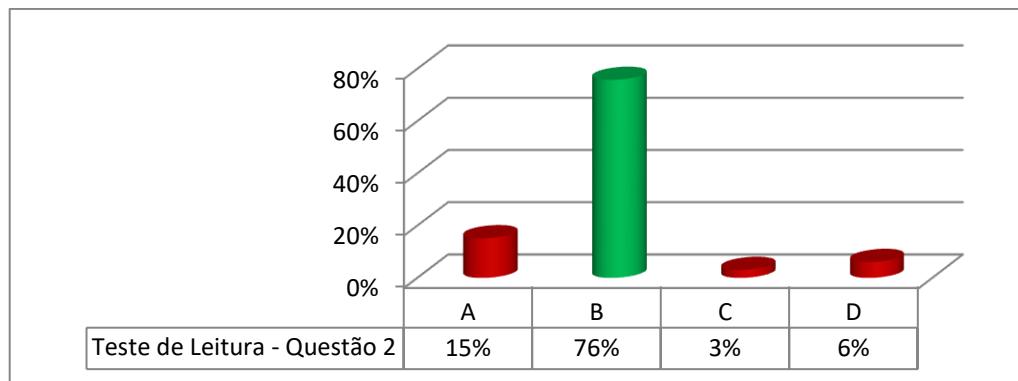


Figura 39 - Teste de Leitura - Questão 2

Nesta questão 2, 76% dos alunos a acertaram, conforme dados da Figura 39. Obtivemos respostas de 132 alunos. Mesmo que a maioria dos alunos tenham acertado, esta parte do conteúdo foi rapidamente retomada para que também falássemos de frequência e a relação entre estas grandezas.

**Teste Conceitual – Questão 3** - Nas Imagens 1 e 2, nas circunferências, cada ponto representa a posição de uma partícula que descreve uma trajetória circular, a cada segundo, a partir do ponto A, em sentido horário. Em qual situação está representado um MCU?

- A. Imagem 1;
- B. Imagem 2;
- C. As duas imagens apresentam MCU.

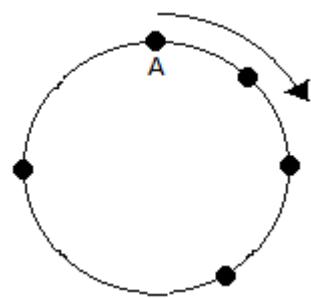


Imagen 1

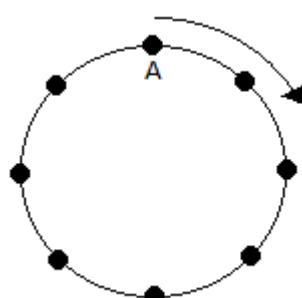


Imagen 2

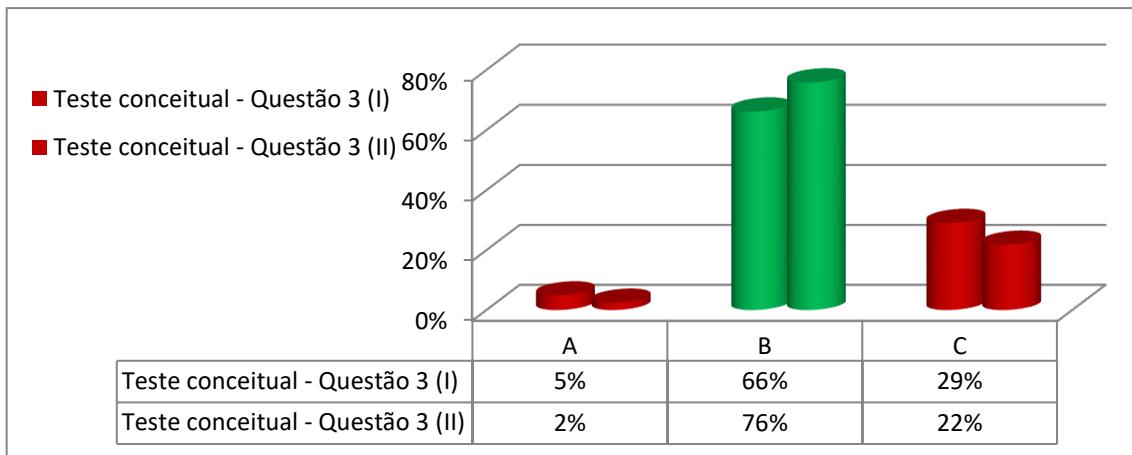


Figura 40 - Teste de Leitura - Questão 3

Analizando as dados da questão 3, na Figura 40, percebemos facilmente que dos 124 alunos que a responderam 10% mudaram para a resposta correta após a discussão com os colegas. Os alunos reuniam-se e realmente discutiam a questão, para que depois acertassem a alternativa correta. Inclusive faziam pergunta para a professora, que dizia não poder responder. Houve uma confusão por parte de alguns alunos, pois acreditaram que qualquer movimento circular é uniforme, e após a discussão foi percebido por alguns que quando há movimentos circulares que não são uniformes.

**Teste Conceitual – Questão 4** - Nas alternativas descritas selecione a que NÃO apresenta um MCU:

- A. Carrossel com velocidade angular constante;
- B. Movimento de rotação da Terra;
- C. Movimento de translação da Terra;
- D. Hélices de um avião em pleno voo;
- E. Giro da maçaneta de uma porta.

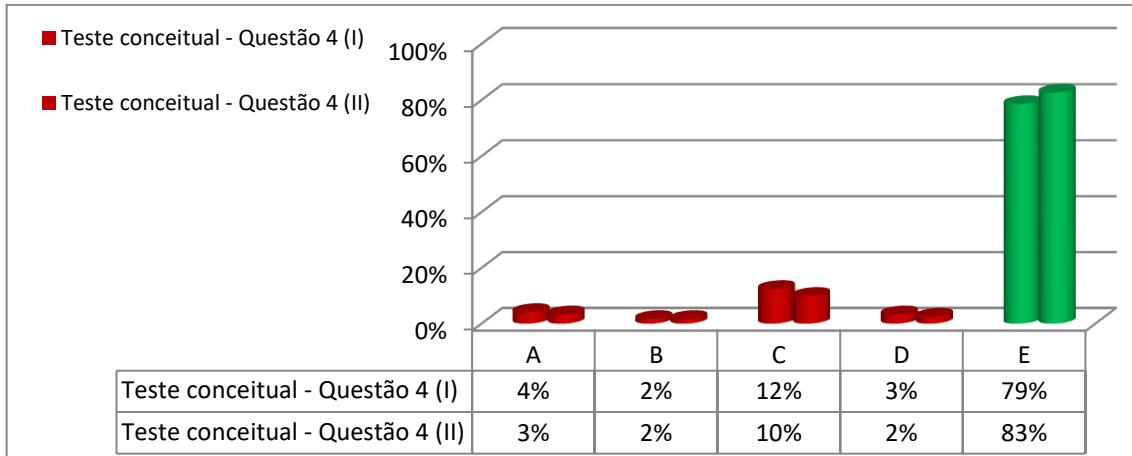


Figura 41 - Teste conceitual - Questão 4

Ao observarmos a Figura 41, que consta o gráfico da questão 4, parece ser desnecessário repetir a questão, visto que no somatório 79% das alternativas escolhidas da primeira votação foram corretas, mas quando a questão foi apresentada em uma das turmas somente 61% tinham selecionado a alternativa E como sendo a correta, por este motivo foi necessário repeti-la. Nesta questão obtivemos respostas de 121 alunos.

**Teste Conceitual – Questão 5** - Qual o período do ponteiro das horas de um relógio?

- A. 60 minutos
- B. 24 horas
- C. 3600 segundos
- D. 12 horas.

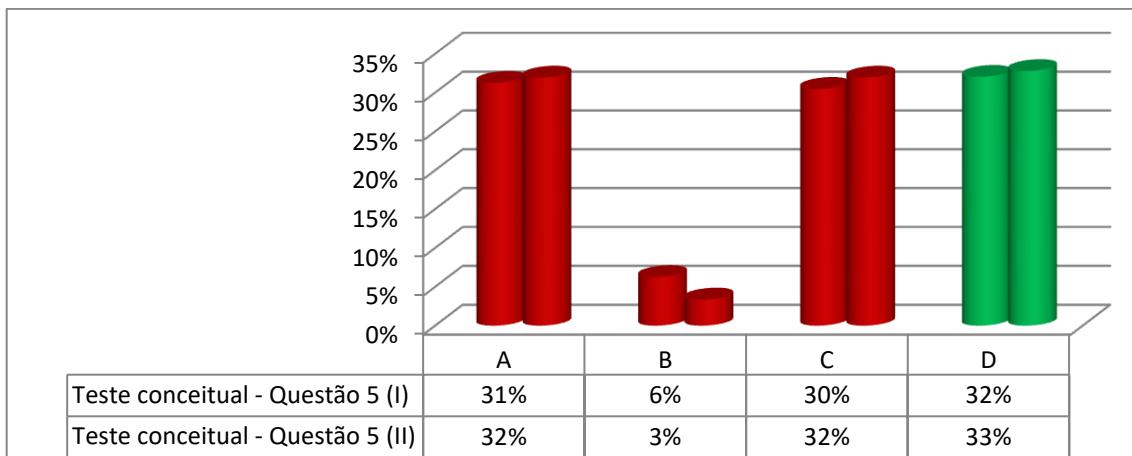


Figura 42 - Teste conceitual - Questão 5

Nesta questão houve bastante discussão, e escutando o argumento dos alunos foi dito que como durante a exposição do conteúdo foi dito que nos Sistema Internacional de Unidades o período (T) era medido em segundos (s), alguns achavam que a alternativa correta seria aquela em que a resposta estava, então, em segundos, convencendo até alguns colegas a trocar de alternativa para esta resposta. Um aluno da turma 3 argumentou que a alternativa A e C tinham a mesma resposta, pensando que não poderia ser nenhuma daquelas opções. Na primeira vez que a questão foi apresentada 128 alunos responderam, na segunda votação a quantidade de alunos diminuiu para 119. Como o percentual de acertos ficou muito baixo nas duas votações, dados vistos na Figura 42, foi necessário corrigir a questão com os alunos. Na Figura 43 temos um imagem do momento em que os alunos olham um relógio para argumentar sobre o período do ponteiro das horas.



Figura 43- Alunos discutindo a Questão 5.

**Teste Conceitual – Questão 6** - No SI (Sistema Internacional de Unidades) período e frequência tem como unidades, respectivamente:

- A. Hertz e segundos;
- B. Segundos e bpm;
- C. Horas e bpm;
- D. Segundos e Hertz.

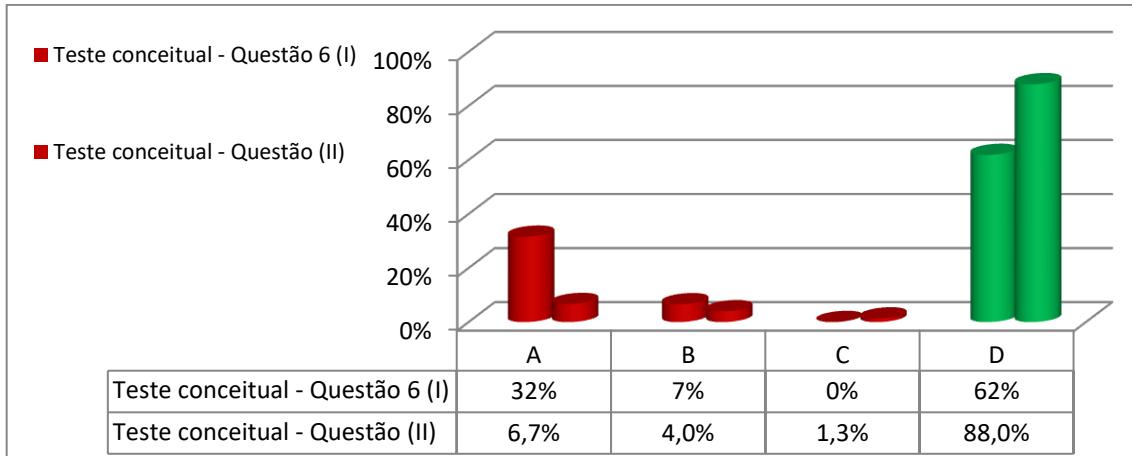


Figura 44 - Teste de conceitual - Questão 6

Ouvindo a discussão dos alunos após a primeira votação alguns deles disseram não entender o que significava a palavra respectivamente, achando que a alternativa A e D eram iguais, mas pelas discussões realizadas com os colegas essa dúvida foi sanada. Em um dos exemplos citados sobre frequência, foi dito que os batimentos cardíacos eram medidos em bpm (batimentos por minuto), podendo assim ter causado uma confusão na unidade no SI de frequência. Após a discussão 14% dos alunos, como vemos na Figura 44, mudou sua resposta para a alternativa correta. A questão foi respondida por 76 alunos na primeira votação e 75 quando foi repetida.

**Teste Conceitual – Questão 7** - Quando relacionamos Período (T) e Frequência (f) percebemos que:

- Eles têm uma relação direta, ou seja, quando T aumenta f também aumenta;
- Eles têm uma relação inversa, ou seja, quando T aumenta f diminui;
- Não há relação entre período e frequência.

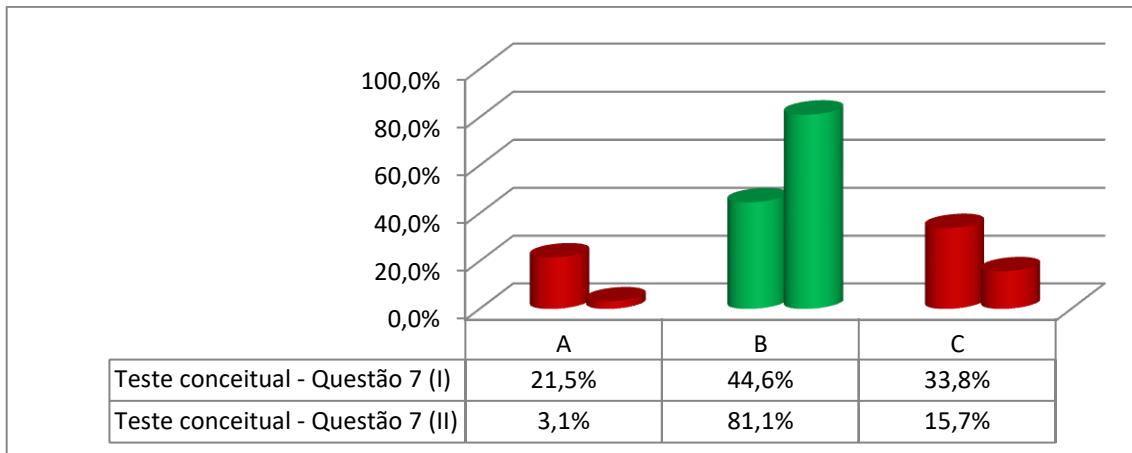


Figura 45 - Teste conceitual - Questão 7

Nesta questão os alunos demonstraram dificuldades em compreender a relação de entre período e frequência, podendo ver isso nos dados da Figura 45, sendo necessário realizar a discussão entre os alunos, vendo que após a discussão, o percentual de acertos aumentou significativamente de 44,6% para 81,1%. Na primeira vez 131 alunos responderam a pergunta e quando ela foi aberta para nova votação diminuiu para 127 votantes.

Mazur diz que quando o percentual de acertos na primeira votação fica próximo a 50% há mais chances de aumentar o número de alunos que acertam a questão na próxima vez que a pergunta for projetada, isso porque se a porcentagem for pouco elevada quase não haverá pessoas para tocar de resposta e se forem poucos alunos que a acertaram estes seriam insuficientes para convencer os colegas do porque consideram aquela a opção certa.

**Teste Conceitual – Questão 8** - Imagine o movimento das pás de um ventilador em MCU. Em uma delas há uma marcação a 5 cm do centro e a outra a 10 cm do centro da trajetória. Em qual deles a velocidade angular ( $\omega$ ) é maior?

- A. No ponto A;
- B. No ponto B;
- C. A velocidade angular é a mesma para os dois pontos;
- D. Não há velocidade angular.

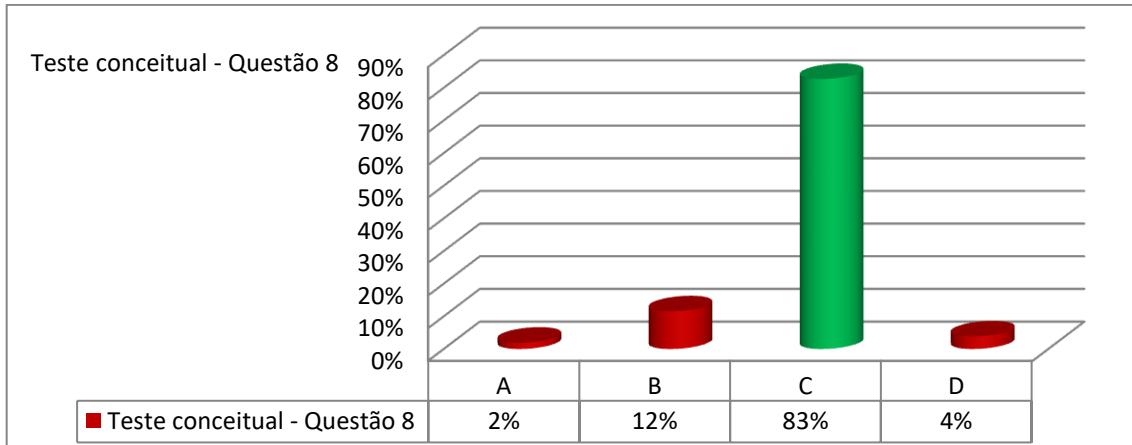


Figura 46 - Teste Conceitual - Questão 8

Analizando a Figura 46, a questão 8 teve grande percentual de acerto na primeira vez que foi projetada. Isso correu pois, minutos antes, tínhamos falado do exemplo dos atletas de corrida do atletismo em uma pista circular que suas velocidades angulares seriam iguais, estes varrem o mesmo ângulo no mesmo intervalo de tempo caso corram lado a lado. A questão foi respondida por 104 alunos.

**Teste Conceitual – Questão 9** - Analise os gráficos na Figura 47 abaixo e escolha a alternativa que representa a velocidade angular em função do tempo em um MCU, considerando  $\omega > 0$  (sentido anti-horário):

- A. Gráfico a;
- B. Gráfico b;
- C. Gráfico c;
- D. Gráfico d;
- E. Nenhuma das alternativas

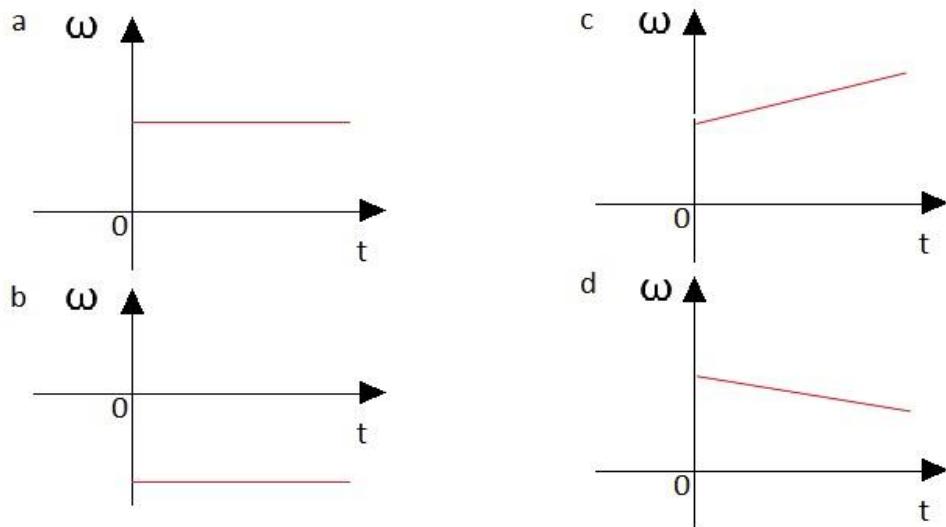


Figura 47 – Gráficos da questão 9

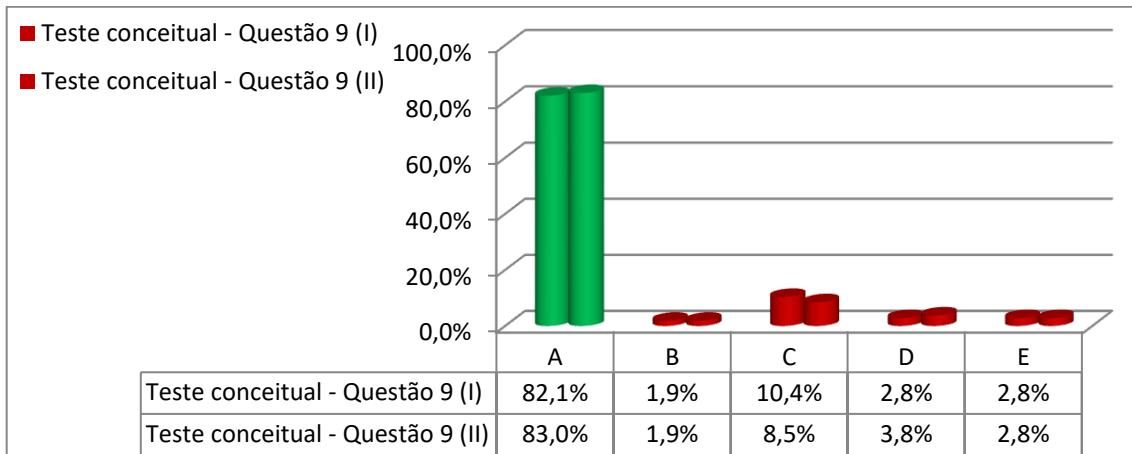


Figura 48 - Teste conceitual - Questão 9

Segundo informações que podem ser vistas na Figura 48, a maioria dos alunos acertou a questão porque ela tinha sido explicada um pouco antes de ser projetada, e em uma turma não foi apagada do quadro e, por isso teve 100% de acerto. A quantidade de alunos votantes foi de 106. Em uma das turmas não apareceu o gráfico da questão, sendo repetida, por este motivo temos dois dados sobre ela.

**Teste de Leitura – Questão 10** - A imagem da Figura 49 representa:

- A. Um Movimento Retilíneo Uniforme;
- B. Um Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado;

- C. Um Movimento Circular Uniforme;
- D. Um Movimento Harmônico Simples.

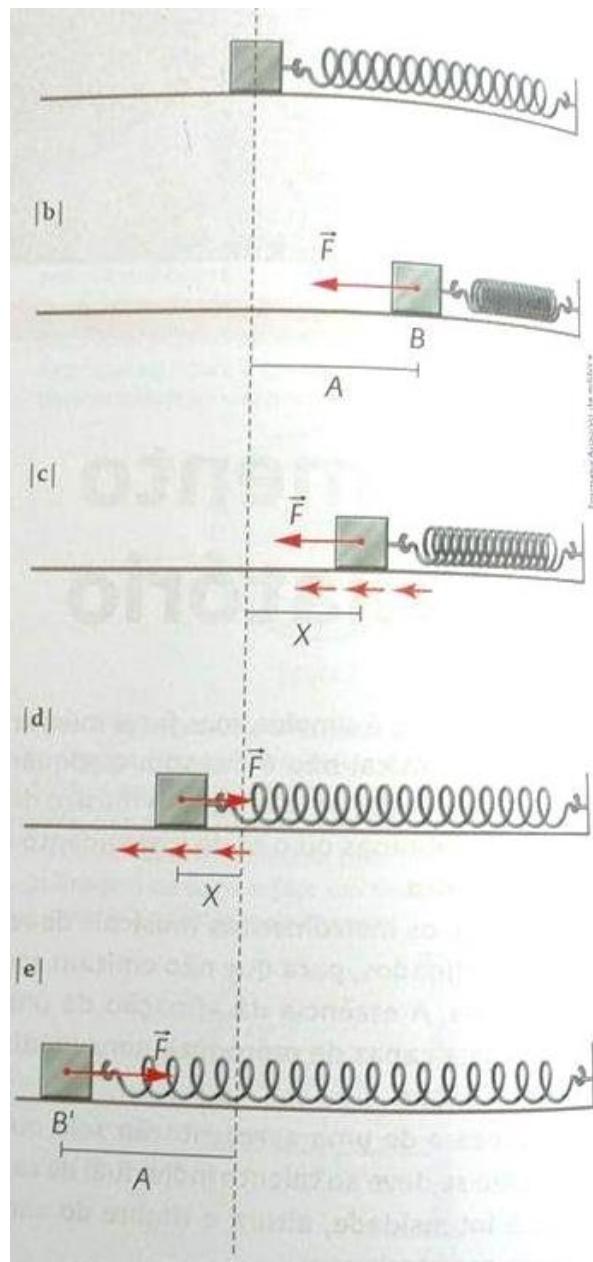


Figura 49 - Sistema massa mola projetada durante a aula

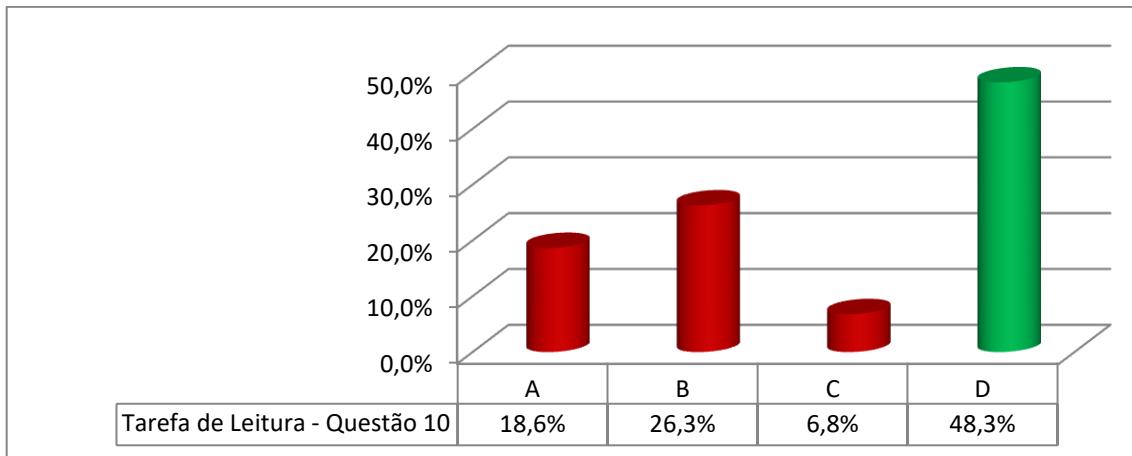


Figura 50 - Tarefa de leitura - Questão 10

Este material da Tarefa de Leitura estava no livro que cada aluno recebeu no início do ano, como indicado na Figura 50, somente 48,3% dos alunos responderam a resposta correta, demonstrando assim que a outra parte não leu o material solicitado. Entre todas as turmas que a questão foi projetada, obtivemos 118 respostas. Foi necessário retomar o conteúdo.

**Teste de Leitura – Questão 11** - É exemplo de um movimento vibratório:

- A. A extremidade de uma lâmina em vibração;
- B. Um ponto de uma corda esticada posta a oscilar;
- C. Um pêndulo de um relógio;
- D. Todas as alternativas descritas.

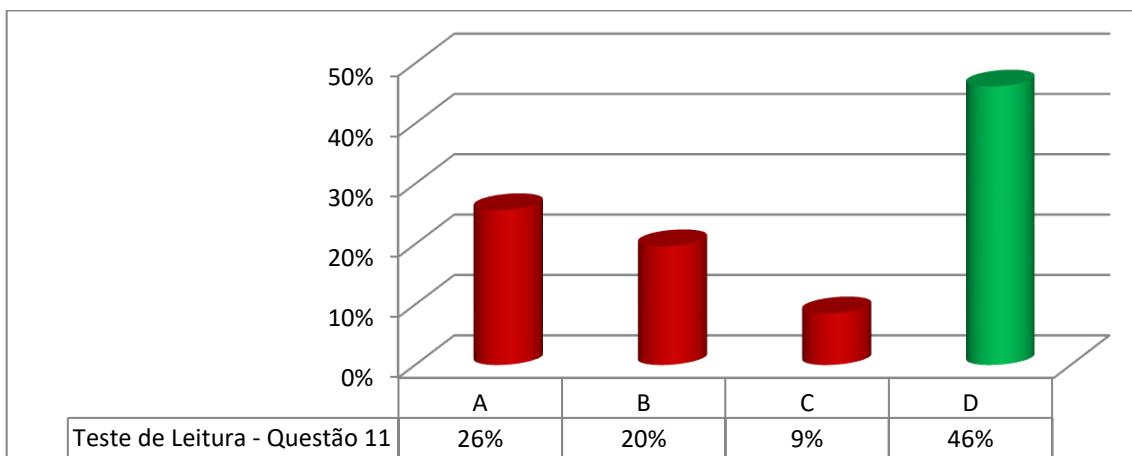


Figura 51 - Tarefa de Leitura - Questão 11

Este material da Tarefa de Leitura estava no livro que cada aluno recebeu no início do ano, somente 46% dos alunos responderam a resposta correta, demonstrando assim que a outra parte não leu o material solicitado. Os dados na forma de percentual estão indicados na Figura 51. Foram 117 alunos que votaram nesta questão. Foi necessário retomar o conteúdo durante a explicação dada em sala de aula.

**Teste Conceitual – Questão 12** - Analise as seguintes afirmações:

I- quando um objeto oscila ao ser afastado de sua posição de equilíbrio, fica sujeito a ação de uma força que tende a trazê-lo de volta para essa posição. Esta força é chamada de Força Restauradora;

II- a distância entre a posição de equilíbrio e a posição extrema ocupada por um objeto que oscila é denominada amplitude, A do movimento;

III- o tempo que o objeto demora para efetuar uma vibração completa é denominado período do movimento.

Analise quais afirmações estão corretas:

- A. Apenas a I
- B. Apenas a II
- C. Apenas II e III
- D. Todas as alternativas.

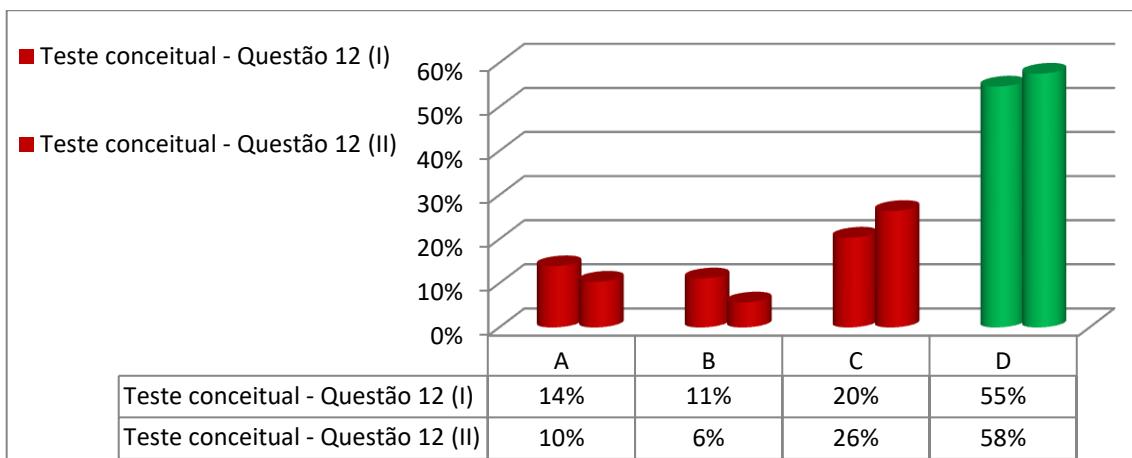


Figura 52 - Teste Conceitual - Questão 12

A questão 12 teve 108 votantes na primeira vez e 106 na segunda exposição, após a argumentação com os colegas. Como o Termo “Força Restauradora” não foi

dito durante a explicação, mas apareceu na questão e os alunos inicialmente acharam que a alternativa I não estava correta, depois de discutirem entre si, os alunos acabaram trocando de resposta, mesmo assim não atingindo a quantidade de 70% de acertos, dado que pode ser visto na Figura 52. Foi retomado o conteúdo retornando ao software Modellus, como mostrado na Figura 5, e dito que a força elástica trata-se de uma força restauradora. Não havia nova questão com este termo.

**Teste Conceitual – Questão 13** - Suponha que o bloco da Figura 53, em um dado intervalo de tempo, passasse por “o”, dirigindo-se para B, voltando a B’ e retornando a “o”. Poderíamos afirmar que o bloco efetuou:

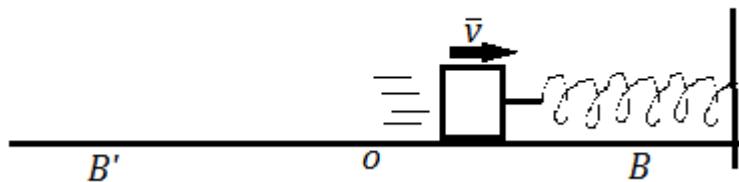


Figura 53 - Imagem projetada durante a aula de um sistema massa mola

- A. uma oscilação completa;
- B. O equivalente ao valor do dobro da amplitude;
- C. As duas alternativas anteriores estão corretas.

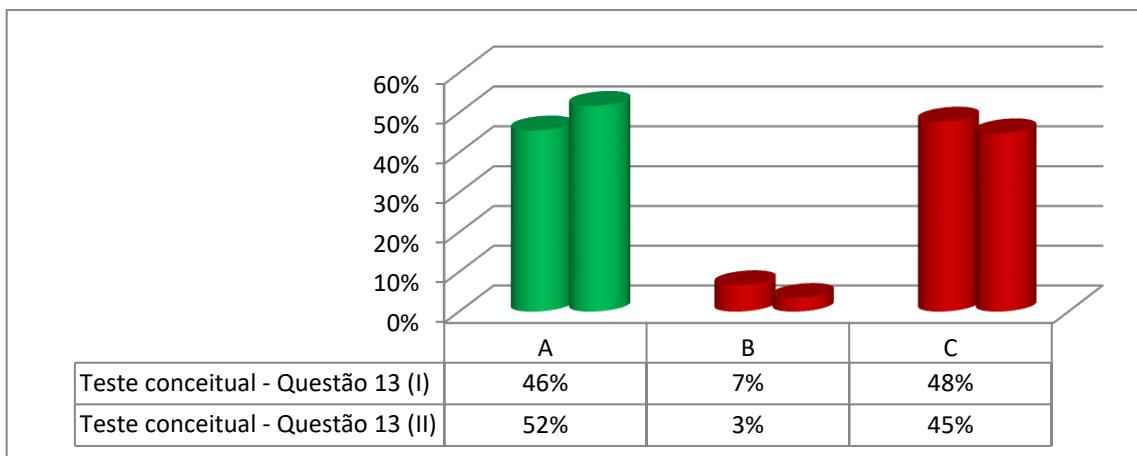


Figura 54 - Teste conceitual - Questão 13

Esta pergunta foi respondida por 90 alunos e somente 46% destes responderam a alternativa A como correta, sendo necessário reunir os alunos para conversarem e argumentar entre si, o percentual de acertos, como tabelado na Figura 54, dos 87 que responderam pela segunda vez, aumentou 8%, mas mesmo assim não houve mais de 70% de acertos e foi necessário retomar o tema de oscilação completa e amplitude.

**Teste Conceitual – Questão 14** - Suponha que uma lâmina oscile entre dois pontos B e B', e a distância entre estes dois pontos seja igual a 10 cm. Qual é o valor da amplitude de vibração da extremidade da lâmina?

- A. 10 cm
- B. 20 cm
- C. 5 cm
- D. 15 cm

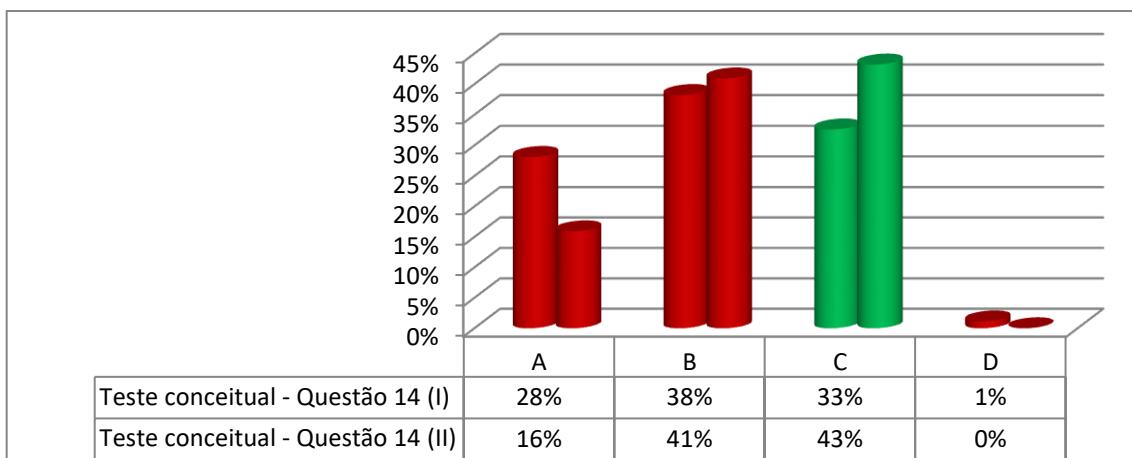


Figura 55 - Teste Conceitual - Questão 14

Nesta questão os alunos demonstraram não entender o conceito de amplitude confundindo-a com a trajetória do movimento e, mesmo após a discussão, mesmo que o percentual de acertos aumentou não superou os 70% necessários para considerarmos o conteúdo como aprendido. Por este motivo foi necessário resolver a questão com as turmas, reexplicando o conteúdo e projetar uma nova questão semelhante, neste caso a questão 15. Primeiro houve 89 votantes e na segunda votação a quantidade de alunos que respondeu foi de 88 e os dados na forma de percentual são retratados na Figura 55.

**Teste Conceitual – Questão 15** - Sobre amplitude de um movimento é correto afirmar que ela é a distância entre a posição de equilíbrio e a posição extrema ocupada por um objeto que oscila. Se um objeto que oscila tem  $A = 5\text{ cm}$  o comprimento da trajetória é:

- A. 5 cm;
- B. 10 cm;
- C. 2,5 cm;
- D. 10 m.

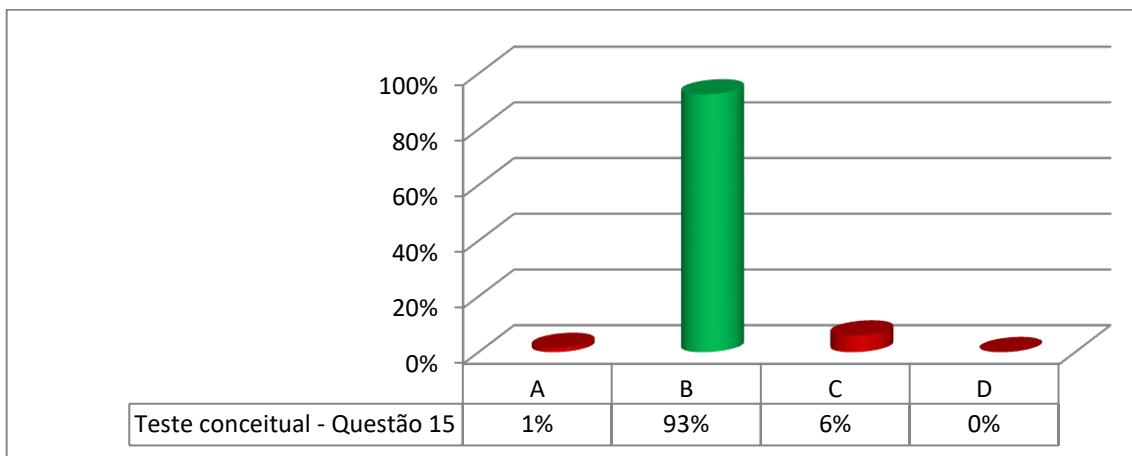


Figura 56 - Teste conceitual - Questão 15

A questão 15, com dados representados na Figura 56, que é parecida com a questão 14, foi utilizada para conferirmos se depois que a explicação foi feita os alunos conseguiram compreender o conceito de amplitude e trajetória e com 93% dos acertos ficou confirmada a compreensão. Obtivemos 67 respostas para a questão.

**Teste de Leitura – Questão 16** - A projeção do MCU sobre um diâmetro é:

- A. Um movimento retilíneo;
- B. Um movimento oscilatório;
- C. Um movimento curvilíneo.

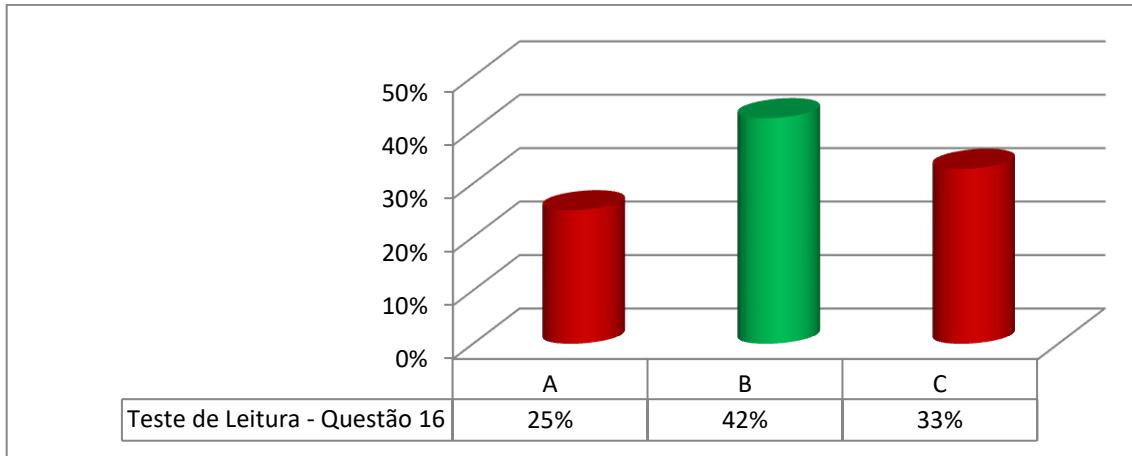


Figura 57 - Teste de Leitura - Questão 16

Novamente, após a primeira pergunta do Teste de Leitura, com dados que podem ser vistos na Figura 57, ficou comprovada a falta de interesse dos alunos em realizar a leitura do material sugerido, mesmo sabendo que estas respostas fariam parte da nota do terceiro trimestre. A questão foi retirada de um trecho literal da leitura. Somente 42% dos alunos a responderam corretamente. Tivemos 106 respostas.

**Teste de Leitura – Questão 17** - A amplitude de um MCU sobre um diâmetro:

- A. Equivale a metade do raio  $R$  da trajetória circular;
- B. Equivale ao dobro do raio  $R$  da trajetória circular;
- C. É igual ao raio  $R$  da trajetória circular.

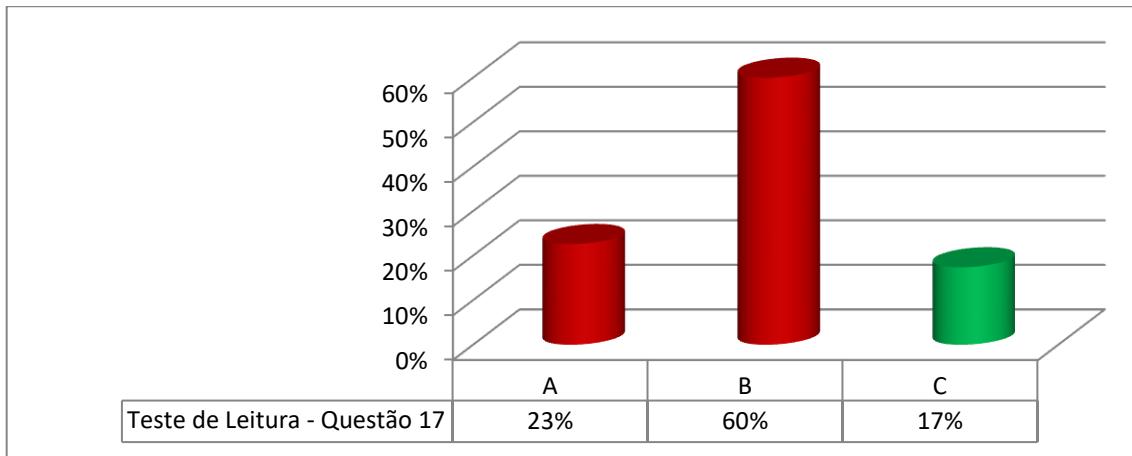


Figura 58 - Teste de Leitura - Questão 17

Assim como na questão 16, esta questão 17 é uma cópia literal de um trecho do livro demonstrando assim que poucos comprometeram a lê-lo, mas desta vez o percentual de acerto melhorou um pouco, como percebemos na Figura 58, sendo 60%. Foram, desta vez 115 respostas.

**Teste Conceitual – Questão 18** - Olhando um Movimento Circular Uniforme podemos decompô-lo em um eixo x, onde percebemos o Movimento Harmônico Simples.

Nesta decomposição podemos afirmar que:

- I- A amplitude do MHS é igual ao raio do MCU;
- II- O módulo da velocidade é constante;
- III- A aceleração centrípeta aponta para o centro da trajetória;

Estão corretas as alternativas:

- A. Somente I;
- B. I e II;
- C. II e III;
- D. Somente III;
- E. Todas as alternativas

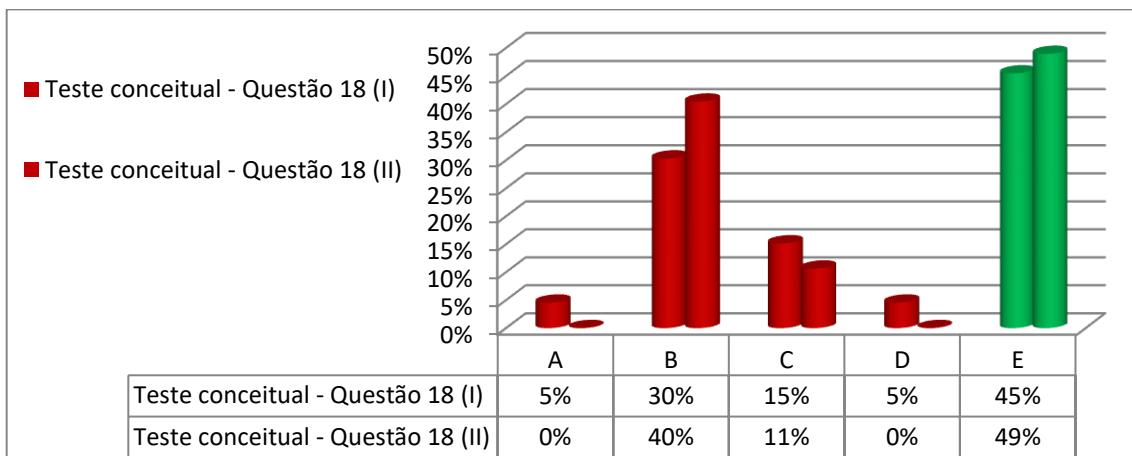


Figura 59 - Teste Conceitual - Questão 18

Esta questão foi respondida por 66 alunos na primeira votação e 47 na segunda, após argumentarem entre si. Em nenhuma das vezes o número de acertos foi satisfatório, sendo necessária a retomada da explicação do conteúdo. A Figura 59 descreve esses dados.

**Teste Conceitual – Questão 19** - O gráfico da Figura 60 mostra a posição de um ponto em função do tempo. A amplitude e o período valem respetivamente:

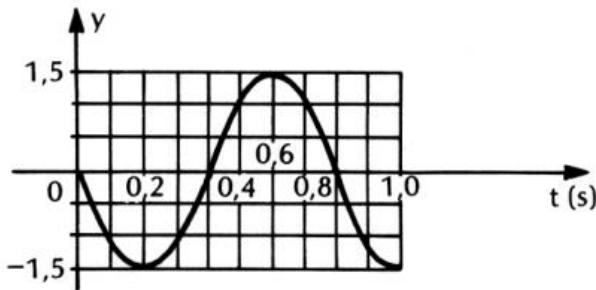


Figura 60 - Imagem projetada durante a aula

- A. 1,5 cm e 1 s;
- B. 1,5 cm e 0,8 s;
- C. 3 cm e 1 s;
- D. 0 cm e 1 s.

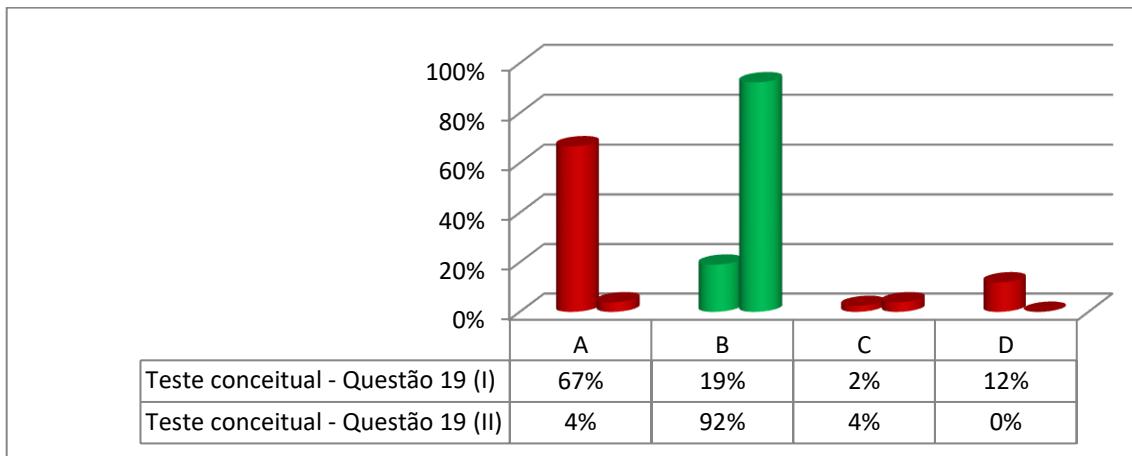


Figura 61 - Teste Conceitual - Questão 19

Na questão 19, dados da Figura 61, inicialmente a letra A foi considerada a correta pelos alunos, pois achavam que o período estava no final da curva no gráfico, após a discussão, claramente percebeu- se que na alternativa o período estava errado. Alguns selecionaram a alternativa D porque disseram que em matemática a amplitude seria a soma da altura da crista com a do vale. Não mudando de resposta, usando isto como justificativa, como podemos ver na Figura 62. Nesta pergunta tivemos 42 respostas, pois alguns dados não foram salvos corretamente e também houve erro no programa durante a votação. Antes de

reexplicar a questão, que é o que sugere o IpC quando o percentual fica menor que 30%, sugeri que os alunos conversassem entre si e refizessem a votação, o que surpreendentemente fez ter um aumento de 73% das respostas para a alternativa correta.

2. O gráfico mostra a posição de um ponto em função do tempo. A amplitude e o período valem, respectivamente:	C. 3 cm e 1 s; (i)
3. O gráfico mostra a posição de um ponto em função do tempo. A amplitude e o período valem, respectivamente:	C. 3 cm e 1 s; (i)

Figura 62 – Aluno que não mudou de ideia após a discussão com os colegas.

**Teste Conceitual – Questão 20** - Os gráficos da posição, velocidade e aceleração em função do tempo do MHS são:

- A. Sempre retas crescentes;
- B. Sempre retas decrescentes;
- C. Uma parábola;
- D. Senóides;
- E. Isoterma.

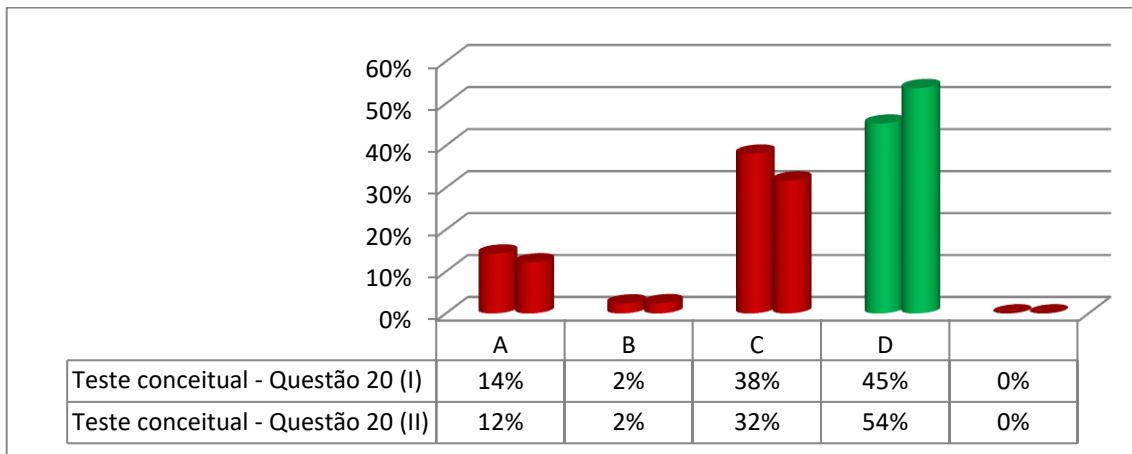


Figura 63 – Dados do Teste conceitual – Questão 20

Em uma das turmas os alunos argumentaram nunca ouvir falar em senóides ou cossenóides, fugindo da alternativa correta. Mas tanto em Física quanto em Matemática os termos foram utilizados durante as aulas. Após as duas votações, como podemos ver na Figura 63, houve 9% de aumento para a resposta correta. No recorte abaixo temos um exemplo, Figura 64, de um aluno que mudou a escolha

após o momento de discussão com o colega e outro aluno que não mudou de ideia, Figura 65, por dizer nunca ter ouvido falar de senóide.

4. Os gráficos da posição, velocidade e aceleração em função do tempo do MHS são:	C. Uma parábola; (i)
5. Os gráficos da posição, velocidade e aceleração em função do tempo do MHS são:	D. Senóides; (c)

Figura 64 – Aluno que mudou de ideia após a discussão entre os colegas

4. Os gráficos da posição, velocidade e aceleração em função do tempo do MHS são:	A. Sempre retas crescentes; (i)
5. Os gráficos da posição, velocidade e aceleração em função do tempo do MHS são:	A. Sempre retas crescentes; (i)

Figura 65 – Aluno que diz nunca ter ouvido falar em senóide

Sobre as 14 questões dos Testes Conceituais, observamos que em 12 delas foram necessárias a interação proposta pelo método IpC e, após a argumentação entre os colegas, acontecida quando o percentual de acertos ficava entre 30% e 70%, os alunos mudaram de ideia para respondê-las sendo que a grande maioria das alterações foram para as alternativas corretas. Nas outras duas perguntas não foi preciso repetir o processo de votação, pois foi obtido índice de acertos maior que 70% das questões. Sendo assim, em 100% dos casos houve conversão da respostas para a considerada correta. Conforme Mazur p. 30 isso acontece porque:

algumas vezes parece que os estudantes são capazes de ensinar os conceitos uns aos outros de forma mais eficientes que seus professores. Uma explicação provável é que os estudantes, os que são capazes de entender o conceito que fundamenta a questão dada, acabaram de aprender a ideia e ainda estão cientes das dificuldades que tiveram para superar para compreender o conceito envolvido. Consequentemente, eles sabem exatamente o que enfatizar em sua explicação.

Os testes de leitura serviram para conferir se os alunos leram o material previamente entregue a eles e para verificarmos os conhecimentos dos alunos acerca do MCU. Percebemos que, pela resposta do Teste de Leitura 1 que os alunos ficaram divididos, demonstrando não compreender que o módulo da velocidade não varia em um MCU, sendo necessário retornar a este conceito, mas que compreendiam que o período, tema envolvido na questão 2, era o tempo necessário para o que analisamos complete um ciclo. Os testes de Leitura 10 e 11 tiveram baixo percentual de acertos, menor que 50%, e nas questões 16 e 17 não foi diferente, os índices de resposta correta foram baixos, mostrando assim que sempre foi necessário retornar a estes conteúdos durante a explicação da aula. Estes

índices mostram que os alunos não se interessam em ler o material antes da aula, mesmo que se uma nota for atribuída a esta atividade.

Foram analisadas, também, as atividades desenvolvidas nas aulas 8 e 10. Da atividade da aula 8 selecionamos duas questões, quanto as medidas realizadas pelos alunos, para avaliarmos, e da atividade da aula 10 a questão completa. Após medirem as distâncias das luas, os alunos deveriam responder quatro questões:

1. Este movimento é MHS ou MCU?
2. Como você imagina que serão os gráficos deste movimento?
3. Qual é a amplitude do movimento?
4. Qual é a equação da posição em função do tempo?

Avaliamos as repostas das questões 2 e 4.

Não escolhemos as respostas da questão 1 por que podíamos ter inserido a opção os dois movimentos associados.

Julgamos a questão 2 correta quando o aluno construísse o gráfico considerando a sua amplitude e período, e/ou dissesse ser uma senóide/cossenóide, e/ou desenhasse uma senóide/cossenóide, e/ou desenhasse uma circunferência.

Na questão 4 avaliamos a resposta como sendo certa se o aluno construísse a equação da posição em função do tempo,  $x = A\cos\theta$ , sendo  $\theta = \theta_0 + \omega t$ , com os dados encontrados nas suas medidas, substituindo A e  $\Theta$ , e/ou, pelo menos desse a entender em qual equação devesse substituir. Nenhum aluno conseguiu encontrar a equação da sua lua, mas alguns souberam como substitui-la.

Para a última atividade, consideramos a resposta satisfatória se o aluno desenhasse a circunferência respeitando a amplitude encontrada nas suas medidas realizadas anteriormente, fizesse a transcrição do MHS em MCU respeitando as ordens das medidas já feitas.

Foram atribuídos índices de acertos nas questões, se nas atividades o aluno realizasse as três tarefas que foram avaliadas de forma correta considerávamos que o aluno apresentou bons indícios de que compreendeu que o MHS e o MCU pudessem estar associados, se o aluno acertasse duas das três questões avaliadas considerávamos que ele apresentou indício de compreensão acerca dos dois movimentos e, se o índice fosse de zero a um acerto definíamos que o aluno

apresentava poucos indícios de aprendizagem a respeito da relação entre os movimentos.

Foram avaliados 77 trabalhos, destes, 20 tiveram de zero a um acerto, demonstrando poucos indícios de aprendizagem a respeito da relação entre os movimentos circular uniforme e harmônico simples. 32 alunos tiveram dois acertos, apresentando, assim, indícios de compreensão acerca dos dois movimentos e, 25 alunos que entregaram os trabalhos tiveram consideradas as três questões avaliadas como sendo corretas, sendo assim, apresentaram bons indícios de que compreenderam que o MHS e o MCU pudessem estar associados. Na Figura 66 abaixo observamos um gráfico com o percentual dos dados mencionados.

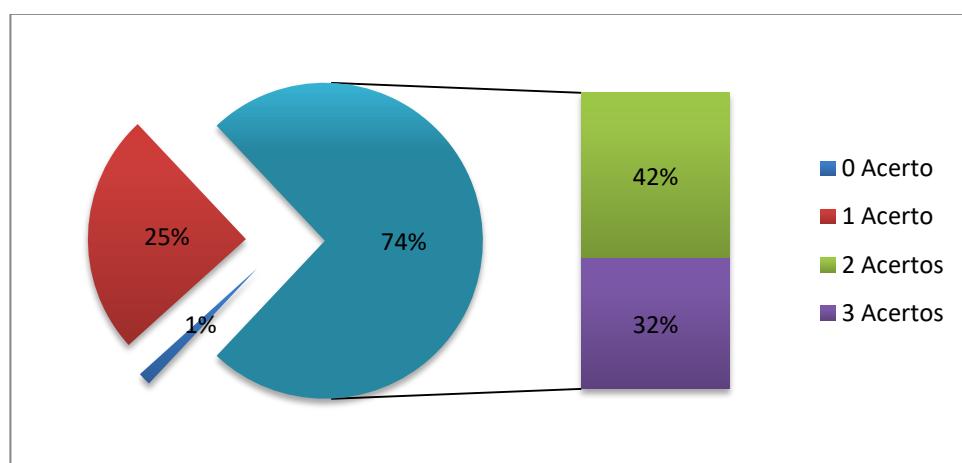
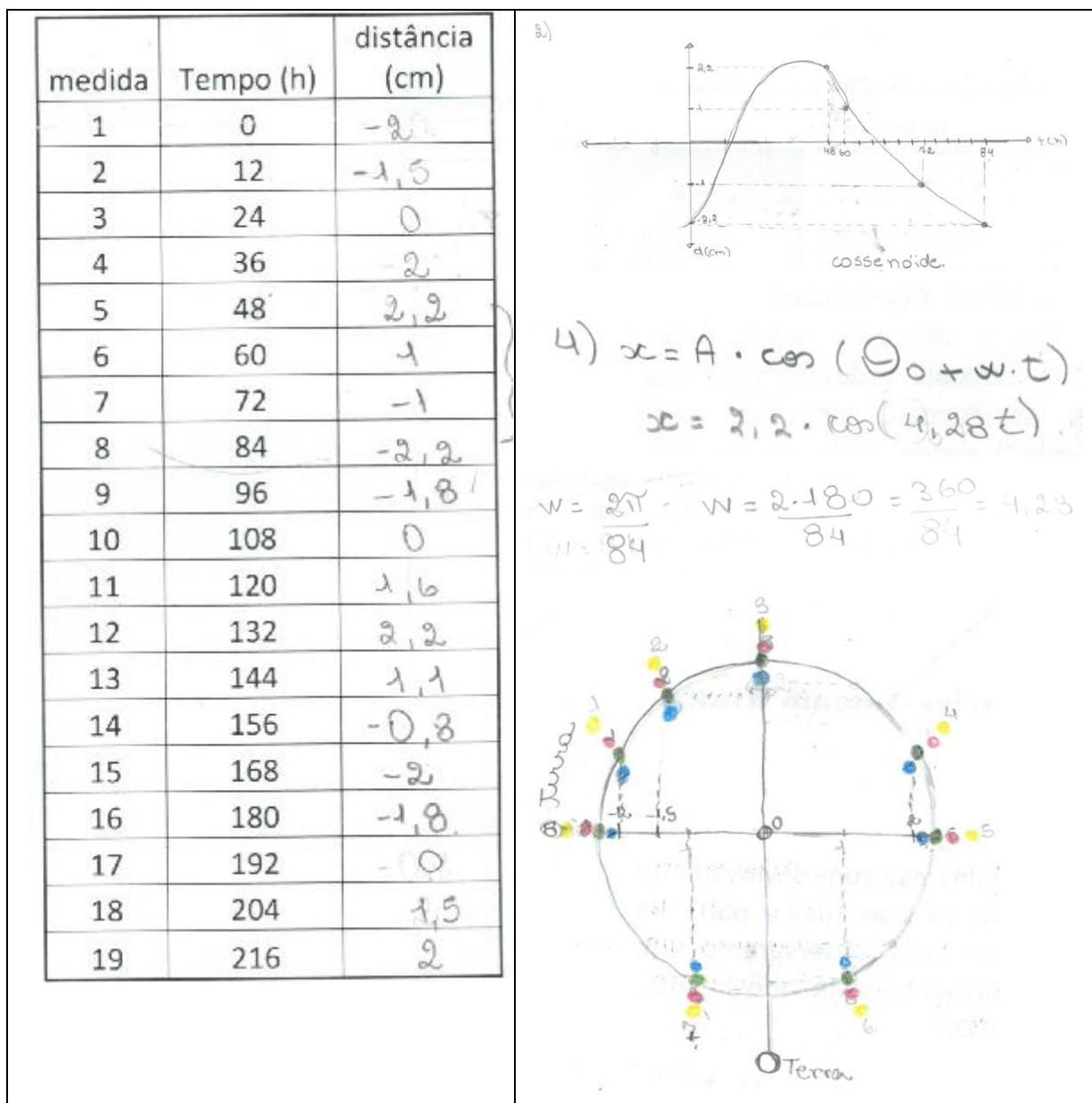


Figura 66 – Percentual de Acertos da Atividade Avaliativa Final da aula 10

Foram escaneadas algumas imagens das atividades realizadas pelos alunos a fim de demonstrar o que foi considerado correto e incorreto.

Lua Europa - Após coleta de dados do MHS a aluna A11 desenhou o gráfico do movimento, construiu a equação da posição em função do tempo, assim como vemos na Tabela 3, dando fortes indícios de que sabe fazer, e realizou a projeção dos dados para um MCU realizando 4 voltas (uma de cada cor).

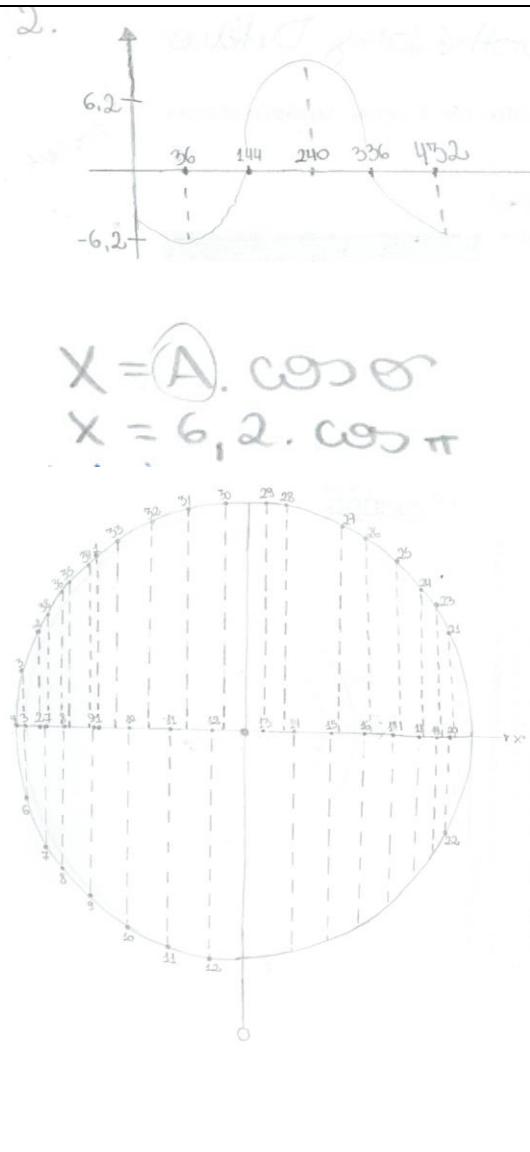
Tabela 3 - Dados da aluna A11 das atividades da aula 8 e 10



Lua Calisto – Após coleta de dados do MHS a aluna E42 desenhou o gráfico do movimento, completou somente com a amplitude a equação da posição em função do tempo, não sabendo substituir o ângulo de fase e realizou a projeção dos dados para um MCU realizando 1 volta, como vemos na Tabela 4. Consideraremos que com estes dados a aluna demonstra indícios de que tenha compreendido a relação entre os movimentos estudados.

**Tabela 4 - Dados da aluna E42**

medida	Tempo (h)	posição (cm)
1	0	-4cm
2	12	-5,6cm
3	24	-6cm
4	36	-6,2cm
5	48	-6,2cm
6	60	-6cm
7	72	-5,5cm
8	84	-4,9cm
9	96	-4,1cm
10	108	-3,1cm
11	120	-2cm
12	132	-0,9cm
13	144	0,5cm
14	156	1,3cm
15	168	2,3cm
16	180	3,2cm
17	192	4cm
18	204	4,7cm
19	216	5,2cm

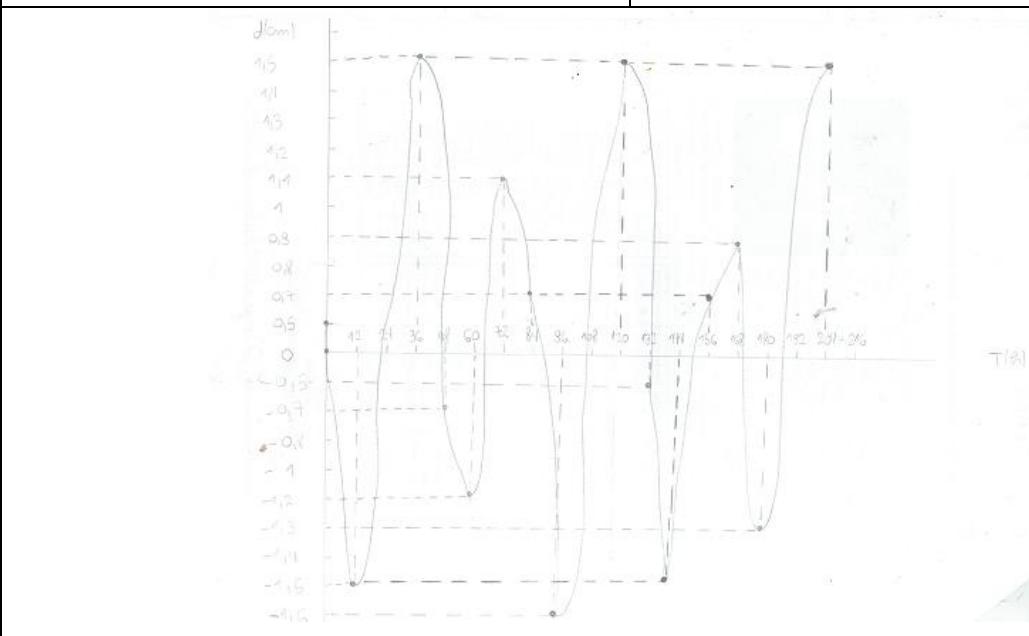
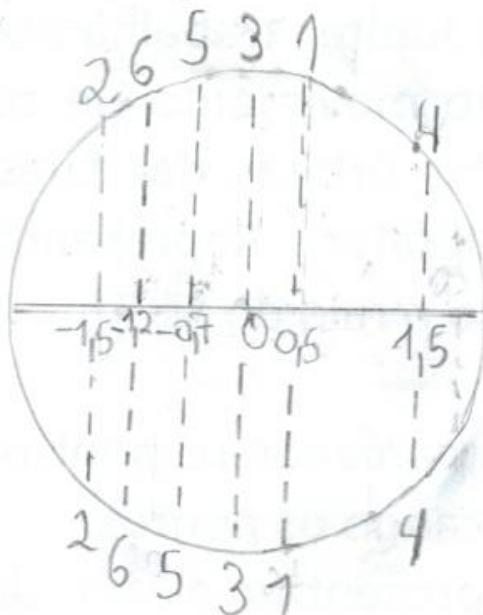


Lua Io - Após coleta de dados do MHS o aluno D131 desenhou o gráfico do movimento, completou somente com a amplitude a equação da posição em função do tempo, não sabendo substituir o ângulo de fase e realizou a projeção dos dados para um MCU realizando 1,5 voltas, como podemos ver na Tabela 5. O desenho da projeção do MHS em um MCU não ficou claro, pois o aluno fez duas marcações para o mesmo ponto, indicando que a lua estivesse nos dois lugares ao mesmo tempo. Consideramos que com estes dados o aluno demonstra poucos indícios de que tenha compreendido a relação entre os movimentos estudados.

Tabela 5 – Dados de lo D131

medida	Tempo (h)	distância (cm)
1	0	0,5 cm
2	12	-1,5 cm
3	24	0
4	36	1,5 cm
5	48	-0,7 cm
6	60	-1,2 cm
7	72	1,1 cm
8	84	0,7 cm
9	96	-1,6 cm
10	108	0
11	120	1,5 cm
12	132	-0,5 cm
13	144	-1,5 cm
14	156	0,7 cm
15	168	0,3
16	180	-1,3
17	192	0
18	204	1,5
19	216	0

$$x = 1,6 \cdot \cos \theta$$



E mesmo que a questão 1 não tenha sido utilizada para avaliarmos, por não ter sido bem formulada neste trabalho, na Figura 68 vemos que um grupo relacionou os movimentos harmônico e circular:

1- Este movimento é MHS ou MCU? Um 2-  
MHS, que também pode  
ser interpretado como MCU.

Figura 67 – Resposta de uma aluna na questão 1 da atividade da aula 8.

## 5 CONCLUSÃO

Tivemos como objetivo desta intervenção construir e avaliar uma sequência de aulas buscando unir os Movimentos Circular e Harmônico Simples em um único estudo, através da Astronomia e utilizando o método Instrução pelos Colegas (IpC). Para que isso pudesse ocorrer construímos uma sequência de aulas baseadas no método IpC, associando o MCU e o MHS, utilizamos o estudo destes movimentos associados para explicar porque enxergamos da Terra o vai e vem das luas de Júpiter, como foi visto pela primeira vez por Galileu Galilei em 1610, avaliamos a compreensão dos alunos acerca da relação entre os movimentos, inserimos conteúdos de Astronomia nas aulas de Física e ainda utilizamos recursos tecnológicos, como os softwares *Stellarium*, *Modellus*, *Tracker* e *Nightshade* nas aulas.

A sequência de aulas foi construída prevendo o que sugere o método Instrução pelos Colegas, com Tarefas de Leitura, três no nosso caso, uma delas construída pela professora e as outras duas utilizando o texto do livro que cada aluno recebeu quando o ano letivo de 2016 iniciou. Para garantir que estes materiais fossem lidos, foram realizadas seis questões chamadas de Testes de Leituras. Pelos dados retirados das respostas dos alunos, em média metade dos alunos sabiam responder as questões, indicando que a outra metade não leu ou não entendeu seu conteúdo. Com este retorno imediato que os *clickers* nos fornecem tomamos a providência de explicar os temas que obtiveram pouco índice de acertos nas respostas coletadas. Ao explicar o conteúdo que os alunos deveriam ter lido levamos mais tempo que o sugerido pelo método, que prevê 15 minutos, justamente por ter metade das salas sem saber responder o teste inicial. Após a explicação realizamos os testes conceituais. De 14 testes no total, 12 tiveram discussão entre os colegas. Nesta parte do método percebemos como os alunos se envolvem nas discussões sobre a questão que está sendo apresentada. Argumentam entre si, e na maioria das vezes quando retomada a votação optam pela alternativa correta. Na segunda vez a votação é bem rápida. E quando na segunda votação as respostas ainda não atingiam no mínimo 70% de acerto a questão era corrigida pela professora. Durante as aulas foram utilizados para demonstração os softwares *Tracker*, *Modellus* e *Stellarium*. Os alunos gostaram muito dos *clickers*, elogiaram no conselho de classe a inovação trazida e reclamaram quando as atividades acabaram. O envolvimento

dos alunos nas atividades em que utilizamos os *clickers* foi bem motivador para a professora. Algo fora do tradicional encanta os alunos.

Após a etapa da explicação, levamos os alunos ao planetário, que permaneceu por um dia na escola. Uma sessão foi programada buscando demonstrar a eles o movimento harmônico simples que as luas de Júpiter realizam ao redor daquele planeta. Nesta atividade os alunos saíram bem motivados, alguns procuraram ter uma relação mais próxima com a professora.

Nas atividades finais, em que os alunos tiveram que fazer medidas, construir gráficos, encontrar funções e desenhar a órbita da lua os alunos também foram bem participativos.

Estavam previstas 9h/a para a realização das atividades, o que equivale a três semanas, mas levou quase oito semanas. As aulas levaram mais tempo do que o previsto, pois durante a aplicação ocorreram conselhos de classe, provas para que os alunos recuperassem suas notas do trimestre anterior (sendo necessárias revisões), palestras e feriados.

Analizado os dados da sessão em que se demonstra a análise dos resultados percebemos que quando os colegas interagiam entre si sempre houve melhora nas respostas dos alunos, trazendo indicativos de que a interação entre colegas, parte que compreende a essência do IpC, é fundamental para a compreensão dos conteúdos. E durante as atividades colhemos muitas respostas positivas também, embora tenha ficado clara a necessidade de retomar as funções.

A utilização do método foi muito motivadora também para a professora, pois com a boa vontade que os alunos mostravam ao chegar na aula e para que as atividades pudessem ser realizadas, distribuindo e recolhendo os *clickers*, montando o data show, argumentando sobre o conteúdo entre os colegas, elogiando a introdução de alguma atividade inovadora, falando que finalmente a escola trazia uma aula diferente na visita do planetário foi bastante gratificante.

Como continuação das atividades, utilizando o método, pretende-se continuar insistindo para que os alunos estudem em casa os temas que serão falados em aula, a fim de fazer a sala de aula um local de discussão de conteúdo onde os alunos participam mais e construir provas com questões onde os alunos apresentem mais dificuldades, para verificarmos se as discussões realmente foram proveitosa para os estudantes.

## REFERÊNCIAS

ARAUJO, Ives Solano; MAZUR, Eric. Instrução pelos Colegas e Ensino sob Medida: Uma Proposta Para o Engajamento dos Alunos no Processo de Ensino-aprendizagem de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 30, n. 2: p. 362-384, ago. 2013.

BRASIL, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2006.

CUZINATTO, R. R.; MORAIS, E. M. de; SOUZA, C. Naldoni de. As observações galileanas dos planetas mediceanos de Júpiter e a equivalência do MHS e do MCU. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 2, 3306 (2014).

FONTANELLA, Denise; MEGLHIORATTI, Fernanda Aparecida. **Educação em Astronomia: contribuições de um curso de formação de professores em um espaço não formal de aprendizagem**. Revista Eletrônica de Educação, v. 10, n. 1, p. 234-248, 2016.

IACHEL, Gustavo. Evidenciando as Órbitas das Luas Galileanas Através da Astrofotografia. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia – RELEA**, n.8, p. 37-49, 2009.

LUZ, Antônio Máximo Ribeiro da; ALVARES, Beatriz Alvarenga. **Física contextos & aplicações** : ensino médio. 1. ed. – São Paulo: Scipione, 2013.

MAZUR, Eric. **Peer Instruction: A Revolução da Aprendizagem Ativa**. Porto Alegre: Penso, 2015.

MOREIRA, Marco Antônio. A Teoria da Aprendizagem Significativa. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências**. Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, 2009 (1<sup>a</sup> edição), 2016 (2<sup>a</sup> edição revisada).

MOREIRA, Sandra M. Couto; PINHEIRO, Ronaldo L. Neves; ALVARENGA, Luiz Carlos de. Dispositivo Didático – Movimento Harmônico Simples Versus Movimento Circular Uniforme. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 8, n. 3: 227-231, dez. 1991.

OLIVEIRA, Vagner. **Uma proposta de ensino de tópicos de eletromagnetismo via instrução pelos colegas e ensino sob medida para o ensino médio.** 2014. 234f. Dissertação (Mestrado Profissional de Ensino de Física) – Instituto de Física Universidade do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SCARANO Jr, Sergio; PORTO, João Fábio. **Luas Galileanas e a Massa de Júpiter.** Telescópio na Escola. Disponível em : <http://www.telescopiosnaescola.pro.br/atividades/LuasJupiter.pdf>. Acesso em 29 out. 2016, 16:48.

STEFANOVITS, Angelo. **Ser Protagonista** : Física 1º e 2º ano : Ensino Médio. 2ª ed. São Paulo, 2013.

## APÊNDICE A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido



### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do projeto: ASTRONOMIA NO ENSINO MÉDIO: UTILIZANDO LUAS DO SISTEMA SOLAR PARA ASSOCIAR O MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME E O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ATRAVÉS DO MÉTODO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS

Pesquisadora/Professora responsável: Ana Cláudia Wrasse Salazart

Instituição: Universidade Federal do Pampa – Unipampa

Telefone e e-mail da pesquisadora para contato: (53)9948-5599, anacwrasse@gmail.com

Os alunos do 2º ano, do turno da manhã, do ensino médio politécnico da Escola de Ensino Médio Carlos Antônio Kluwe, estão sendo convidados para participar durante suas aulas de Física, como voluntários, da pesquisa para uma dissertação de mestrado que tem como título: ASTRONOMIA NO ENSINO MÉDIO: UTILIZANDO LUAS DO SISTEMA SOLAR PARA ASSOCIAR O MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME E O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ATRAVÉS DO MÉTODO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS, desenvolvido pela professora da disciplina, que tem por objetivo associar um estudo sobre dois movimentos (Movimento Circular Uniforme e Movimento Harmônico Simples), que são vistos separados no ensino médio, contextualizando através das luas de Júpiter e da Terra.

Por meio deste documento e a qualquer tempo você poderá solicitar esclarecimentos adicionais sobre o estudo com a professora/ pesquisadora em qualquer aspecto que desejar. Também poderá retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, sem sofrer qualquer tipo de penalidade ou prejuízo.

Solicito sua autorização para utilizar dados e imagens assim como divulgar os resultados da pesquisa em encontros acadêmicos ou científicos. Como é usual em pesquisas desse tipo, o nome da instituição e das pessoas colaboradoras será mantido em total sigilo, ou seja, não serão mencionados no relatório final, nem em artigos que possam vir a ser publicados em encontros ou periódicos.

Para participar deste estudo você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Os gastos necessários para a participação na pesquisa serão assumidos pela pesquisadora.

---

Eu, \_\_\_\_\_, autorizo a participação do (da) aluno (a) \_\_\_\_\_, bem como a divulgação dos resultados da pesquisa, que têm por objetivo investigar o impacto das atividades desenvolvidas no projeto de mestrado: ASTRONOMIA NO ENSINO MÉDIO: UTILIZANDO LUAS DO SISTEMA SOLAR PARA ASSOCIAR O MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME E O MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ATRAVÉS DO MÉTODO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS.

---

Assinatura do (a) responsável

Bagé, \_\_\_/\_\_\_ de 2016.

## APÊNDICE B – Atividade da aula 8

### Sua Lua é: Io

*Io* é o satélite mais interno (mais próximo de Júpiter) dentre os galileanos. Tem um raio de 1.821 km que é um pouco maior que o raio da Lua (1738 km). A atividade vulcânica de *Io*, com suas "caldeiras" (vulcões sem montanhas), é muito maior que a atividade atual da Terra. O material fundido em seu interior eleva-se até alturas de 250 km. Esta atividade vulcânica é produzida pela força de maré de Júpiter e, em menor escala, de Europa e Ganimedes. As marés geram atrito no interior de *Io*, que se transforma em calor e mantém os compostos de enxofre fundidos debaixo da superfície. Não se vêem crateras de impacto, indicando que a superfície de *Io* é nova. Ela é renovada pelas erupções.

A temperatura na superfície é de cerca de -143°C, no entanto, mediu-se uma grande mancha quente associada a uma formação vulcânica com uma temperatura de cerca de 17°C. Os cientistas acreditam que esta mancha poderia ser um grande lago de lava vulcânica, apesar de a temperatura indicar que a superfície não está fundida.



medida	Tempo (h)	distância (cm)	medida	Tempo (h)	distância (cm)
1	0		20	228	
2	12		21	240	
3	24		22	252	
4	36		23	264	
5	48		24	276	
6	60		25	288	
7	72		26	300	
8	84		27	312	
9	96		28	324	
10	108		29	336	
11	120		30	348	
12	132		31	360	
13	144		32	372	
14	156		33	384	
15	168		34	396	
16	180		35	408	
17	192		36	420	
18	204		37	432	
19	216		38	444	

Junto com este material encontra-se um catálogo com 38 imagens retiradas do software Stellarium das quatro principais Luas de Júpiter. Sua Lua é *Io*. Você deverá fazer as 38 medidas, utilizando uma régua da distância do centro de Júpiter

até o centro da Lua e anotá-las na tabela ao lado (não esqueça que quando estiver a esquerda a posição deverá ser negativa):

Após a realização das medidas responda as seguintes questões:

1. Este movimento é MHS ou MCU?
2. Como você imagina que será o gráfico deste movimento?
3. Qual é a amplitude do movimento?
4. Qual é a equação da posição em função do tempo?

## Sua Lua é: Europa

Europa é o segundo em distância com relação a Júpiter e o menor dos satélites galileanos, sendo ligeiramente menor do que a Lua. Sua superfície está coberta de gelo e seu albedo (indicador da fração de luz solar refletida) é bem alto.

A foto em detalhe de Europa mostra uma parte da superfície que foi muito modificada por fraturas e cordilheiras. Cordilheiras simétricas nas faixas escuras sugerem que a crosta da superfície foi separada e preenchida com material mais escuro, algo parecido com a expansão que acontece nas depressões oceânicas na Terra. Apesar de serem visíveis algumas crateras de impacto, a sua ausência generalizada indica uma superfície jovem, sendo permanentemente renovada pela água dos oceanos por baixo do gelo na superfície.



O raio de Europa tem 1.565 km, não muito menor do que o raio da nossa Lua. Europa tem um núcleo metálico (ferro e níquel) e uma camada rochosa rodeada por uma camada de água no estado líquido ou congelado. As imagens de Europa, obtidas pela sonda espacial Galileo da NASA, sugerem que um oceano de água líquida pode estar por baixo de uma camada superficial de gelo com uma espessura de quase dez quilômetros.

medida	Tempo (h)	distância (cm)	medida	Tempo (h)	distância (cm)
1	0		20	228	
2	12		21	240	
3	24		22	252	
4	36		23	264	
5	48		24	276	
6	60		25	288	
7	72		26	300	
8	84		27	312	
9	96		28	324	
10	108		29	336	
11	120		30	348	
12	132		31	360	
13	144		32	372	
14	156		33	384	
15	168		34	396	
16	180		35	408	
17	192		36	420	
18	204		37	432	
19	216		38	444	

Junto com este material encontra-se um catálogo com 38 imagens retiradas do software Stellarium das quatro principais luas de Júpiter. Sua lua é Europa. Você deverá fazer as 38 medidas, utilizando uma régua da distância do centro de Júpiter

até o centro da lua e anotá-las na tabela ao lado (não esqueça que quando estiver a esquerda a posição deverá ser negativa):

Após a realização das medidas responda as seguintes questões:

- 1- Este movimento é MHS ou MCU?
- 2- Como você imagina que será o gráfico deste movimento?
- 3- Qual é a amplitude do movimento?
- 4- Qual é a equação da posição em função do tempo?

## Sua Lua é: Ganimedes

Ganimedes é o terceiro satélite mais afastado de Júpiter e é a maior lua no nosso sistema solar, com um diâmetro de 5.262 km. Se orbitasse o Sol ao em vez de Júpiter, poderia ser classificado como um planeta. Recentemente o *Telescópio Espacial Hubble* detectou ozônio em sua superfície. A quantidade de ozônio é pequena, quando comparada com a da Terra, e é produzida quando as partículas carregadas são capturadas pelo campo magnético de Júpiter e caem na superfície de Ganimedes. À medida que as partículas carregadas penetram na superfície gelada, as moléculas de água são dissociadas, produzindo o ozônio. O processo químico indica que Ganimedes provavelmente tem uma atmosfera de oxigênio fina e tênuem idêntica a detectada em Europa.



Ganimedes teve uma história geológica complexa. Tem montanhas, vales, crateras e correntes de lava. O satélite está manchado por regiões claras e escuras. Apresenta um grande número de crateras, especialmente nas regiões escuras, o que mostra uma origem antiga. As regiões brilhantes mostram uma espécie de terreno diferente - está corrugado por gargantas e cordilheiras. Estas formações apresentam padrões complexos e têm um relevo vertical com poucas centenas de metros e uma extensão de milhares de quilômetros.

medida	Tempo (h)	distância (cm)
1	0	
2	12	
3	24	
4	36	
5	48	
6	60	
7	72	
8	84	
9	96	
10	108	
11	120	
12	132	
13	144	
14	156	
15	168	
16	180	
17	192	
18	204	
19	216	

medida	Tempo (h)	distância (cm)
20	228	
21	240	
22	252	
23	264	
24	276	
25	288	
26	300	
27	312	
28	324	
29	336	
30	348	
31	360	
32	372	
33	384	
34	396	
35	408	
36	420	
37	432	
38	444	

Junto com este material encontra-se um catálogo com 38 imagens retiradas do software Stellarium das quatro principais Luas de Júpiter. Sua Lua é Ganimedes. Você deverá fazer as 38 medidas, utilizando uma régua da distância do centro de

Júpiter até o centro da Lua e anotá-las na tabela ao lado (não esqueça que quando estiver a esquerda a posição deverá ser negativa):

Após a realização das medidas responda as seguintes questões:

1. Este movimento é MHS ou MCU?
2. Como você imagina que será o gráfico deste movimento?
3. Qual é a amplitude do movimento?
4. Qual é a equação da posição em função do tempo?

## Sua Lua é: Calisto

É o satélite mais externo dos galileanos e tem um raio de 2.400 km. Ele é escuro, seu albedo é menor que 0,2. A superfície está coberta de crateras meteóricas. É o corpo mais craterizado do sistema solar, indicando que a sua superfície é antiga. A presença de gelo na superfície atinge uma proporção de 20%. É a terceira lua mais massiva do sistema solar, após Ganimedes e Titã. Não apresenta sinais de atividade geológica. Calisto possui um campo magnético, possivelmente gerado por correntes convectivas de gelo fundido (água salgada). O mesmo fenômeno foi detectado em Europa.



Junto com este material encontra-se um catálogo com 38 imagens retiradas do software Stellarium das quatro principais luas de Júpiter. Sua Lua é Calisto. Você deverá fazer as 38 medidas, utilizando uma régua, da distância do centro de Júpiter até o centro da lua e anotá-las na tabela a seguir (não esqueça que quando estiver a esquerda a posição deverá ser negativa):

medida	Tempo (h)	posição (cm)
1	0	
2	12	
3	24	
4	36	
5	48	
6	60	
7	72	
8	84	
9	96	
10	108	
11	120	
12	132	
13	144	
14	156	
15	168	
16	180	
17	192	
18	204	
19	216	

medida	Tempo (h)	posição (cm)
20	228	
21	240	
22	252	
23	264	
24	276	
25	288	
26	300	
27	312	
28	324	
29	336	
30	348	
31	360	
32	372	
33	384	
34	396	
35	408	
36	420	
37	432	
38	444	

Após a realização das medidas responda as seguintes questões:

- Este movimento é MHS ou MCU?

6. Como você imagina que será o gráfico deste movimento?
7. Qual é a amplitude do movimento?
8. Qual é a equação da posição em função do tempo?

## **APÊNDICE C – Material da atividade avaliativa 10**

### **Atividade final**

Na atividade anterior sobre as Luas de Júpiter trabalhamos com o Movimento Harmônico Simples, por termos uma visão do movimento de suas Luas a partir da Terra. Se observarmos esse sistema acima das órbitas das Luas, observaremos um movimento quase circular ao redor de Júpiter. Represente este movimento, considerando a amplitude do MHS, como sendo o raio do MCU:

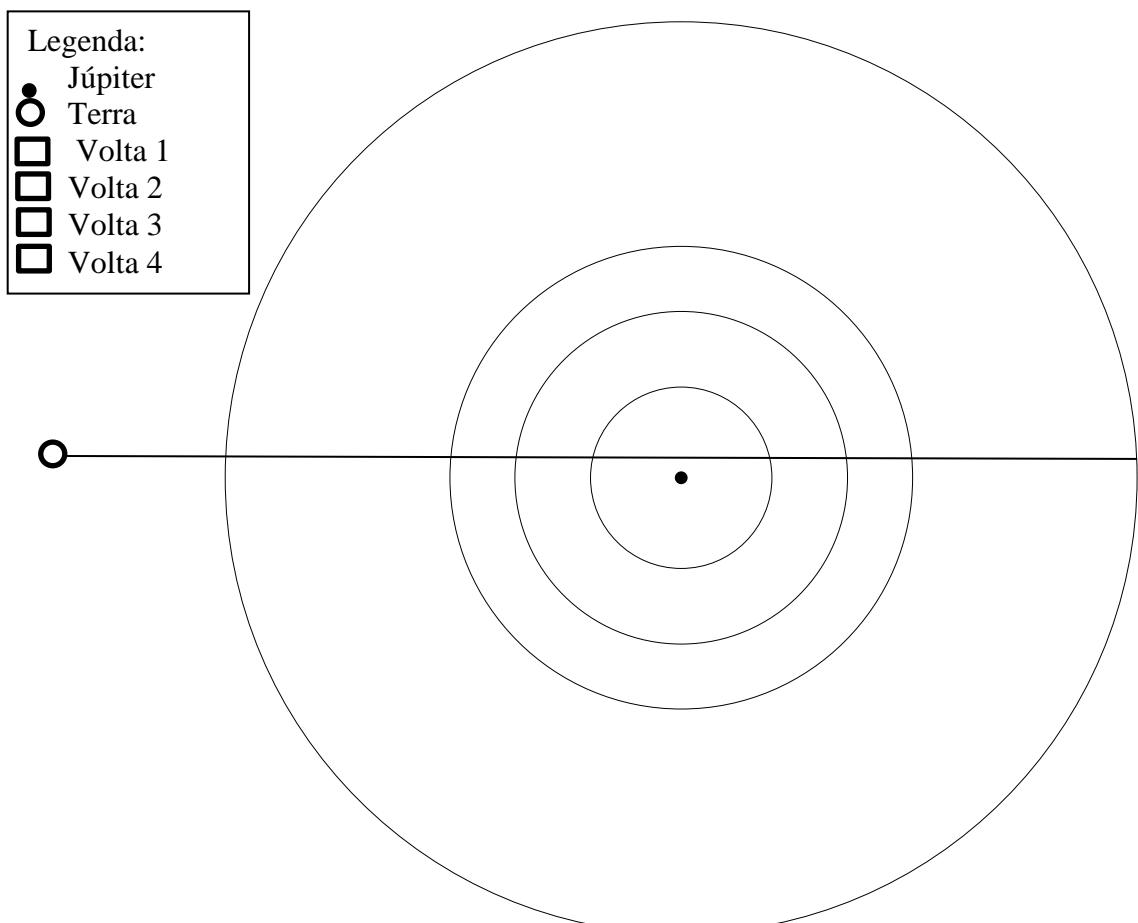
Para **Caslisto**: 1 volta marcando os pontos.

Para **Ganimedes**: 2 voltas em cores diferentes marcando os pontos.

Para **Europa**: 4 voltas em cores diferentes marcando os pontos.

Após realizar esta atividade todos os alunos representam o MCU da Lua **Io**.

SuaLua :



Considere que o Movimento Circular está sendo visto da Terra, conforme as imagens recebidas anteriormente.

**ANEXO A – Livro didático e material para a Tarefa de Leitura 2**





Diretoria editorial: Angélica Pizzutto Pozzani  
 Gerência de produção editorial: Hélia de Jesus Gonsaga  
 Editoria de Matemática, Ciências da Natureza e suas Tecnologias:  
 Carmen Matricardi  
 Assistente editorial: Danilo Claro Zanardi; Letícia Mancini Martins e  
 Luiz Paulo Gatti de Cerqueira César (estagi.)  
 Supervisão de arte e produção: Sérgio Yutaka Suwaki  
 Editor arte: Edson Haruo Toyota  
 Diagramação: Formato Comunicação e KLN (edição eletrônica)  
 Supervisão de criação: Didier Moraes  
 Design gráfico: Imageria Estúdio (capa e miolo)  
 Revisão: Rosângela Muricy (coord.), Ana Paula Chababerry Malfa,  
 Arnaldo R. Arruda, Luís Maurício Bôa Nova e Gabriela Macedo de  
 Andrade (estagi.)  
 Supervisão de iconografia: Silvio Kligin  
 Pesquisadores iconográficos: Josiane Laurentino; Claudia Balista (assist.)  
 Cartografia: Mário Yoshida  
 Tratamento de imagem: Cesar Wolf e Fernanda Crevin  
 Foto da capa: Fogo – Jag\_cz/Shutterstock/Glow Images  
 Ilustrações: Antonio Robson, Artur Kenji Ogawa, Daniel Rosini,  
 Formato, João Xavier de Campos, Maria Teresa Nunes Costa,  
 Osni de Oliveira, Paulo César Pereira, Paulo Manzi

Direitos desta edição cedidos à Editora Scipione S.A.  
 Av. Otaviano Alves de Lima, 4400  
 6º andar e andar intermediário ala B  
 Freguesia do Ó – CEP 02909-900 – São Paulo – SP  
 Tel.: 4003-3061  
[www.scipione.com.br](http://www.scipione.com.br)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
 (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Luz, Antônio Máximo Ribeiro da  
 Física contexto & aplicações : ensino médio / Antônio  
 Máximo Ribeiro da Luz, Beatriz Alvarenga Álvares. –  
 1. ed. – São Paulo: Scipione, 2013.  
 Obra em 3 v.  
 1. Física (Ensino médio) I. Álvares, Beatriz Alvarenga.  
 II. Título.  
 13-02529 CDD-530.07

Índice para catálogo sistemático:  
 1. Física : Ensino médio 530.07

2014  
 ISBN 978 85262 9108-9 (AL)  
 ISBN 978 85262 9109-6 (PR)  
 Código da obra CL 712654  
 1ª edição  
 1ª impressão

Impressão e acabamento: São Francisco Gráfica e Editora



Orquestra sinfônica em apresentação. No detalhe, músicos tocando violinos e violoncelos.

## CAPÍTULO 7

# Movimento ondulatório

Produzir som é simples, mas fazer música não é tão fácil. Uma nota musical não é um som qualquer. Para produzir som instrumental, por exemplo, o músico deve fazer as cordas, as membranas ou o ar do instrumento vibrar de forma bem específica.

Por isso, os instrumentos musicais devem ser constantemente afinados, para que não emitam sons que destoem da melodia. A essência da afinação de um instrumento é que ele seja capaz de reproduzir sons iguais ao padrão das notas musicais.

O sucesso de uma apresentação solo ou de uma grande orquestra se deve ao talento individual de cada músico, associado a intensidade, altura e timbre do som que os instrumentos proporcionam.

PARA INICIAR A CONVERSA

Identifique no texto que acabou de ler palavras que se relacionam com o tema "ondas".

☐ A audição humana está limitada a ouvir sons em quais valores de frequência?

💡 Por que, na afinação de um violão, para tornar o som mais agudo, devemos apertar a tarraxa, aumentando assim a força tensora da corda?

## 7.1 Movimento harmônico simples

É comum observarmos fenômenos naturais ou situações do cotidiano em que objetos ficam oscilando ou balançando de um lado para o outro, como o movimento de um balanço no parque de diversões, galhos de árvores ou o vaivém do pêndulo de um relógio. Instrumentos musicais produzem sons pela vibração de cordas – como o violão e o violino –, de membranas ou lâminas e colunas ar – como o tambor e a flauta. Neste capítulo, vamos nos dedicar a estudar esses fenômenos, caracterizando-os a partir de suas propriedades gerais.

### O QUE É UM MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

Vamos imaginar que um objeto, apoiado sobre uma superfície horizontal, sem atrito, esteja preso na extremidade de uma mola, como mostra a FIGURA 7.1.A. A outra extremidade da mola está fixada em uma parede, e o ponto  $O$  representa a posição de equilíbrio do objeto, isto é, nessa posição a mola não exerce força sobre ele, pois ela não está deformada (comprimida ou esticada).

Ao começarmos a empurrar o objeto, comprimindo a mola de uma distância  $A$  até a posição  $B$  [FIGURA 7.1.B], a mola passará a exercer sobre o objeto uma força  $\vec{F}$ , dirigida para a posição de equilíbrio. Abandonando-se o objeto, ele será acelerado por essa força, e sua velocidade crescerá à medida que ele se aproximar do ponto  $O$  [FIGURA 7.1.C]. A força  $\vec{F}$ , como vimos no capítulo 7 do volume 1, é proporcional à deformação,  $X$ , da mola e dada por  $F = kX$ , em que  $k$  é a constante elástica da mola. Assim, à medida que o objeto se afasta de  $B$ , o valor de  $\vec{F}$  diminui, anulando-se quando ele atinge o ponto  $O$ .

Em virtude da velocidade adquirida, o objeto ultrapassa a posição de equilíbrio, e a mola, estando agora esticada, passa a exercer uma força ainda dirigida para o ponto  $O$  e, portanto, de sentido contrário à velocidade do objeto [FIGURA 7.1.D]. O movimento é, então, retardado e, no ponto  $B'$ , simétrico a  $B$ , a velocidade do objeto se anula [FIGURA 7.1.E]. Partindo de  $B'$ , o objeto é novamente acelerado para  $O$ , ultrapassa esse ponto, sendo, então, retardado pela mola até alcançar o ponto  $B$ . Como não há atrito nem resistência do ar, esse movimento de vai-vém, entre os pontos  $B$  e  $B'$ , continua indefinidamente.

Quando um objeto executa um movimento como esse, indo e voltando sobre uma mesma trajetória, dizemos que ele está **vibrando** ou **oscilando** entre os pontos  $B$  e  $B'$ . No caso mostrado na FIGURA 7.1, no qual a força que atua no objeto é proporcional a sua distância até a posição de equilíbrio ( $F = kX$ ), o movimento vibratório é denominado **movimento harmônico simples**.

242

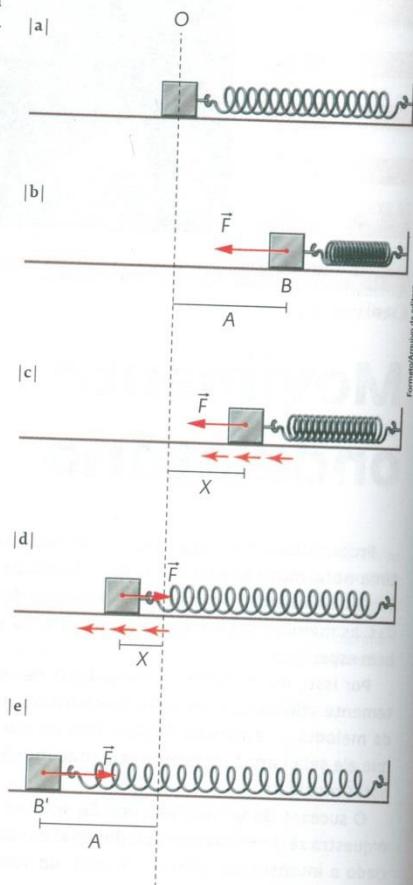


FIGURA 7.1. Um objeto, preso à extremidade de uma mola, oscila executando um movimento harmônico simples.

## AMPLITUDE, FREQUÊNCIA E PERÍODO

Além do exemplo analisado na FIGURA 7.1, podemos encontrar, no nosso dia a dia, várias outras situações em que um objeto executa um movimento vibratório (ou oscilatório): a extremidade de uma lâmina em vibração [FIGURA 7.2.B], um ponto de uma corda esticada posta a oscilar [FIGURA 7.2.A], um pêndulo de relógio em movimento [FIGURA 7.2.C], etc. Em todos esses casos, o objeto que oscila, ao ser afastado de sua posição de equilíbrio, fica sujeito à ação de uma força que tende a trazê-lo de volta para essa posição. Por esse motivo, essa força que faz o objeto oscilar é denominada **força restauradora**.

A distância entre a posição de equilíbrio e a posição extrema ocupada por um objeto que oscila é denominada **amplitude**,  $A$ , do movimento.

Na FIGURA 7.1, mostramos a amplitude,  $A$ , do objeto que oscila preso à mola. Observe, na FIGURA 7.2, a amplitude de cada um dos objetos em oscilação. Quando não há atrito, a amplitude do movimento oscilatório se mantém constante. Mas se o atrito não é desprezível, a amplitude diminui gradativamente até que o objeto pare. Nessas condições, o movimento é denominado **movimento harmônico amortecido**.

Quando o objeto vai de uma posição extrema a outra e retorna à posição inicial, dizemos que ele efetuou uma **vibração completa** ou um **ciclo**.

O tempo que o objeto demora para efetuar uma vibração completa é denominado **período**,  $T$ , do movimento. O número de vibrações completas que o objeto efetua por unidade de tempo é denominado **frequência**,  $f$ , do movimento.

Por exemplo, se a extremidade da lâmina da FIGURA 7.2.B vai de  $B$  a  $B'$  e retorna a  $B$  5 vezes em 1 segundo, a frequência desse movimento é

$$f = 5 \text{ vibrações/s} \text{ ou } f = 5 \text{ ciclos/s}$$

A unidade 1 vibração/s ou 1 ciclo/s é denominada 1 hertz, em homenagem a Heinrich Hertz, físico alemão do século XIX. Assim, dizemos que a frequência da lâmina é  $f = 5$  hertz. Note que, se a lâmina executa 5 vibrações em 1 segundo, o tempo que ela gasta para efetuar 1 vibração é de 0,2 s, ou seja, o seu período  $T$  é:

$$T = \frac{1}{5} \text{ s} \text{ ou } T = 0,2 \text{ s}$$

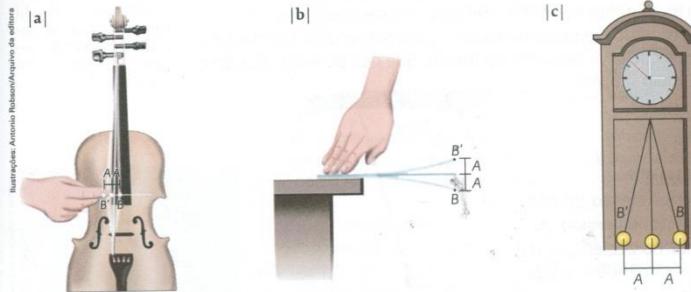


FIGURA 7.2. É comum encontrarmos situações em que um objeto executa movimento vibratório.

Generalizando, podemos dizer que:

Se um objeto oscila com uma frequência  $f$ , o seu período de vibração,  $T$ , é dado por:

$$T = \frac{1}{f}$$

Dessa relação, podemos concluir que, quanto maior for a frequência com que um objeto oscila, menor será o seu período e vice-versa.

## CÁLCULO DO PERÍODO DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

Aplicando-se a 2<sup>a</sup> lei de Newton a um objeto que executa movimento harmônico simples, do tipo massa-mola, como o da FIGURA 7.1, é possível estabelecer uma relação simples, entre o período  $T$ , do movimento, a massa  $m$ , do objeto, e a constante elástica  $k$ , da mola. Por meio de cálculos matemáticos (os quais não vamos nos preocupar em desenvolver aqui), podemos chegar à seguinte relação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Essa equação nos permite calcular o período  $T$  do movimento harmônico simples quando conhecemos os valores de  $m$  e  $k$ . Analisando essa expressão, vemos que:

- 1) Quanto maior for a massa do objeto, maior será o seu período de oscilação, isto é, um objeto de maior massa oscila com menor frequência (mais lentamente).
- 2) Quanto maior for a constante da mola (mola mais dura), menor será o período de oscilação, ou seja, maior será a frequência com que o objeto oscila.
- 3) A amplitude  $A$  não aparece na expressão  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ . Logo, o período **não** depende da amplitude. Apesar de ser um resultado anti-intuitivo, ele pode ser verificado experimentalmente. Por exemplo, se prendermos um objeto em uma mola e colocarmos o sistema para oscilar com uma amplitude de  $A = 5$  cm e, em seguida, com uma amplitude de  $A = 10$  cm, verificaremos que o período de oscilação é o mesmo em ambos os casos.

## O PÊNDULO SIMPLES

Suponha que um pequeno objeto, de massa  $m$ , esteja preso na extremidade de um fio de peso desprezível, cujo comprimento é  $L$ , oscilando em um plano vertical, como mostra a FIGURA 7.3. Esse dispositivo constitui um **pêndulo simples** em oscilação. A força restauradora que mantém o objeto em oscilação é a componente de seu peso tangente à trajetória [FIGURA 7.4].

Se a amplitude do movimento do pêndulo não for muito grande, a trajetória curva,  $BB'$ , descrita pelo objeto que oscila, pode ser considerada um segmento de reta horizontal. Com essa simplificação, é possível demonstrar que a força restauradora é proporcional à distância do objeto à posição de equilíbrio, isto é, para pequenas amplitudes o pêndulo executa um movimento harmônico simples. Nessas condições, por meio de um desenvolvimento matemático semelhante ao que é feito para o caso de um objeto preso a uma mola, podemos chegar à seguinte expressão, que nos permite calcular o período de oscilação do pêndulo simples:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Essa expressão nos mostra que:

- 1) Quanto maior for o comprimento do pêndulo, maior será o seu período [FIGURA 7.5].
- 2) Quanto maior for o valor da aceleração da gravidade no local onde o pêndulo oscila, menor será o seu período.
- 3) O período do pêndulo **não** depende nem de sua massa nem da amplitude de oscilação (desde que ela seja pequena), por isso essas grandezas não aparecem na expressão de  $T$  [FIGURA 7.6].

Construindo um pêndulo simples e medindo o seu período, você poderá facilmente comprovar esses resultados.



FIGURA 7.3. Fotografia de exposição múltipla de um pêndulo simples em oscilação.

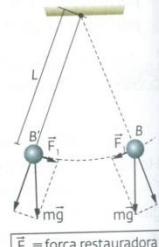


FIGURA 7.4. Um pêndulo simples, oscilando com pequena amplitude, executa um movimento harmônico simples.

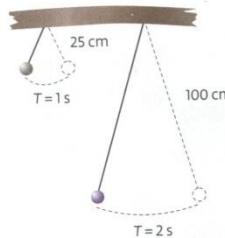


FIGURA 7.5. O período de um pêndulo é tanto maior quanto maior for seu comprimento. Na realidade,  $T$  é proporcional à raiz quadrada de  $L$ : quando o comprimento é multiplicado por 4, o período torna-se apenas 2 vezes maior ( $\sqrt{4} = 2$ ).

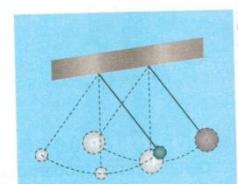


FIGURA 7.6. Os dois pêndulos da figura têm o mesmo comprimento, mas suas massas são diferentes. Procura-se ilustrar que, partindo juntos da mesma altura, eles oscilam juntos, isto é, ambos têm o mesmo período.

**EXEMPLO**

Em uma experiência com um pêndulo simples, como o das FIGURAS 7.3 e 7.4, verificou-se que o objeto suspenso, saindo de B, deslocava-se até B' e retornava a B 20 vezes em 10 s.

**a) Qual é o período desse pêndulo?**

Como sabemos, o período do pêndulo é o tempo que ele leva para ir de B a B' e retornar a B, isto é, o tempo necessário para executar uma vibração completa. Como o pêndulo executou 20 vibrações completas em 10 s, seu período vale:

$$T = \frac{10 \text{ s}}{20} \text{ ou } T = 0,50 \text{ s}$$

**b) Qual é a frequência de oscilação do pêndulo?**

Tendo o pêndulo executado 20 vibrações em 10 s, o número de vibrações que ele executa em 1 s, ou seja, a sua frequência, será:

$$f = \frac{20 \text{ vibrações}}{10 \text{ s}} = 2,0 \text{ vibrações/s} \text{ ou } f = 2,0 \text{ hertz}$$

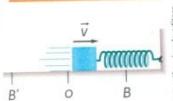
Esse mesmo resultado pode ser obtido a partir da relação  $T = 1/f$ , da qual tiramos:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,50} \text{ ou } f = 2,0 \text{ hertz}$$

**c) Se a experiência fosse realizada com um pêndulo de comprimento 4 vezes maior, qual seria o seu período?**

A expressão  $T = 2\pi \sqrt{L/g}$  nos mostra que  $T$  é proporcional à raiz quadrada de  $L$ . Então, multiplicando  $L$  por 4,  $T$  fica multiplicado por  $\sqrt{4} = 2$ . Assim, o período desse pêndulo será 2 vezes maior do que o do pêndulo da primeira experiência, isto é:

$$T = 2 \times 0,50 \text{ s} \text{ ou } T = 1,0 \text{ s}$$

**VERIFIQUE O QUE APRENDEU**

Física do Ensino Fundamental

1. Um bloco, preso a uma mola, oscila (sem atrito) entre os pontos B e B' mostrados na figura ao lado. O ponto O representa a posição de equilíbrio do bloco. Para o instante em que ele passa pela posição indicada na figura, deslocando-se para a direita, responda:
  - Qual é o sentido da força restauradora que a mola exerce no bloco?
  - Então, qual é o sentido da aceleração que o bloco possui?
  - O movimento do bloco é acelerado ou retardado?
2. Considerando o movimento do bloco do exercício anterior, diga em que ponto (ou quais pontos):
  - O módulo da força que atua no bloco é máximo.
  - A força que atua no bloco é nula.
  - O módulo da velocidade do bloco é máximo.
  - A velocidade do bloco é nula.
  - A força que atua no bloco muda de sentido.
3. a) Suponha que o bloco do exercício 1, em um dado instante, passasse por O dirigindo-se para B, voltasse a B' e retornasse a O. Poderíamos dizer que o bloco efetuou uma vibração completa (1 ciclo)?
   
b) Um estudante, observando o movimento do bloco, verificou que ele, após passar
- pelos ponto O, em certo instante, tornou a passar 100 vezes consecutivas por esse mesmo ponto. Quantos ciclos o bloco completou?
- Considerando que o bloco tivesse gasto 100 s para efetuar os ciclos mencionados na questão anterior, qual seria a frequência desse movimento?
- Então, qual seria o valor do período do movimento do bloco?
4. a) Suponha que, na FIGURA 7.2.B, a distância BB' seja igual a 10 cm. Então, qual é o valor da amplitude de vibração da extremidade da lâmina?
- b) Qual é a distância que a extremidade da lâmina percorre durante um intervalo de tempo igual a 2 períodos?
5. Um objeto executa um movimento harmônico simples, preso à extremidade de uma mola. Diga se o tempo que o objeto leva para efetuar uma vibração completa aumentará, diminuirá ou não sofrerá alteração em cada um dos seguintes casos:
  - O objeto é substituído por outro, de massa menor.
  - A mola é substituída por outra, mais macia.
  - O objeto é colocado em vibração com uma amplitude menor.

## ANEXO B – Livro didático e material da Tarefa de Leitura 3

### APÊNDICE

## E.1 As equações do movimento harmônico simples

Ao abordarmos, na seção 7.1, o movimento harmônico simples de uma partícula, sua descrição foi feita de maneira qualitativa, sem a preocupação de estabelecer as equações que fornecem a posição, a velocidade e a aceleração dessa partícula em cada instante. Nesta seção, faremos o estudo quantitativo desse movimento e estabeleceremos aquelas equações.

Para tanto, consideremos na **FIGURA E.1** uma partícula, de massa  $m$ , executando um movimento harmônico simples (que abreviaremos como MHS) entre os pontos  $B$  e  $B'$ , com centro no ponto  $O$ . Tomemos um eixo orientado  $Ox$ , como mostra a **FIGURA E.1**, coincidente com a direção do movimento. Nesse eixo, a distância  $X$ , de  $m$  a  $O$ , fornece a posição (ou elongação) da partícula em um dado instante. Sendo o eixo  $Ox$  orientado, quando a partícula estiver à direita de  $O$ , o valor de  $X$  será positivo; e quando  $m$  estiver à esquerda de  $O$ ,  $X$  será negativo.

Já sabemos que a força  $\vec{F}$ , que atua na partícula, está sempre dirigida para  $O$  e que seu módulo é proporcional a  $X$ , isto é,  $F = kX$ . Levando em consideração a orientação de  $Ox$ , podemos sintetizar esses fatos escrevendo:

$$F = -kX$$

Defato, nessa equação, se  $X > 0$  (partícula à direita de  $O$ ), temos  $F < 0$  (força dirigida para a esquerda); e se  $X < 0$  (partícula à esquerda de  $O$ ), temos  $F > 0$  (força dirigida para a direita).

Pela 2<sup>a</sup> lei de Newton, a aceleração da partícula será dada por:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-kX}{m} \text{ ou } a = -\left(\frac{k}{m}\right)X$$

Então, em um movimento harmônico simples, a aceleração também é diretamente proporcional a  $X$  e está dirigida para o ponto  $O$ .

### PROJEÇÃO DO MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME SOBRE UM DIÂMETRO

Consideremos uma partícula descrevendo um movimento circular uniforme, de raio  $R$  e velocidade angular  $\omega$  constante. Quando a partícula passa por uma posição  $A$  qualquer (veja a **FIGURA E.2**), podemos projetar sua posição sobre um diâmetro qualquer  $PP'$ , obtendo assim o ponto  $A'$ . Enquanto a partícula se desloca sobre a circunferência, a projeção de sua posição vai se deslocando sobre o diâmetro: por exemplo, quando a partícula está em  $B$ , a projeção está em  $B'$ ; quando ela está em  $C$ , a projeção está em  $C'$  etc.

Vemos então que, à medida que a partícula descreve sua trajetória circular, a projeção de sua posição percorre o diâmetro  $PP'$ , indo de  $P$  para  $P'$ , voltando de  $P'$  para  $P$ , e assim sucessivamente. Em outras palavras, a projeção executa um **movimento oscilatório** sobre o diâmetro. É evidente que a amplitude,  $A$ , desse movimento oscilatório, é igual ao raio,  $R$ , da trajetória circular e o seu período será igual ao período,  $T$ , do movimento circular uniforme da partícula.

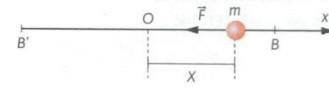


FIGURA E.1. Uma partícula, sob a ação de uma força restauradora  $F \propto X$ , executa um MHS.

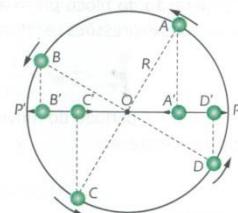


FIGURA E.2. Projeção de um movimento circular uniforme sobre um diâmetro da circunferência.

### O MOVIMENTO OSCILATÓRIO DA PROJEÇÃO É HARMÔNICO SIMPLES

Sabemos que a partícula em movimento circular uniforme possui uma aceleração centrípeta  $\vec{a}_c$ , dirigida para o centro  $O$ , como está mostrado na FIGURA E.3 para o ponto  $M$ , ocupado pela partícula em dado instante. A aceleração do movimento oscilatório da projeção  $M'$  sobre o diâmetro  $Ox$  será  $\vec{a}_x$ , que é a projeção de  $\vec{a}_c$  sobre esse diâmetro. Sendo  $\theta$  o ângulo de  $OM$  com  $Ox$  [FIGURA E.3], vemos que o ângulo de  $\vec{a}_c$  com  $\vec{a}_x$  é, também, igual a  $\theta$ . Logo, o módulo de  $\vec{a}_x$  será:

$$|\vec{a}_x| = a_c \cos \theta$$

Sabemos que  $a_c = v^2/R = v^2/A$ , porque o raio,  $R$ , da trajetória circular é igual à amplitude,  $A$ , do movimento oscilatório. Além disso, como  $v = \omega R = \omega A$ , temos:

$$a_c = \frac{v^2}{A} = \frac{\omega^2 A^2}{A} \quad \therefore a_c = \omega^2 A$$

Portanto:

$$|\vec{a}_x| = \omega^2 A \cos \theta$$

No triângulo  $OMM'$ , vemos que  $A \cos \theta = X$  e, como  $\vec{a}_x$  está sempre apontando para o ponto  $O$  (tem sinal contrário a  $X$ ), podemos escrever:

$$a_x = -\omega^2 X$$

Mas  $\omega^2$  é constante, porque o movimento é circular uniforme. Logo, a aceleração  $\vec{a}_x$  é diretamente proporcional a  $X$ . Como vimos, essa é uma característica do MHS e, assim, podemos concluir que:

**A projeção de um movimento circular uniforme sobre um diâmetro da circunferência executa um movimento harmônico simples.**

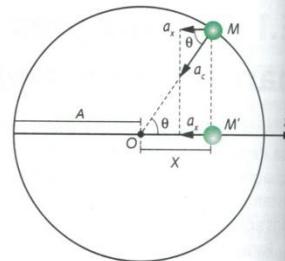


FIGURA E.3. A projeção  $M'$ , de  $M$  sobre um diâmetro, executa um MHS.

### CÁLCULO DO PERÍODO DO MHS

Suponhamos um bloco de massa  $m$  descrevendo um MHS, preso à extremidade de uma mola de constante elástica  $k$ . Como vimos, é sempre possível imaginar um movimento circular uniforme (MCU), acoplado ao MHS, tal que sua projeção sobre um diâmetro oscile acompanhando exatamente as posições do bloco em seu movimento (na FIGURA E.4, a projeção  $M'$  acompanha a oscilação do bloco preso à mola). Vimos que a aceleração da projeção é dada por  $a_x = -\omega^2 X$  e que a aceleração do bloco preso à mola, em MHS, é  $a = -(k/m)X$ . Como essas duas expressões se referem à mesma aceleração, temos:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{ou} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Sendo  $T$  o período do movimento circular, que é igual ao do MHS, podemos escrever:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \therefore \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Então:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

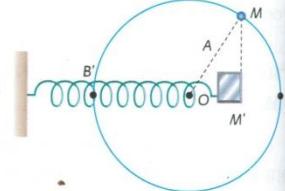


FIGURA E.4. É sempre possível imaginar um movimento circular uniforme cuja projeção acompanha uma partícula que executa um MHS.

Esse resultado já havia sido apresentado, sem demonstração, na seção 7.1. A relação  $\omega = 2\pi/T$  nos fornece:

$$\omega = 2\pi \left( \frac{1}{T} \right) \quad \therefore \quad \omega = 2\pi f$$

A velocidade angular  $\omega$  do movimento circular está, então, diretamente ligada à frequência  $f$  do MHS a ele acoplado. Por esse motivo, quando  $\omega$  aparece nas equações do MHS, essa grandeza é usualmente denominada **frequência angular** (costuma-se também usar, para denominar  $\omega$ , o termo **pulsão**).

### CÁLCULO DA POSIÇÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO

Na FIGURA E.5 mostramos uma partícula  $M$  em movimento circular uniforme, com velocidade angular  $\omega$ , e a projeção,  $M'$ , de sua posição sobre o eixo  $Ox$ , que, como acabamos de mostrar, executa um MHS sobre esse diâmetro. Vamos considerar  $t = 0$  o instante em que a partícula está em  $P$ , isto é, quando a posição de  $M'$  é  $X = A$ . Em um instante  $t$  qualquer,  $M$  terá desrito um ângulo  $\theta = \omega t$ , e a posição  $X$  de  $M'$  será dada por (veja o triângulo  $OMM'$ , na FIGURA E.5):

$$X = A \cos \theta \quad \text{ou} \quad X = A \cos \omega t$$

Com essa equação podemos calcular a posição  $X$  de uma partícula em MHS, em qualquer instante  $t$ , se conhecermos os valores de  $\omega$  e  $A$ .

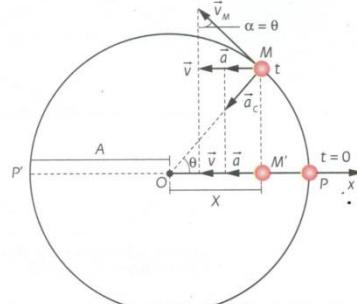


FIGURA E.5. Posição, velocidade e aceleração de uma partícula em MHS.

### CÁLCULO DA VELOCIDADE EM FUNÇÃO DO TEMPO

Ainda na FIGURA E.5, mostramos a velocidade  $\vec{v}_M$  da partícula  $M$ , no instante  $t$ . A velocidade  $\vec{v}$ , do MHS de  $M'$ , será obtida projetando-se  $\vec{v}_M$  sobre  $Ox$ . Observe que o ângulo  $\alpha$  mostrado nessa figura é igual a  $\theta$  (seus lados são respectivamente perpendiculares) e que, no instante considerado,  $v$  é negativo, enquanto  $\sin \theta$  é positivo. Assim, no triângulo que tem  $\vec{v}_M$  e  $\vec{v}$  como lados, obtemos:

$$v = -v_M \sin \theta \quad \text{ou} \quad v = -v_M \sin \omega t$$

Lembrando que para o MCU  $\omega = \frac{v}{r}$ , neste caso teremos  $v_M = \omega A$ , o que nos leva a:

$$v = -\omega A \sin \omega t$$

### CÁLCULO DA ACELERAÇÃO EM FUNÇÃO DO TEMPO

Já mostramos que a projeção  $\vec{a}_x$  da aceleração centrípeta em um movimento circular uniforme é dada por  $a_x = -\omega^2 X$ , e essa é a própria aceleração  $\vec{a}$  do MHS. Logo:

$$a = -\omega^2 X \quad \text{ou} \quad a = -\omega^2 A \cos \omega t$$

## COMENTÁRIOS

## 1) As expressões

$$X = A \cos \omega t, \quad v = -\omega A \sin \omega t \quad \text{e} \quad a = -\omega^2 A \cos \omega t$$

nos permitem construir os gráficos  $X \times t$ ,  $v \times t$  e  $a \times t$  para um MHS. Esses gráficos estão mostrados na FIGURA E.6.

Naturalmente, eles têm formas senoidais (ou cosenoïdais) em virtude das equações citadas. Examine os gráficos, observando onde cada uma das grandezas atinge seu valor máximo, onde ela se anula e onde ela muda de sinal.

2) Suponhamos uma situação em que o início da contagem de tempo, isto é, instantaneamente  $t = 0$ , não coincide com a posição  $P$  da partícula, ou seja, com o instante em que  $X = A$ .

Na FIGURA E.7 mostramos uma situação como essa: o raio que acompanha a partícula no movimento circular, no instante  $t = 0$ , forma um ângulo  $\theta_0$  com o eixo  $Ox$ .

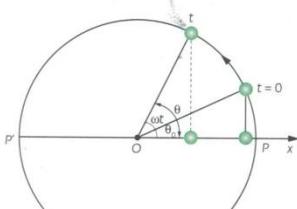


FIGURA E.7. O ângulo  $\theta$  é a fase do MHS e  $\theta_0$  é denominado fase inicial.

Nesse caso, em um instante  $t$  qualquer, o ângulo  $\theta$  é dado por  $\theta = \omega t + \theta_0$ . Então, as equações que fornecem  $X$ ,  $v$  e  $a$  tomam as seguintes formas:

$$X = A \cos(\omega t + \theta_0), \quad v = -\omega A \sin(\omega t + \theta_0) \quad \text{e} \quad a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \theta_0)$$

O ângulo  $\theta = \omega t + \theta_0$  costuma ser denominado **fase do movimento**, e  $\theta_0$  é a **fase inicial**. Entretanto, como nesta obra vamos trabalhar apenas com uma partícula em MHS, poderemos, sem perda de generalidade, supor sempre o instante  $t = 0$  coincidindo com a partícula na posição  $X = A$ .

Em outras palavras, vamos considerar sempre a fase inicial nula, isto é,  $\theta_0 = 0$ , e as equações aqui deduzidas tomarão as formas estabelecidas anteriormente:

$$X = A \cos \omega t, \quad v = -\omega A \sin \omega t \quad \text{e} \quad a = -\omega^2 A \cos \omega t.$$

## EXEMPLO 1

Na FIGURA E.4, suponha que a mola tenha uma constante elástica  $k = 80 \text{ N/m}$  e que o objeto oscilando, preso à sua extremidade, tenha massa  $m = 200 \text{ g}$ .

a) Qual é a velocidade angular do movimento circular uniforme cuja projeção coincide com o movimento oscilatório do objeto de massa  $m$ ?

Essa velocidade angular é a frequência angular (ou pulsação) do MHS executado por  $m$ .

Vimos que  $\omega = \sqrt{k/m}$ ; logo:

$$\omega = \sqrt{\frac{80}{0,200}} \quad \therefore \quad \omega = 20 \text{ rad/s}$$

## b) Qual é o período do MHS?

Já sabemos que  $\omega = 2\pi/T$ ; logo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \text{ ou } T = 0,314 \text{ s}$$

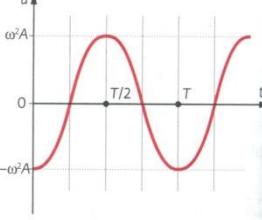
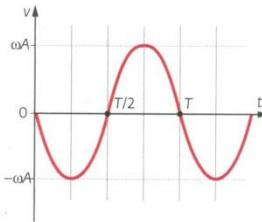
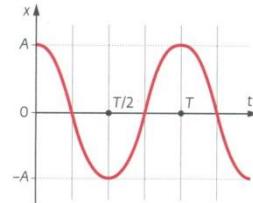


FIGURA E.6. Gráficos  $X \times t$ ,  $v \times t$  e  $a \times t$  para o MHS.

c) Para dar início às oscilações, suponha que o objeto preso à mola tenha sido deslocado, a partir da posição de equilíbrio, de 15 cm para a direita, e abandonado dessa posição no instante  $t = 0$ . Qual é a amplitude do MHS que o objeto passa a descrever? Ao ser abandonado o objeto passará a oscilar em torno da posição de equilíbrio, afastando-se dela 15 cm para a direita e 15 cm para a esquerda. Então, a amplitude do movimento é  $A = 15$  cm.

d) Considerando, na FIGURA E.4, um eixo  $Ox$ , orientado para a direita, determine a posição (ou elongação) do objeto no instante  $t = (\pi/15)$  s.

A posição é dada por  $X = A \cos \omega t$ ; logo,

$$X = 15 \cos 20 \cdot \frac{\pi}{15} = 15 \cos \frac{4\pi}{3}$$

Como  $\cos 4\pi/3 = -\sin \pi/6 = -0,50$ , vem:

$$X = 15(-0,50) \therefore X = -7,5 \text{ cm}$$

Isso significa que o objeto se encontrava, naquele instante, 7,5 cm à esquerda de  $O$ .

e) Calcule a velocidade e a aceleração do objeto, no instante considerado na questão anterior.

Temos:

$$v = -\omega A \sin \omega t = -20 \times 15 \sin 20 \times \frac{\pi}{15} = -300 \sin \frac{4\pi}{3}$$

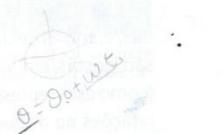
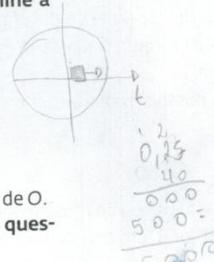
Como  $\sin 4\pi/3 = -\sin \pi/3 = -0,866$ , vem:

$$v = -300 \times (-0,866) \therefore v = 260 \text{ cm/s}$$

Para a aceleração, teremos:

$$a = -\omega^2 X = -20^2 \times (-7,5) \therefore a = 3,0 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$$

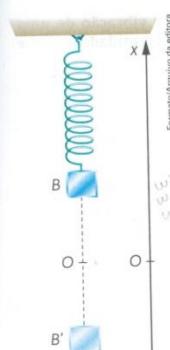
Observe que tanto  $v$  quanto  $a$  são positivas, isto é, estão ambas voltadas para a direita, na FIGURA E.4.



$$\theta = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$$



### VERIFIQUE O QUE APRENDEU



- Um bloco é preso à extremidade de uma mola vertical, como mostra a figura ao lado. Uma pessoa sustenta o bloco na posição  $B$ , na qual a mola não está deformada. Deixando o bloco baixar lentamente, verifica que sua posição de equilíbrio, após abandonado, é o ponto  $O$ , onde a mola apresenta uma deformação de 10 cm. Fazendo o objeto voltar à posição  $B$  e abandonando-o em seguida, ele passa a oscilar verticalmente, entre os pontos  $B$  e  $B'$ .
  - Qual é a amplitude do movimento do bloco?
  - Observa-se experimentalmente que o bloco executa 20 vibrações completas em 10 s. Qual é a frequência angular (ou pulsação) desse movimento?
- Sabe-se que a constante elástica da mola do exercício anterior é  $k = 40 \text{ N/m}$ . Qual é o valor da massa do bloco preso a ela? (Considere  $\pi^2 = 10$ .)
- Considere a situação descrita na figura do exercício 1, um eixo  $Ox$  orientado verticalmente para cima. Suponha que o início da contagem do tempo ( $t = 0$ ) seja o instante em que o bloco foi abandonado em  $B$ . No instante  $t = 0,25 \text{ s}$ :